

489. Beretning fra Statens Husdyrbrugs forsøg

Lars Gjørl Christensen
Afdelingen for forsøg med kvæg og får
Statens Husdyrbrugsforsøg

Direkte opdatering som metode til avlsværdivurdering i kvægavlen

Direct Updating as a Method for
Estimating Breeding Values in Cattle

With English Survey and Subtitles



I kommission hos Landhusholdningsselskabets forlag,
Rolighedsvej 26, 1958 København V.

Trykt i Frederiksberg Bogtrykkeri 1980

Denne afhandling er af Den kgl. Veterinær- og Landbohøjskoles fagråd for landbrugsvidenskab antaget til offentligt at forsvares for den jordbrugsvidenskabelige doktorgrad.

København, den 27. november 1979

Niels Erik Nielsen

Formand for fagrådet for landbrugsvidenskab

Forsvaret finder sted fredag den 28. marts 1980 kl. 14.00 i auditorium 1-01, Bülowvej 13, Den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole.

Forord

Kvæget udgør en væsentlig faktor i bestræbelserne på at afhjælpe verdensbefolkningens behov for føde, idet denne husdyrart blandt andet er i stand til at omdanne store mængder tungtfordøjelige foderemner og mange industrielle bi- og affaldsprodukter til fødemidler af høj ernæringsværdi.

Men kvægets effektivitet ved denne proces kan forbedres, og takket være den teknologiske udvikling i fællesskab med den kvantitative genetik kan denne forbedring teoretisk set ske med så stor hastighed, at det fortjener opmærksomhed – også uden for kvægbrugernes egne rækker.

Sådanne avlsmæssige forbedringer af kvægracernes produktionseffektivitet kan dog kun realiseres i det omfang, det lykkes at frembringe præcise udtryk for de potentielle avlsdyrs forventede værdi i avlen. Jo sikrere denne avlsværdivurdering er, desto hurtigere kan de ønskede egenskaber fremmes til gavn for samfundet i almindelighed og for kvægbrugerne i særdeleshed.

En sikker bestemmelse af de enkelte dyrs avlsværdi er imidlertid en kompliceret opgave, dels fordi der både må tages hensyn til avlsværdien af dyrenes aner og til dyrenes egne og/eller deres afkoms præstationer, og dels fordi de informationer, som avlsværdivurderingen baseres på, hyppigst registreres i praksis under meget varierende miljøforhold, som tilslører arvets betydning for de enkelte egenskaber. Desuden er der i de senere år opstået store avlsmæssige forskelle mellem de enkelte kategorier af avlsdyr og mellem dyr tilhørende forskellige årgange, hvilket yderligere komplicerer avlsværdivurderingen.

På denne baggrund er fastlæggelsen af kvægets ydelsesmæssige avlsværdi hovedtemaet i det foreliggende arbejde, som er udarbejdet ved *Statens Husdyrbrugsforsøgs afdeling for forsøg med kvæg og får*. I afhandlingen beskrives grundprincipperne for en avlsværdivurderingsmetode, som jeg har kaldt *direkte opdatering* efter den specielle teknik, metoden gør brug af.

Sammenlignet med tidligere anvendte avlsværdivurderingsmetoder er *direkte opdatering* enkel at anvende og kan uden brug af ekstra ressourcer medtage en større del af den samlede informationsmængde i vurderingerne, hvis sikkerhed derved øges.

De første notater om metoden blev udarbejdet i 1970/72, men andre opgaver medførte, at jeg først i sommeren 1977 genoptog dette arbejde. Min deltagelse i hjemlige kvægavlsdiskussioner og i flere nationale og internationale arbejdsgrupper vedrørende avlsværdivurdering af kvæg havde gjort det klart for mig, at der stadig var mange uløste problemer, og at disse muligvis kunne løses ved hjælp af *direkte opdatering*. Desuden forekom det mig sandsynligt, at anven-

delse af metoden ved avlsværdiurdering for mælkeproduktionssegenskaberne kunne foretages inden for rammerne af den danske kontrollforeningsløsning som et naturligt led i det daglige ydelsesregnskab.

I håb om at fremme metodens hjemlige anvendelse i praktisk avlsarbejde og på undervisningsområdet er afhandlingen skrevet på dansk, og de vanskeligste statistiske og genetiske fagudtryk er søgt undgået i videst muligt omfang. For at lette forståelsen er der endvidere gjort brug af flere numeriske eksempler. Alle større udledninger af formler er henlagt til et appendiks.

Afdelingens forstander, professor dr. med. vet. *A. Neimann-Sørensen* bedes modtage min hjerteligste tak for gode arbejdsforhold og aldrig svigtende interesse for mit arbejde. Uden hans kraftige opfordringer til at videreudvikle metoden samt hans mangesidige støtte og smittende entusiasme under dette arbejde var afhandlingen ikke blevet til.

Dr. agro. *B. Bech Andersen* og lic. agro. *T. Liboriussen* takkes for omhyggelig gennemlæsning af manuskriptet og for flere relevante ændringsforslag i teksten.

En særlig tak rettes til lic. agro. *P. H. Petersen* for kritisk gennemgang af afhandlingen og for mange værdifulde diskussioner.

Stud. lic. agro. *J. Pedersen* og lic. agro. *P. Madsen* takkes for mange gode råd og diskussioner, især vedrørende afhandlingens appendiks samt for medvirken ved de EDB-simuleringer, hvis resultater udgør væsentlige dele af kapitel V og VI.

Assistent *U. T. Christensen* bringes min bedste tak for sin støtte under arbejdet, både ved løsning af mange EDB-mæssige opgaver og ved at aflaste mig for andet forsøgsarbejde.

M. Sc. *D. Sørensen*, Institute of Animal Genetics, University of Edinburgh, takkes for omhyggelig gennemgang af de engelsk-sprogede tekster.

Frøken *H. Jensen* takkes hjerteligt for sproglige korrektioner og for omhyggelig renskrivning af det vanskelige manuskript.

Landbrugets Hundefond har med velvilje ydet mig økonomisk støtte til at gennemføre et studieophold ved *Institute of Animal Genetics, University of Edinburgh*. Under dette ophold fik jeg lejlighed til at diskutere specielle problemer med nogle af denne institutions medarbejdere, herunder især professor dr. *A. Robertson*. *Hundefonden* bedes modtage min bedste tak for denne støtte.

København, februar 1979.

Lars Gjøl Christensen

INDHOLDSFORTEGNELSE

KAPITEL I

1 Indledning	11
--------------------	----

KAPITEL II

2 Avlsmål	17
2.1 Avlsmål for ydelse	18
2.1.1 Mælk, smørfedt eller protein	18
2.1.2 En eller flere laktationer	19
2.2 Konklusion	21

KAPITEL III

3 Direkte opdatering	22
3.1 Afprøvningsindekset (I_2)	23
3.1.1 Opdatering af køernes afprøvningsindekser	24
3.1.2 Opdatering af tyrenes afprøvningsindekser	26
3.1.2.1 Nye døtre indgår med deres ydelsesafvigelser	26
3.1.2.2 Nye døtre indgår med deres afprøvningsindekser	27
3.1.2.3 Der tages hensyn til værdien af mødrene til tyrens døtre	27
3.2 Afstammingsindekset (I_1)	30
3.3 Kombinationsindekset (I_3)	33
3.3.1 Den generelle formel for I_3	35
3.4 Den rutinemæssige opdatering af databanken	36
3.5 Numeriske eksempler	39
3.5.1 Kombineret avlsværdiurdering	39
3.5.2 Etablering af en databank	46
3.6 Sammenlægning	56

KAPITEL IV

4 Fælles referencegrundlag	60
4.1 Avlsværdi og avlsmæssig overlegenhed	60
4.2 Realiseret avlsmæssig fremgang	62
4.3 Sammenligning af forskellige kategorier af avlsdyr	64
4.3.1 De enkelte kategoriers genetiske niveau	65
4.4 Valg af fælles referencegrundlag	72
4.4.1 Fast basispopulation	72
4.4.2 Rullende basispopulation	73
4.5 Undervurdering af afkomsundersøgelsesresultater	74
4.6 Relative avlsværdital	75
4.7 Sammenlægning	79

KAPITEL V

5 Ydelseskorrigeret, besætningsstørrelse og besætningsniveau	81
5.1 Besætningsstørrelse, besætningsgennemsnit og ydelsesafvigelser	83
5.1.1 Simuleringsstudier	84
5.2 Vurdering af besættningernes avlsmæssige og miljømæssige niveau	93
5.2.1 Besættningsheritabilitet	94
5.2.2 Besættningsindekser	99
5.2.3 Besættningernes miljømæssige niveau	107
5.3 Skalaefakter og forskel i heritabilitet ved forskelligt besætningsniveau ...	110
5.4 Sammenlægning	115

KAPITEL VI

6. Ufuldstændige laktationer	118
6.1 <i>Heritabiliteten for ufuldstændige laktationer</i>	119
6.2 <i>Korrelationen mellem ufuldstændige og fuldstændige laktationer</i>	119
6.3 <i>Avlsværdiurdering på grundlag af ufuldstændige og fuldstændige laktationer</i>	119
6.3.1 <i>Vurdering af køer</i>	120
6.3.2 <i>Vurdering af tyre på grundlag af ufuldstændige laktationer</i>	123
6.3.3 <i>Vurdering af tyre på grundlag af en blanding af fuldstændige og ufuldstændige laktationer</i>	125
6.3.4 <i>Simuleringsresultater vedrørende afkomsundersøgelsernes varighed</i>	133
6.3.5 <i>Det optimale selektionstidspunkt</i>	137
6.4 <i>Sammendrag</i>	141

KAPITEL VII

7 Særskilt afvejning af hver laktation	143
7.1 <i>Vægtfaktorer i avlsmålet</i>	143
7.2 <i>Afvejning af første laktation</i>	145
7.2.1 <i>Koens afprøvningsindeks</i>	146
7.2.2 <i>Tyrens afprøvningsindeks</i>	146
7.3 <i>Afvejning af flere laktationer</i>	149
7.3.1 <i>Effekten af forskellig heritabilitet og gentagelseskoefficient</i>	149
7.3.2 <i>Effekten af den genetiske korrelation og af forholdet mellem vægtfaktorerne i avlsmålet</i>	154
7.4 <i>Beregning af afstammingsindekset og kombinationsindekset</i>	159
7.5 <i>Sammendrag</i>	161

KAPITEL VIII

8 Effektive døtre og C-effekt	164
8.1 <i>Døtrenes fordeling på besætninger</i>	164
8.2 <i>Fælles miljøeffekt (C-effekt)</i>	168
8.3 <i>Sammendrag</i>	173

KAPITEL IX

9 Sammenligning af metoder og sammenfattende diskussion	174
10 Sammendrag	183
11 Engelsk oversigt	187
12 Litteraturliste	203

APPENDIKS I

1 Udledning af vægtfaktorer til beregning og opdatering af indekser	213
1.1 <i>Køernes afprøvningsindekser</i>	213
1.2 <i>Tyrenes afprøvningsindekser</i>	215
1.2.1 <i>Nye døtre indgår med deres gennemsnitlige ydelsesafvigelse (P)</i>	215
1.2.2 <i>Nye døtre indgår med deres afprøvningsindekser (I_D)</i>	217
1.2.3 <i>Nye døtres afprøvningsindekser indgår sammen med deres mødres indekser (I_M)</i>	219
1.2.4 <i>Døtrenes gennemsnitlige afprøvningsindeks ($\bar{I}_D$) indgår sammen med mødrenes gennemsnitlige indeks ($\bar{I}_M$)</i>	221

1.3 Afstammingsindekset	224
1.4 Kombinationsindekset	225

APPENDIKS II

2 Beregning af den gennemsnitlige avlsværdi for forskellige kategorier af avlsdyr ..	229
--	-----

APPENDIKS III

3 Udledning af faktorer til korrigering for besætningsstørrelse og beregning af besætningernes avlsmæssige niveau	231
3.1 Beregning af regressionen af en besætnings sande afvigelse (B) på besætningens observerede afvigelse (B_o)	231
3.2 Beregning af regressionen af en kos afvigelse fra et sandt besætningsgennemsnit på koens observerede afvigelse fra koens besætningsgennemsnit ..	232
3.2.1 Staldkammeraternes antalskorrigerede gennemsnit anvendes som besætningsgennemsnit	232
3.2.2 Koen selv inkluderes i besætningens gennemsnit	233
3.2.3 Bevis for, at $P_5 = b_{P_1/P_4} P_4$	235
3.3 Udledning af formler for besætningsheritabiliteten	236
3.4 Udledning af formler for beregning af besætningsindekset, deres sikkerhed, spredning og middelfejl	239
3.4.1 Anvendelse af afstammingsindekset	239
3.4.2 Anvendelse af kombinationsindekset	241
3.4.3 Korrelationen mellem kombinationsindekser hos køer tilhørende samme besætning	242

APPENDIKS IV

4 Udledning af vægtfaktorer ved anvendelse af ufuldstændige laktationer i avlsværdi-vurderingen	244
4.1 Vurdering af en ko på grundlag af en enkelt ufuldstændig laktation	244
4.2 Vurdering af en ko med n fuldstændige og én ufuldstændig laktation	245
4.3 Vurdering af en tyr på grundlag af n døtres afprøvningsindekser, baseret på ufuldstændige laktationer af samme længde	247
4.4 Udledning af vægtfaktorer til opdatering af en tyrs afprøvningsindeks under hensyntagen til såvel fuldstændige som ufuldstændige laktationer	249
4.4.1 Der tages hensyn til kombinationsindekserne for mødrene til tyrens døtre	253

APPENDIKS V

5 Udledning af vægtfaktorer til opdateringen, når avlsmålet er sammensat	256
5.1 Afprøvningsindekset for en ko med én laktation	256
5.2 En tyrs afprøvningsindeks baseret på døtrenes første laktation	257
5.3 Udledning af vægtfaktorer til beregning af en kos afprøvningsindeks ved forskellig heritabilitet for første og senere laktationer	261
5.4 Udledning af vægtfaktorer og sikkerhed ved anvendelse af gennemsnittet af n laktationer med forskellig heritabilitet	262
5.5 Udledning af vægtfaktorer til beregning af en kos afprøvningsindeks, når den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer er forskellig fra 1,0 ..	263
5.6 Udledning af vægtfaktorer til beregning af kombinationsindekset	266

APPENDIKS VI

6 Udledning af vægtfaktorer ved opdatering af tyrenes afprøvningsindeks under hensyntagen til døtrenes fordeling på besætninger	269
---	-----

CONTENTS

CHAPTER I

1 Introduction	11
----------------------	----

CHAPTER II

2 Breeding objectives	17
2.1 Breeding objectives for yield	18
2.1.1 Milk, butterfat or protein	18
2.1.2 One or more lactations	19
2.2 Conclusion	21

CHAPTER III

3 Direct updating	22
3.1 The test-index (I_2)	23
3.1.1 Updating of the cows' test-index	24
3.1.2 Updating of the bulls' test-index	26
3.1.2.1 New daughters' phenotypic deviations	26
3.1.2.2 New daughters' test-indexes	27
3.1.2.3 Bulls' mates	27
3.2 The pedigree-index (I_1)	30
3.3 The combined index (I_3)	33
3.3.1 The general formula for I_3	35
3.4 The general updating of the data bank	36
3.5 Numerical examples	39
3.5.1 Combined estimation of breeding values	39
3.5.2 Setting up a data bank	46
3.6 Summary	56

CHAPTER IV

4 Common basis of comparison of breeding values	60
4.1 Breeding value and genetic superiority	60
4.2 Realized genetic gain	62
4.3 Comparisons between different categories of breeding animals	64
4.3.1 The genetic level of the different categories	65
4.4 Choice of basis of comparison	72
4.4.1 Fixed base	72
4.4.2 Rolling base	73
4.5 Bias of progeny testing estimation	74
4.6 Relative breeding values	75
4.7 Summary	79

CHAPTER V

5 Yield-adjustments, size and level of herds	81
5.1 Herd size and herd level	83
5.1.1 Simulation studies	84
5.2 Estimation of the genetic and the environmental level of the herds	93
5.2.1 Herd heritability	94
5.2.2 Herd indexes	99
5.2.3 The environmental level of the herds	107
5.3 Scale effects and difference in heritability at different herd levels	110
5.4 Summary	115

CHAPTER VI

6. Incomplete lactations	118
6.1 <i>The heritability of incomplete lactations</i>	119
6.2 <i>The correlation between incomplete and complete lactations</i>	119
6.3 <i>Estimation of breeding values on the basis of incomplete and complete lactations</i>	119
6.3.1 Assessment of cows	120
6.3.2 Assessment of bulls on the basis of incomplete lactations	123
6.3.3 Assessment of bulls on the basis of both incomplete and complete lactations	125
6.3.4 Simulation results concerning the duration of the progeny testing	133
6.3.5 The optimum moment of selection	137
6.4 <i>Summary</i>	141

CHAPTER VII

7 Separate emphasis on each lactation in the estimation of breeding values	143
7.1 <i>The weighting factors in the aggregate genotype</i>	143
7.2 <i>The weight of first lactation</i>	145
7.2.1 The cow's test-index	146
7.2.2 The bull's test-index	146
7.3 <i>The weight of more lactations</i>	149
7.3.1 The effect of different heritability and repeatability	149
7.3.2 The effect of the genetic correlation and the ratio of the weighting factors in the aggregate genotype	154
7.4 <i>Estimation of the pedigree-index and the combined index</i>	159
7.5 <i>Summary</i>	161

CHAPTER VIII

8 Effective number of daughters and common environmental effects	164
8.1 <i>The distribution of the daughters over herds</i>	164
8.2 <i>Common environmental effects (C-effect)</i>	168
8.3 <i>Summary</i>	173

CHAPTER IX

9 Comparison of methods and final discussion	174
10 Danish summary	183
11 English survey	187
12 References	203

APPENDIX I

1 Derivation of the weighting factors for the estimation and the updating of indexes	213
1.1 <i>The cows' test-indexes</i>	213
1.2 <i>The bulls' test-indexes</i>	215
1.2.1 New daughters' deviation in yield ($\bar{P}$)	215
1.2.2 New daughters' test-indexes (I_D)	217
1.2.3 The daughters' test-indexes and the indexes of their dams (I_M)	219
1.2.4 The average test-index ($\bar{I}_D$) of the daughters and the average index ($\bar{I}_M$) of their dams	221
1.3 <i>The pedigree-index</i>	224
1.4 <i>The combined index</i>	225

APPENDIX II

- 2 Estimation of the average breeding value of different categories of breeding animals 229

APPENDIX III

- 3 Derivation of factors for correcting for herd size and estimation of the genetic level of the herds 231
- 3.1 Estimation of the regression of a herd's true deviation (B) on the herd's observed deviation (B_n) 231
- 3.2 Estimation of the regression of a cow's deviation from a true herd average on the actual deviation from the herd average 232
- 3.2.1 The corrected herd-mate average is used as herd average 233
- 3.2.2 The cow is included in the herd average 235
- 3.2.3 Proof of $P_5 = b_P / p_4 P_4$ 236
- 3.3 Derivation of formulas for herd heritabilities 239
- 3.4 Derivation of formulas for estimating herd indexes and the corresponding accuracies, standard deviations and standard errors 239
- 3.4.1 Use of the pedigree-index 241
- 3.4.2 Use of the combined index 242
- 3.4.3 The correlation between the combined indexes of cows from the same herd 242

APPENDIX IV

- 4 Derivation of the weighting factors when using incomplete lactations to estimate breeding values 244
- 4.1 Assessment of a cow on the basis of one incomplete lactation 245
- 4.2 Assessment of a cow on the basis of n complete and one incomplete lactation 247
- 4.3 Assessment of a bull on the basis of n daughters' test-indexes based on incomplete lactations of equal length 249
- 4.4 Derivation of weighting factors to update a bull's test-index based on incomplete and on complete lactations 253
- 4.4.1 The combined indexes of the dams of the bull's daughters 253

APPENDIX V

- 5 Derivation of weighting factors for the updating procedure when the breeding goal is an aggregate genotype 256
- 5.1 The test-index for a cow with one lactation 257
- 5.2 A bull's test-index based on the daughters' first lactation 261
- 5.3 Derivation of weighting factors for updating a cow's test-index at different heritabilities for first and for subsequent lactations 262
- 5.4 Derivation of weighting factor and accuracy when using the average of n lactations with different heritabilities 263
- 5.5 Derivation of weighting factors for estimating a cow's test-index, when the genetic correlation between first and subsequent lactations differs from unity 266
- 5.6 Derivation of weighting factors for estimating the combined index 266

APPENDIX VI

- 6 Derivation of weighting factors for updating the bulls' test-indexes, when taking into account the daughters' distribution over herds 269

KAPITEL I

1 Indledning

Gennem hele indeværende århundrede har der i den vestlige verden været en betydelig stigning i de fleste husdyrarters produktivitet. Som eksempel herpå kan anføres, at der i grove træk er sket en fordobling af den årlige mælke- og smørfedtydelse pr. ko i Danmark, en fordobling af antal æg pr. høne pr. år og en halvering af ryg- og sidespæktykkelsen hos slagtesvin af Dansk Landrace i denne periode

Disse og mange tilsvarende ændringer er resultatet af et samspil af en række forskellige forhold, hvoraf især må fremhæves bedre fodermidler, fodringsmetoder, staldforhold, pasning, veterinære foranstaltninger, alvsmetoder og avlsforanstaltninger.

Desværre kan det ikke med rimelig sikkerhed afgøres, hvor stor en del af de opnåede forbedringer disse faktorer hver især har bidraget med, men den avlsmæssigt betingede del har utvivlsomt udgjort en stadig større del, jo nærmere vi kommer nutiden. Således kan de seneste års eksplosive udvikling inden for slagtekyllingeproduktionen, hvor det er lykkedes at reducere den tid, der medgår til produktion af en 1400 g kylling fra 80 dage i 1958 til kun 40 dage i 1976, ifølge Sørensen (1977) tilskrives *genetiske ændringer* fremkaldt ved stærk selektion i forbindelse med en udnyttelse af artens korte generationsinterval.

Også fremover vil avlsarbejdets resultater blive af fundamental betydning for husdyrproduktionen, ikke alene i den vestlige verden men også i verden som helhed. Dette skyldes, at den teknologiske udvikling – kunstig sædooverføring, dybfrysning af store sædmængder, elektronisk databehandling, ægtransplantation, scanning o.s.v. – sammen med en bedre forståelse af den kvantitative genetik har givet avlsarbejdet nye dimensioner. Det er således i dag muligt rent avlsmæssigt at ændre de fleste af vore husdyrarters egenskaber med en hastighed, der i forhold til arternes naturlige udviklingsforløb er kolossal stor, og som selv for flere af nutidens genetikere kan forekomme betænkelig. Det sidste fremgår blandt andet af, at der i de senere år ikke alene i skrift og tale (Lerner og Donald 1966 og Majjala 1970) men også i praksis (Christensen 1971, Bowman 1974 og Rendel 1975) er taget de første skridt til at konservere arveanlæg fra nutidens husdyr. Disse betænkeligheder bør ikke negligeres, men heller ikke afholde nogen fra fuldt ud at anvende de redskaber, der i dag er til rådighed til at forøge og forbedre den totale husdyrproduktion som et vigtigt led i bestræbelserne på at forsyne verdens befolkning med fødevarer af høj ernæringsmæssig værdi.

Det var først og fremmest Fischer (1918) og Wright (1921), der grundlagde det teoretiske fundament for den kvantitative genetik, som nutidens avlsarbejde er

baseret på. Teorien bygger på de mendelske love om nedarvning, idet det antages, at enhver kvantitativ egenskab kontrolleres af mange loci, hvis gener følger de kendte mendelske spaltningsforhold. Udviklingen i de år, der fulgte efter, bestod ifølge Falconer (1964) hovedsagelig af en nærmere udformning og tydeliggørelse af teorien samt udfyldning af manglende detaljer. Foruden Fischer og Wright selv samt J. B. S. Haldane var det især J. L. Lush og hans elever L. N. Hazel, C. R. Henderson, G. E. Dickerson og A. Robertson, der bidrog til dette arbejde, som har bevirket, at vi i dag kan basere avlsarbejdet på et meget solidt teoretisk grundlag.

I lighed med Falconer gav også Robertson allerede midt i 60'erne (Robertson 1966) udtryk for den opfattelse, at den væsentligste del af teorien bag de kvantitative egenskabers genetik var færdigudviklet. Dette synspunkt deles af Cunningham (1976), der anfører, at de basale modeller til beskrivelse af kvantitativ variation ikke kan forventes at blive væsentlig bedre i fremtiden.

Men dette, at den grundlæggende del af teorien bag den kvantitative genetik i store træk kan betragtes som færdigudviklet, er langt fra ensbetydende med, at der ikke længere er behov for forskning og udviklingsarbejde på avlsområdet. Kun en forsvindende lille del af de enorme genetiske ressourcer, der eksisterer i form af en potentiel ændring af husdyrarternes oprindelige egenskaber, udnyttes i dag. Der er derfor stadig brug for at frembringe nye og bedre avlsmæssige redskaber til at fremme udnyttelsen af disse ressourcer. Ligeledes er der et udpræget behov for at formidle den avlsmæssige viden på en lang række områder, således at den bliver omformet og markedsført på en sådan måde, at den kan accepteres og dermed udnyttes effektivt i praksis. Det sidste er et forsømt område i de fleste lande verden over (Lerner og Donald 1966, Lindstrøm 1974).

Inden for renavlens regie er der to hovedbetingelser for at frembringe en varig avlsmæssig forbedring af en races egenskaber. For det første må der foretages en avlsværdivurdering af potentielle forældre til den næste generation, og for det andet må der ske en udvælgelse af avlsdyr på grundlag af denne avlsværdivurdering. Jo større sikkerhed avlsværdivurderingen foretages med, og jo stærkere selektion der foretages på grundlag af avlsværdivurderingerne, desto større avlsmæssige forbedringer sker der fra generation til generation. Hos kvæget var selektionsintensitetens øvre grænse tidligere bestemt af køernes og tyrenes naturlige reproduktionsevne målt som antallet af levedygtige og frugtbare afkom pr. dyr. Den kunstige sædooverførings indføring i kvægavlen, begyndende med E. Sørensens banebrydende forsøg på Samsø (Sørensen 1939), betød, at tyrene pludselig fik en næsten ubegrænset reproduktionsevne, hvilket gav mulighed for at udøve et meget stærkt selektionspres på tyrene. Andre forhold som populationens størrelse, afprøvningskapaciteten og faren for indavl sætter i dag den øvre grænse for selektionsintensiteten på handysiden i kvægavlen. På hundysiden er det stadig reproduktionsevnen, der sætter

den øvre grænse for selektionsintensitetens størrelse, og da antallet af kalve pr. ko er lavt, bliver også selektionsintensiteten for brugskøerne lav. Ved udvælgelse af mødre til nye avlstyre (tyremødre) kan selektionsintensiteten imidlertid blive meget høj. Dette skyldes, at det antal nye tyre og dermed også antallet af tyremødre, der skal anvendes årligt, er beskedent i forhold til det antal køer, der er at vælge blandt. Det er dog en forudsætning, at udvælgelsen sker blandt en stor procentdel af racens køer og ikke på forhånd er henlagt til specielle avlsbesætninger.

Selektionsintensitetens størrelse for tyre og tyremødre er således i dag først og fremmest bestemt af det avlssystem (avlspan), der søges gennemført af den pågældende populations avlsledelse. Dette er utvivlsomt hovedårsagen til, at selektionsintensiteten ikke i særlig grad har været i genetikernes søgelys, selv om den naturligvis er indgået som en væsentlig faktor i de optimeringsprocesser, der ligger til grund for de senere års udarbejdelse af detaljerede avlsplaner for store populationer (jvf. oversigtsartikel af Miller 1977). Anderledes forholder det sig derimod med *sikkerheden* ved avlsværdivurderingen, som er den anden afgørende faktor i avlsarbejdet. Med den kunstige sædooverførings udbredelse blev det klart, at en bedre avlsværdivurdering af tyrene var nødvendig, såfremt de nye udvælgelsesmuligheder skulle udnyttes fuldt ud. Den kunstige sædooverføring var imidlertid i sig selv en nøgle til at åbne vejen for en hurtigere og betydelig sikrere avlsværdivurdering af tyre end ved »moder-datter sammenligninger«, som på daværende tidspunkt var den mest anvendte metode. Avlsværdivurderingen kunne nu foretages med betydelig sikkerhed på grundlag af store afkomsgrupper bestående af jævaldrende halv søskende frembragt ved kunstig overføring af sæd fra de tyre, der skulle vurderes. Grundlæggende for sådanne vurderinger blev den af Robertson og Rendel (1954) beskrevne britiske metode »Contemporary Comparison« og den tilsvarende amerikanske metode »Herdmate Comparison«, som blev beskrevet af Henderson et al. (1954). Disse former for afprøvning blev i høj grad en biometrisk udfordring, idet de i praksis byder på en lang række genetiske, statistiske og – i de senere år – også EDB-mæssige problemer. Resultatet er, at avlsværdivurdering af tyre i de seneste årtier har været og stadig er et af de mest yndede objekter for husdyrgenetikernes forskningsaktiviteter. At dette arbejde ikke har været forgæves kan blandt andet ses af, at en lang række lande verden over i dag anvender effektive metoder til avlsværdivurdering af tyre på grundlag af døtrene ydelse i ydelseskontrollerede besætninger fra felten (jævnfør undersøgelse af Gravert 1976). Men selv om der i mange lande arbejdes med en meget betydelig sikkerhed ved avlsværdivurderingen af hovedparten af de tyre, der anvendes til kunstig sædooverføring, er der intet, der tyder på, at forskningsaktiviteten på området er stagnerende. Tværtimod har den af Henderson (1973) beskrevne metode til direkte sammenligning af tyre medført en næsten eksplosiv aktivitet på området. Metoden, der er bedst kendt under navnet

»BLUP«, er under givne forudsætninger andre nuværende metoder overlegen eller identisk med disse (Dempfle 1976). Ulemperne ved metoden er, at det endnu er nødvendigt at anvende ret simple modeller med en del forudsætninger, som ikke er holdbare i praksis. Desuden stiller metodens praktiske anvendelse meget store krav til data, til matematikere, statistikere og EDB-programmører samt til EDB-maskinerne både med hensyn til kapacitet (kernelager) og til kørselstid (CPU-tid). Der resterer derfor stadig et betydeligt udviklingsarbejde, før det med sikkerhed kan fastslås, at metoden også i praksis er bedre end andre og simplere metoder. Af denne grund vil forskningsaktiviteterne på området utvivlsomt fortsætte med uformindsket styrke mange år endnu.

Når den opnåede avlsmæssige fremgang i ydelse, som vist i *kapitel IV*, endnu ikke har været tilnærmelsesvis så stor, som der er mulighed for og ønske om i de fleste lande, er dette imidlertid *ikke* udtryk for, at de hidtil anvendte metoder til avlsvurdering af tyre har været dårlige. Utilstrækkelig planlægning og/eller gennemførelse af avlsarbejdet (for lille rekruttering af ungtyre, dårligt rekrutteringsgrundlag, for stærk brug af ventetyre og for ringe brug af virkelig gode tyre) må bære hovedansvaret for den manglende fremgang. Det er derfor nærliggende at antage, at en del af de store ressourcer, der anvendes på udvikling og forbedring af metoder til afkomsundersøgelser for mælkeproduktionssegenskaber, med større fordel kunne anvendes på andre avlsmæssige områder. Bestræbelser på at finde og udvikle nye utraditionelle metoder til at frembringe avlsmæssig fremgang må prioriteres højt i denne sammenhæng. Men samtidig må der lægges mere vægt på de jordnære, men for kvægbrugerne særdeles vigtige opgaver, der ligger i at markedsføre effektive og praktisk gennemførlige avlsplaner, udformet på grundlag af relevant og konkret viden, hvoraf en stor del stadig ligger uudnyttet hen.

Der er næppe tvivl om, at stigende ydelseshøjde også stiller øgede krav til vigtige egenskaber som appetit, frugtbarhed, yver- og patteegenskaber samt køernes generelle sundhedstilstand, herunder kælvningsforløb og evnen til at føde levende kalve. Det er også givet, at med den viden og det avlsapparat, der i dag er til rådighed herhjemme, vil disse egenskaber kunne fremmes betydeligt, såfremt ønsket om dette er stærkt nok. På enkelte undtagelser nær er disse egenskaber indtil dato blevet forsømt i avlsarbejdet til fordel for mælkeproduktionssegenskaberne, hvis store direkte betydning for kvægbrugernes økonomiske resultat er åbenbar for både forskere, avlsledelse og kvægbrugere. Med hensyn til frugtbarhed, yver- og patteegenskaber og generel konstitution er der ydermere forbundet mange vanskeligheder, dels med at få foretaget de nødvendige registreringer i tilstrækkeligt omfang og med rimelig sikkerhed, og dels med at få registreringerne koordineret med andre informationer om samme dyr. På dette trin står stadig tilbage at løse, hvorledes de mange informationer kan oplagres hensigtsmæssigt, og hvorledes de skal kombineres og afvejes for at give det sikrest mulige skøn over hvert enkelt dyrs værdi i avlsmæssig henseende.

Men selv på ydelsessiden er der stadig mange vigtige forhold, som endnu ikke er vist særlig opmærksomhed i avlsarbejdet. Som eksempel herpå kan anføres, at det i mange år har været kendt, at heritabiliteten for ydelsen i 1. laktation er højere end for de senere laktationer (Johansson 1955), at den genetiske korrelation mellem de enkelte laktationer er mindre end én (Barker og Robertson 1966), at anvendelse af afkortede laktationer og stamtavle-oplysninger kan være af stor betydning ved avlsværdivurderingen af køer og tyre, at avlsværdien af mødrene til de køer, tyrenes afkomsundersøgelser baseres på, kan spille en betydelig rolle for tyrenes afprøvningsresultater, og at variationen i ydelse er større i højtydende end i lavtydende besætninger. Kun få har imidlertid gjort brug af disse ikke uvæsentlige kendsgerninger ved avlsværdivurderingen i praksis, hvilket blandt andet fremgår af undersøgelserne af Gravert (1976), Gaillard et al. (1977) og Philipsson (1978).

Den væsentligste årsag til, at der ikke i tilstrækkelig grad er taget hensyn til sidstnævnte forhold, må søges i de teoretiske og tekniske vanskeligheder, der er forbundet dermed. I denne sammenhæng kommer etableringen af en såkaldt *avlsmæssig databank* ind i billedet. Det stigende behov for og nytten af at få etableret en sådan databank er især understreget af Skjervold (1968a og 1970) af Gjedrem (1969) og senere af Rønningen (1972 og 1974). Ved en databank forstås her et lettilgængeligt lager af data indeholdende alle relevante *avlsmæssige* oplysninger om en enkelt eller flere egenskaber hos hvert dyr i en nærmere fastsat del af en given population. Formålet med en databank er først og fremmest at formidle, at der på et hvilket som helst tidspunkt kan indhentes oplysninger om et vilkårligt dyrs øjeblikkelige *avlsmæssige* status, hvorved forstås dyrets opdaterede (ajourførte) forventede avlsværdi for den eller de egenskaber, databanken omfatter. En databank må følgelig opbygges således, at der kontinuerligt kan indgå nye oplysninger til supplerende af tidligere oplysninger og udgå oplysninger, som ikke længere har *avlsmæssig* interesse.

Et primært spørgsmål i denne sammenhæng er, hvorledes den samlede mængde af informationer om et givet dyr skal afvejes og kombineres for at få det bedst mulige skøn over dyrets sande avlsværdi. Et andet problem ved opbygning og anvendelse af en databank er, hvorledes den samlede informationsmængde om dyrene kan komprimeres uden at gå på akkord med databankens effektivitet. Selv med moderne EDB-udstyr er den samlede datamængde ofte så omfattende, at det af økonomiske grunde er urealistisk at forestille sig, at både alle tidligere oplysninger af vigtighed og den strøm af nye oplysninger, der kontinuerligt tilføres databanken, kan oplagres direkte i denne i ubehandlet form. Dette problem er også behandlet af Rønningen (1972 og 1974).

Inden for malkekvægavlen er det særlig vigtigt at få etableret en databank, ved hvis hjælp der efter ønske kan udskrives en ajourført beregnet ydelsesmæssig avlsværdi for et hvilket som helst dyr (køer, tyre og opdræt) i populationen. I et sådant avlsværdital bør det væld af oplysninger, der normalt knytter sig til

anerne i dyrets stamtavle, naturligvis indgå. For køernes vedkommende må der tillige tages hensyn til egne laktationsydelser, og for tyrene må der tages hensyn til døtrenes ydelse og om muligt også til den avlsmæssige værdi af døtrenes mødre og staldkammerater. Der må således forefindes oplysninger om mindst fire generationer samtidig for at sikre den bedst mulige avlsværdiurdering af alle dyr.

Da det som tidligere anført ydermere må forventes, at der fremover bliver et stadigt stigende behov for at medtage flere egenskaber i avlsværdiurderingen, er det indlysende, at en databank for en population på blot f.eks. 100.000 køer vil være uhyre pladskrævende. Da såvel mængden som arten af informationer vil variere betydeligt fra dyr til dyr, er det ligeledes indlysende, at en samlet avlsværdiurdering af hvert enkelt dyr ikke alene vil være meget kompliceret i genetisk og statistisk henseende, men også vil være meget tidskrævende. EDB-mæssigt, medmindre der udvikles forenklede systemer.

Det primære formål med nærværende afhandling er at udvikle og beskrive en metode til avlsværdiurdering af dyr ved hjælp af en speciel teknik, som i afhandlingen er kaldt *direkte opdatering*. Den pågældende metodes fordele ligger i, at den i sammenligning med andre metoder er forholdsvis enkel, hurtig og dermed billig at anvende. Desuden muliggør metoden, at en større del af den samlede informationsmængde om de enkelte dyr kan inddrages i vurderingerne med henblik på at forøge de beregnede avlsværditalssikkerhed.

I afhandlingen diskuteres, hvorledes den pågældende metode kan bruges til etablering og anvendelse af en databank for kvægavlsarbejdet. Afhandlingen er først og fremmest centreret om de mange problemer omkring den ydelsesmæssige avlsværdiurdering af tyre, køer, opdræt og hele besætninger, men den pågældende metode kan tillige anvendes på andre egenskaber og andre dyrearter end kvæget.

Anvendelse af metoden gennem oprettelse af en databank for kvægavlen vil åbne mulighed for, at alle, der har indflydelse på selektionen af avlsdyr (kvægbrugere, kvægavls- og raceforeninger m.v.) kontinuerligt kan forsynes med relevante, opdaterede og let forståelige avlsværdital som et led i den service, der i øvrigt gives overfor disse enkelt-bedrifter og foreninger.

KAPITEL II

2 Avlsmål

Det første vigtige skridt ved planlægningen af avlsarbejdet for en given population er at opstille relevante og veldefinerede avlsmål. For malke- og kombinationsracernes vedkommende er dette en vanskelig opgave, dels fordi der bør tages mange egenskaber med i overvejelserne, og dels fordi avlsarbejdet i sig selv er kompliceret og har konsekvenser, der rækker langt ind i fremtiden.

For at sikre en rimelig avlsmæssig fremgang er det imidlertid vigtigt, at avlsarbejdet koncentrerer sig om at forbedre de egenskaber, som enten har direkte økonomisk betydning for kvægbruget – og dermed for samfundet – og/eller har betydning for kvægbrugerens og staldpersonalets trivsel i det daglige arbejde med kvæget.

Ved fastlæggelsen af avlsmålene er det derfor nærliggende at stille spørgsmålet: »Hvad betinger, at en aktiv kvægbruger er tilfreds med en given ko«? Forudsættes, at kvægbrugerens selv passer køerne og skal have en rimelig afkastning af kvægholdet, vil svaret på spørgsmålet især centreres om følgende 6 punkter, der kan betragtes som primære avlsmål:

1. At koen kan præstere en høj ydelse af god kvalitet.
2. At den kælder regelmæssigt efter et kort kælvningsinterval.
3. At den kælder let og ubesværet og føder livskraftige kalve.
4. At den er let at malke og omgås.
5. At den kan gå og stå ubesværet.
6. At den har stor modstandskraft over for sygdomme.

Er der tale om en kombinationsrace, må de vigtigste kødproduktionsegenskaber – herunder især tilvækst, foderudnyttelse og slagte kvalitet – naturligvis med ind som primære avlsmål.

For at iværksætte et avlsprogram er det endvidere nødvendigt at registrere en lang række egenskaber, som har direkte eller indirekte indvirkning på de anførte avlsmål. På grundlag af disse egenskabers variation og indbyrdes sammenhæng samt deres fænotypiske og genetiske relationer til det pågældende avlsmål kan der ved hjælp af selektionsindeksmetoden (Hazel 1943) beregnes et sæt vægtfaktorer til brug for avlsværdiudvælgelsen af de potentielle avlsdyr.

Med henblik på at give så nuanceret et billede som muligt af de enkelte dyrs avlsværdi bør der beregnes et avlsværdital for hvert avlsmål. Ofte vil det være hensigtsmæssigt med en yderligere opdeling af et givet avlsmål i delmål. Eksempelvis kan avlsværditallet for malkbarhed i bredere betydning (punkt 4)

være sammensat af et avlsværdital for yveregenskaber, ét for patteegenskaber og ét for evnen til at tømme yveret hurtigt og fuldstændigt. Avlsværditalet for yveregenskaber kan med fordel sammensættes af avlsværdital for enkeltegenskaber f.eks. yverets form, ophængning, elasticitet m.v., og avlsværditalet for patteegenskaber kan være sammensat af avlsværdital for f.eks. patternes længde, tykkelse, form o.s.v.

Ved at beregne og offentliggøre alle avlsværdital afskæres ingen for muligheden for at »kombinere«, d.v.s. at lade tyrevalget være afhængigt af egenskaberne hos den ko, der skal insemineres, således som foreslået af Allaire (1976). Endvidere giver det mulighed for at sætte kraftigt ind på et givet område, som af en eller anden årsag prioriteres højt af den pågældende kvægbruger, kvægavls- eller raceforening. Imidlertid er det overordentlig vigtigt, at der foretages en *samlet vurdering*, ikke alene af hvert enkelt avlsmål for sig, men også for alle avlsmål tilsammen, således at al den viden, der er til rådighed, når udvælgelsen skal ske, udnyttes maksimalt. Også ved denne vurdering er selektionsindeksmetoden et uvurderligt hjælpemiddel.

I resten af dette og i de følgende kapitler behandles kun et enkelt avlsmål (avlsmålet for ydelse), idet de metoder og principper, der beskrives i denne sammenhæng, også kan anvendes på andre avlsmål.

2.1 Avlsmål for ydelse

Ved fastlæggelsen af det ydelsesmæssige avlsmål er der to vigtige spørgsmål at overveje. For det første skal det afgøres, hvilke ydelsesegenskaber, mælke-mængde, fedt%, protein%, smørfedtmængde eller proteinmængde der skal prioriteres højest. For det andet skal der tages stilling til, hvor mange og hvilke laktationer der skal inddrages i avlsmålet, og – hvis der medtages flere – hvilken vægt de skal tillægges i forhold til hinanden.

Et tredje forhold, som også kunne komme ind i billedet, er spørgsmålet om måleperiodens længde, men da de enkelte laktationers første 305 dage i dag er almindelig anerkendt som internationalt fællesmål og efter alt at dømme fungerer udmærket, skal der meget vægtige grunde til for at forlade dette mål.

2.1.1 Mælk, smørfedt eller protein

Som det fremgår af Majjala og Hannas (1974) oversigtsartikel, er der i en lang række forskellige undersøgelser fundet, at både den fænotypiske (r_p) og den genetiske korrelation (r_A) mellem mælke-mængde på den ene side og henholdsvis fedt% eller protein% på den anden er negative og af næsten samme størrelsesorden ($r_p = -0,2$ og $r_A = -0,3$). Udvalgelse efter højere fedt% eller protein% vil derfor bevirke et fald i mælkeydelsen. Ifølge blandt andre Butcher et al. (1967), Gaunt et al. (1968), Mygind-Rasmussen (1970), Jensen (1971) og Bergmann (1977) bliver resultatet derfor, at der kun opnås en meget beskedent fremgang i produktionen af smørfedt og protein ved selektion for fedt% eller

protein%. Det kan derfor konkluderes, at de anførte procenttal er dårligt egnede som selektionskriterier for ydelse.

Selektion for mælkemængde vil medføre et fald i både fedt% og protein%. Imidlertid vil fremgangen i mælkemængden ifølge Cunningham (1974) og Petersen og Mygind-Rasmussen (1974) kompensere for dette fald, således at fremgangen i såvel protein- som smørfedtmængden næsten bliver af samme størrelsesorden som ved direkte udvalg for disse to egenskaber. Det samme gælder ifølge Syrstad (1971a) ved anvendelse af 4% mælk som selektionsgrundlag.

På længere sigt må selektion for mælkemængde og det deraf følgende fald i fedt% og protein% betragtes som værende uheldigt, blandt andet fordi de meget store mælkemængder efterhånden kan blive en belastning for køernes malkeorganer og mobilitet. Både smørfedt- og proteinmængden er *positivt* korreleret med mælkens fedt% og protein% og udgør endvidere den altovervejende del af mælkens næringsværdi. Disse to egenskaber tilsammen må derfor betragtes som det primære avlsmål for ydelse.

Ifølge Butcher et al. (1967), Christensen (1968), Gaunt et al. (1968), Bergmann (1971), Roos (1971), Jensen (1971) og Tong et al. (1977) er den genetiske korrelation mellem protein- og smørfedtydelsen imidlertid meget høj (0,8–0,95). De to egenskaber vil derfor ændre sig i takt uanset hvilken af dem, der anvendes som selektionsgrundlag. Eftersom mælkens proteinindhold endnu ikke registreres i samme omfang som fedtprocenten, er smørfedtmængden absolut velegnet som avlsmål og selektionsgrundlag, indtil proteinprocenten bliver registreret i større omfang. Ifølge Petersen og Mygind-Rasmussen (1974) og Petersen (1975) vil fremgangen i proteinmængde dog være 14% mindre ved selektion for smørfedtmængde end ved direkte selektion for proteinmængde. Til gengæld er fremgangen i smørfedt 18% større, når smørfedtmængden er selektionsgrundlag, end når proteinmængden lægges til grund. Teoretisk må foretrækkes et avlsmål baseret på såvel smørfedtmængde som proteinmængde, hver tillagt en relativ værdi svarende til den forventede fremtidige værdi af disse produkter.

2.1.2 *En eller flere laktationer*

Det er velkendt, at første laktation afviger fra senere laktationer, ikke alene med hensyn til ydelseshøjden men også med hensyn til andre forhold såsom variation og heritabilitet. Endvidere er det veldokumenteret (jævnfør oversigt-artikel af Maijala og Hanna 1974), at den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer ikke er 1,0, men af størrelsesordenen 0,85. Ydelsen i første og senere laktationer kan derfor betragtes som forskellige egenskaber med stærk genetisk sammenhæng.

I erkendelse af disse forhold anbefalede Barker og Robertson (1966) at inddrage alle laktationer i avlsmålet for ydelsen, hvilket kunne ske ved f.eks. at afveje de enkelte laktationer efter deres frekvens i den pågældende population.

I praksis er der imidlertid ikke taget særligt hensyn til, at den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer er mindre end én. Således vurderes tyrene som regel alene på grundlag af ydelsen i første laktation (Gravert 1976 og Gaillard et al. 1977), medens køerne næsten altid vurderes på grundlag af flere laktationer uden dog at tage hensyn til den genetiske korrelation mellem laktationerne (Philipsson et al. 1978). Dette bevirker, at såfremt avlsmålet er udvoksede køers ydelse, vil tyrenes avlsværdier overvurderes betydeligt i forhold til køernes, og også den forventede avlsmæssige fremgang som følge af et givet avlsprogram vil overvurderes. Er avlsmålet derimod alene ydelsen i første laktation, overvurderes køer med flere laktationer – herunder tyremødrene – og dermed overvurderes også den forventede avlsmæssige fremgang. Det er således ikke uden betydning, at det opstillede avlsmål er veldefineret, og at det er ens for alle kategorier af avlsdyr. Det sidste er understreget af Gjedrem (1972) og Philipsson et al. (1978).

På denne baggrund forekommer følgende definition af det ydelsesmæssige avlsmål (A) at være relevant, og den vil derfor blive anvendt i nærværende arbejde:

$$A = v_1 A_1 + v_2 A_2 \quad (1)$$

hvor A_1 = den sande additive genetiske værdi af smørfedtydelsen i de første 305 dage af første laktation

A_2 = den sande additive genetiske værdi af smørfedtydelsen i de første 305 dage af senere laktationer

v_1 = den relative værdi af A_1

v_2 = den relative værdi af A_2

Størrelsen af v_1 og v_2 kan, som foreslået af Barker og Robertsson (1966), fastsættes som frekvensen af henholdsvis første og senere laktationer i den pågældende population. Der er dog flere ting, der taler for, at første laktation tillægges større vægt, end dens aktuelle frekvens betinger. Således må alle køer i sagens natur påbegynde en første laktation, og de må endvidere nødvendigvis fuldføre denne, før en ny laktation kan påbegyndes. I de fleste populationer vil første laktation derfor give et større bidrag til den samlede produktion end nogen anden laktation. Et andet forhold, der taler for at favorisere første laktation, er, at det – andre forhold lige – fra et økonomisk synspunkt er bedre, at køernes ydelse er faldende med alderen end stigende.

Til gunst for at tillægge første laktation en særlig værdi taler endvidere, at dette vil virke reducerende på generationsintervallets længde, ikke mindst på hundrysiden.

På denne baggrund foreslås, at A_1 og A_2 får nøjagtigt samme vægt (v) i avlsmålet, der følgelig kan skrives:

$$A = v (A_1 + A_2) \quad (2)$$

Konsekvenserne af at anvende dette avlsmål i sammenligning med andre avlsmål, i hvilke de enkelte laktationer gives forskellig vægt, er diskuteret nærmere i *kapitel VII*.

Sluttelig skal anføres, at det forhold, at *avlsmålet* omfatter alle laktationer, ikke er ensbetydende med, at beregningen af de enkelte dyrs *avlsværdital* med fordel kan baseres på flere laktationer. Andre forhold spiller ind, f.eks. generationsintervallets længde og den selektion, der sker fra laktation til laktation. Som der senere skal vendes tilbage til, kan det således næppe anbefales at anvende døtrenes anden og senere laktationer ved afkomsundersøgelse af tyre.

2.2 Konklusion

På baggrund af de resultater og overvejelser, der er diskuteret i nærværende kapitel, foreslås:

1. At den producerede smørfedtmængde anvendes som primært avlsmål for ydelse, indtil mælkens proteinindhold bliver registreret i større omfang, end tilfældet er i dag. Når dette sker, bør såvel proteinmængden som smørfedtmængden indgå i avlsmålet.
2. At der som måleperiode fortsat anvendes laktationens første 305 dage, som er et internationalt fællesmål.
3. At der anvendes samme avlsmål for alle dyr uanset køn og alder.
4. At første laktation betragtes som én egenskab og senere laktationer som en anden.
5. At begge disse egenskaber indgår i avlsmålet.
6. At første laktation tillægges relativt stor vægt i dette avlsmål, f.eks. 50%.

KAPITEL III

3 Direkte opdatering

Som anført i *kapitel I* er et af de primære spørgsmål i avlsarbejdet, hvorledes den samlede mængde af oplysninger om hvert enkelt dyr skal afvejes for at få det bedst mulige skøn over dyrets sande avlsværdi. Dette komplicerede spørgsmål er behandlet af blandt andre Le Roy (1955), Osborne (1957), Jardin (1958), Robertsson (1959), Skjervold og Ødegaard (1959), Young (1961), Becker (1967) og Skjervold (1968b). Resultaterne fra disse arbejder er imidlertid meget vanskelige at anvende i praksis (Rønningen 1972). Dette skyldes, at informationsmængden som regel varierer meget fra dyr til dyr, og for hver kombination af informationer må der konstrueres et tilsvarende sæt vægtfaktorer. Ligeledes må der beregnes et helt nyt sæt vægtfaktorer, hver gang der indløber ny information, enten om dyret selv, om dets aner eller dets afkom.

Forenklete metoder til at overkomme dette problem ved avlsværdiurdering af smørfedydelsen og/eller mælkeydelsen hos kontrollerede køer er beskrevet af Syrstad (1971b), Ovesen (1971), Colleau og Poutous (1973), Gustafson et al. (1975) og Powell et al. (1976). Disse metoder, der alle er taget i anvendelse i praksis, bygger på selektionsindeksteorien og resulterer i et beregnet avlsværdital, som næsten er identisk med et selektionsindeks beregnet på grundlag af samme informationer. Rønningen (1972) har anvist en forenklet metode ved anvendelse af sub-indekser, ved hvis hjælp informationer om tre egenskaber kan lagres og kombineres til et indeks, som med god tilnærmelse kan anvendes som substitution for et fuldstændigt selektionsindeks.

I det følgende er udviklet og beskrevet en alternativ avlsværdiurderingsmetode. Metoden, som er givet betegnelsen »direkte opdatering« gør brug af tre typer af selektionsindekser. Det første af disse indekser har betegnelsen *afstammingsindekset* (I_1), idet det er et selektionsindeks baseret på alle informationer i dyrets stamtavle. Alle dyr tænkes straks ved fødslen forsynet med et sådant indeks, og dette indeks vil blive opdateret (ført »up to date«), hver gang der indløber nye informationer om de dyr, der indgår i det pågældende dyrs stamtavle. Det andet indeks, som metoden gør brug af, kaldes *afprøvningsindekset* (I_2). Dette indeks er baseret på alle oplysninger og dyrets egne præstationer og/eller om præstationer hos dyrets afkom. Også dette indeks opdateres, hver gang der indløber nye informationer, som har indflydelse på indekset. Det tredje og sidste indeks, metoden gør brug af, er givet betegnelsen *kombinationsindekset* (I_3). Dette indeks beregnes på grundlag af afstammingsindekset og afprøvningsindekset og vil følgelig give en samlet vurdering af alle de informationer, der har betydning for det pågældende dyrs avlsmæssige overlegenhed på det pågældende tidspunkt. Alle tre indekser er målt i absolutte enheder (kg

smørfedt) og er udtryk for dyrenes forventede *avlsmæssige overlegenhed* beregnet på grundlag af de informationer, der indgår i det pågældende indeks.

For at illustrere, hvorledes metoden fungerer, er dens hovedprincipper beskrevet i det følgende. Ved denne gennemgang er det antaget, at metoden ønskes anvendt til opbygning af en databank indeholdende oplysninger om smørfedtydelsen hos samtlige køer og opdræt i den del af populationen, der er tilsluttet ydelseskontrollen. Endvidere skal databanken naturligvis omfatte alle populationens potentielle avlstyre.

For at forenkle problemstillingen forudsættes i det følgende:

- at alle laktationer er korrigeret til 1. kalvs køers niveau, og at der endvidere er taget hensyn til effekten af uvedkommende faktorer såsom kælvningsalder, kælvningsår, kælvningssæson, kælvningsinterval, besætningsniveau, besætningsstørrelse m.v.,
- at alle laktationer, efter at korrigeringen er foretaget, har samme fænotypiske og genetiske spredning og dermed også samme heritabilitet,
- at den fænotypiske korrelation mellem to vilkårlige laktationer er lig med *gentagelseskoefficienten* (r),
- at den genetiske korrelation mellem to vilkårlige laktationer er lig med én svarende til, at $A_1 = A_2$ i ligning (1),
- at intraklassekorrelationen (t) mellem halvsøskende er lig med $\frac{1}{4} h^2$,
- at den avlsmæssige fremgang pr. tidsenhed kendes.

Flere af disse forudsætninger er ikke til stede i praksis, og det er derfor i de følgende kapitler diskuteret, hvilken indflydelse dette har på avlsværdiurderingen, og hvorledes der kan tages højde for dette i beregningerne.

3.1 Afprøvningsindekset (I_2)

Opbygningen af databanken påbegyndes ved at optage alle dyr af avlsmæssig interesse. Der bør om muligt gås tilbage i tiden indtil det tidspunkt, hvor afstammingsoplysninger om de ældste dyr, der optages, er af så gammel dato, at de ikke længere har interesse for nutidens avlsarbejde. Dyrene opdeles i to grupper, én med hundyr (køer og opdræt) og én med potentielle avlstyre. Dyrene sorteres i faldende orden *efter alder* og forsynes med begge forældres identifikationsnummer for at holde forbindelse mellem generationerne. For køernes vedkommende kan sorteringen efter alder ske inden for besætninger. Køer, som har ydelsesresultater, og tyre, hvis døtre har ydelsesresultater, forsynes med et *afprøvningsindeks* (I_2) samt sikkerheden på dette.

Sikkerheden på et indeks (I_s) er i det følgende defineret som kvadratet på korrelationen mellem indekset og den sande avlsværdi (A). Denne sikkerhed (r_{IA}^2) vil i det følgende blive betegnet som r_x^2 .

For køernes vedkommende beregnes afprøvningsindekset efter formlen:

$$I_2 = \frac{n h^2}{1 + (n-1) r} \bar{P}$$

$$\text{og dets sikkerhed som: } r_2^2 = \frac{n h^2}{1 + (n-1) r}$$

hvor n = antal laktationer

$\bar{P}$ = koens korrigerede gennemsnitsydelse målt som afvigelse fra racens gennemsnit.

Er der tale om en tyr, beregnes afprøvningsindekset som:

$$I_2 = \frac{n \frac{1}{2} h^2}{1 + (n-1) t} \bar{P}$$

$$\text{og dets sikkerhed som: } r_2^2 = \frac{n \frac{1}{4} h^2}{1 + (n-1) t}$$

hvor n = antal døtre

$\bar{P}$ = døtregruppens korrigerede ydelse målt som afvigelse fra racens gennemsnit.

Når alle dyr er optaget i databanken med eget og forældrenes identifikationsnummer, og de ældre dyr tillige er forsynet med et afprøvningsindeks samt med sikkerheden på dette, skal databanken jævnlgt *opdateres*.

Der er tre årsager til dette:

- 1) De dyr, der er født siden forrige opdatering, skal optages i databanken. I første omgang indgår disse dyr med eget samt begge forældres identifikationsnummer.
- 2) Der er fremkommet nye oplysninger om en del af de dyr, der allerede er optaget i databanken. Nogle af disse har i forvejen et afprøvningsindeks, som må opdateres, og for de andre må der for første gang beregnes et afprøvningsindeks med tilhørende sikkerhed.
- 3) Der har været avlsmæssig fremgang i populationen, og de dyr, der allerede har et indeks, må have dette korrigeret for denne fremgang.

3.1.1 Opdatering af køernes afprøvningsindekser

Hver gang en ko afslutter en ny laktation, må dens afprøvningsindeks naturligvis justeres. Eftersom alle oplysninger om koens tidligere præstationer er samlet i afprøvningsindekset og dets sikkerhed, må det nye ajourførte indeks beregnes ud fra disse to størrelser samt koens nye ydelsespræstation P .

Inden beregningerne foretages, korrigeres det gamle indeks for den avlsmæssige fremgang (ΔG) i populationen siden forrige opdatering og får herefter betegnelsen $I_.$. Denne korrektion foretages efter formlen:

$$I_ = I_2 - r_1^2 \cdot \Delta G \quad (3)$$

Sikkerheden $r_{1,A}^2 = r^2$ er upåvirket af denne korrektion.

Beregningen af det nye indeks foretages derefter ved hjælp af ligningen:

$$I_2 = b_1 I_1 + b_2 P \quad (4)$$

Som vist i *appendiks 1.1* kan vægtfaktoren i denne ligning beregnes som henholdsvis:

$$b_1 = \frac{h^2 (1-r)}{h^2 - r^2 r^2} \quad (5)$$

$$\text{og } b_2 = \frac{(1-b_1) h^2}{r} \quad (6)$$

Sikkerheden på det nye indeks kan beregnes som:

$$r_2^2 = r^2 b_1 + b_2 \quad (7)$$

Heraf ses, at både vægtfaktorerne til beregning af det nye afprøvningsindeks og sikkerheden på dette indeks kan udtrykkes alene ved sikkerheden på det gamle afprøvningsindeks og de kendte parametre h^2 og r . Dette indebærer, at det ikke længere er nødvendigt at oplagre alle tidligere ydelsesinformationer om koen i selve databanken.

I tabel 1 er vist, hvorledes den vægt (b_1), der skal tillægges det gamle indeks (I_1) samt den vægt (b_2), der skal tillægges en ny laktation, afhænger af, hvor mange laktationer der lægges til grund for beregningen af I_2 .

Tabel 1. Vægtfaktorer til opdatering af en kos afprøvningsindeks samt indeksets sikkerhed, spredning og middelfejl ved forskelligt antal laktationer ($h^2=0,20$, $r=0,4$ og $\sigma_A=15$)
Table 1. The weighting factors for updating the test index of a cow and the accuracy, the standard deviation and the standard error of the index on different lactations ($h^2=.2$, $r=.4$ and $\sigma_A=15$)

Antal laktationer		Vægtfaktorer		Sikkerhed r_2^2 Accuracy	Spredning σ_2 Standard deviation σ_2	Middelfejl MF ₂ Standard error SE ₂
Tidligere <i>Number of lactations</i>	Nye	b_1 <i>Weighting factors</i>	b_2			
<i>Previous</i>	<i>New ones</i>	b_1	b_2	r_2^2		
0	1	0.60	0.20	0.20	6.7	13
1	1	0.71	0.14	0.29	8.0	13
2	1	0.78	0.11	0.33	8.7	12
3	1	0.82	0.09	0.36	9.0	12
4	1	0.85	0.08	0.38	9.3	12
5	1	0.87	0.07	0.40	9.5	12
6	1	0.88	0.06	0.41	9.6	11
7	1	0.89	0.05	0.42	9.7	11
8	1	0.90	0.05	0.43	9.8	11
9	1	0.91	0.04	0.44	9.9	11

Som det fremgår af tabellen, tillægges en ny laktation dobbelt så stor vægt, hvis den kommer som den første, end hvis den kommer som den 3. eller 4. laktation. I tabellen er tillige vist, hvorledes sikkerheden og spredningen på indekset stiger betydeligt, medens middelfejlen på indekset kun falder lidt med stigende antal laktationer i indekset. Spredningen på indekset er beregnet som:

$$\sigma_{I_2} = r_2 \sigma_A$$

og middelfejlen på I_2 som:

$$MF_{I_2} = \sqrt{(1-r_2^2) \sigma_A^2}$$

Bemærk i øvrigt, at $r_2^2 = nb_2$ og $b_2 = r_2^2/n$, hvor n er det totale antal laktationer.

3.1.2 Opdatering af tyrenes afprøvningsindekser

De tyre, som siden databankens etablering for første gang har døtre, der har afsluttet en laktation, skal have beregnet et afprøvningsindeks. Endvidere skal de tyre, som i forvejen har et afprøvningsindeks have dette justeret enten som følge af racens avlsmæssige fremgang, og/eller fordi der er fremkommet nye oplysninger om døtrenes ydelser. Inden beregningerne foretages, korrigeres det gamle afprøvningsindeks for avlsmæssig fremgang ved hjælp af (3) og får herefter betegnelsen $I.$. Selve beregningen (opdateringen) af det nye afprøvningsindeks kan – som vist i det følgende – foretages på flere måder.

3.1.2.1 Nye døtre indgår med deres ydelsesafvigelser

Når dette er tilfældet, får indeksligningen følgende udseende:

$$I_2 = b_1 I. + b_2 \bar{P} \quad (8)$$

hvor $I.$ = tyrens »gamle« afprøvningsindeks

$\bar{P}$ = den gennemsnitlige ydelsesafvigelse for n nye døtre efter tyren.

Som vist i *appendiks 1.2.1* kan vægtfaktorerne (b_1 og b_2) i denne ligning samt sikkerheden (r_2^2) på det opdaterede indeks beregnes som henholdsvis:

$$b_1 = \frac{1-a}{1-r_2^2 a} \quad (9)$$

$$b_2 = 2(1-b_1) \quad (10)$$

$$r_2^2 = b_1^2 r^2 + b_2^2 \frac{1}{4a} + b_1 b_2 r^2 \quad (11)$$

$$\text{hvor } a = \frac{n^{1/4} h^2}{1 + (n-1)t}$$

og n = antal nye døtre, d.v.s. det antal døtre, $\bar{P}$ er baseret på.

Metoden kan også bruges for de tyre, der ikke i forvejen har noget afprøvningsindeks, idet r^2 i ligning (9) og (11) da blot sættes lig med 0, hvorved fås:

$$b_1 = 1-a$$

$$b_2 = 2a$$

$$r_2^2 = a$$

Som det fremgår, kan der tages hensyn til alle nye døtre samtidigt, men der kan også tages hensyn til én enkelt datter ad gangen, hvilket kan være en EDB-mæssig fordel, idet indekserne da kan beregnes i én arbejdsgang.

3.1.2.2 Nye døtre indgår med deres afprøvningsindekser

I stedet for at anvende døtrenes ydelsesafvigelse ($\bar{P}$) i indeksligningen, kan *døtrenes afprøvningsindeks* indgå. Fordelen ved dette er blandt andet, at det bliver unødvendigt at oplagre døtrenes ydelsesinformationer i selve databanken. Endvidere er der ved beregningen (opdateringen) af døtrenes afprøvningsindekser allerede taget højde for forstyrrende faktorer, herunder blandt andet besætningsniveau og avlsmæssig fremgang.

Indeksligningen ser i dette tilfælde ud som følger:

$$I_2 = b_1 I_1 + b_2 I_D \quad (12)$$

hvor I_D er den nye datters *afprøvningsindeks*.

Som vist i *appendiks 1.2.2* kan såvel b -værdierne som sikkerheden på det opdaterede indeks ved denne fremgangsmåde udtrykkes alene ved hjælp af sikkerheden på tyrens gamle indeks og sikkerheden på de nye døtres indekser.

3.1.2.3 Der tages hensyn til værdien af mødrene til tyrens døtre

Ved beregningen af en tyrs forventede avlsværdi på grundlag af afkommets præstationer forudsættes almindeligvis, at mødrene udgør et tilfældigt udpluk af populationen og derfor kan negligeres. Imidlertid vil tilfældighedernes spil bevirke, at nogle dötregrupper har bedre mødre end andre. Er der tilmed tale om udvælgelse af køer, der parres til bestemte tyre, kan disse mødre køers genetiske afvigelse fra jævndrende køer være årsag til en alvorlig fejlurde-

ring af avlsværdien for døtrenes fader. Af denne grund er mødrenes indekser medtaget i følgende indekslugning, som tænkes anvendt såvel ved opdateringen af tidligere afprøvningsindekser som ved beregningen af nye:

$$I_2 = b_1 I. + b_2 I_D + b_3 I_M \quad (13)$$

hvor: $I.$ = tyrens tidligere *afprøvningsindeks*

I_D = en ny datters *afprøvningsindeks*

I_M = den nye datters moders *kombinationsindeks*

Beregningen af de tre vægtfaktorer i denne ligning er vist i *appendiks 1.2.3*, hvor også udledningen af sikkerheden på det nye indeks er beskrevet. Som det fremgår, kan de tre b-værdier beregnes som henholdsvis

$$b_1 = \frac{4 - r_D^2 (1 + r_M^2)}{4 - r_D^2 (r_I^2 + r_M^2)} \quad (14)$$

$$b_2 = 2 (1 - b_1) / r_D^2 \quad (15)$$

$$b_3 = b_1 - 1 = -\frac{1}{2} r_D^2 b_2 \quad (16)$$

hvor r_I^2 = sikkerheden på tyrens gamle afprøvningsindeks

r_D^2 = sikkerheden på den nye datters afprøvningsindeks

og r_M^2 = sikkerheden på *kombinationsindekset* for den pågældende datters moder.

Sikkerheden på det nye indeks bliver:

$$r_2^2 = b_1^2 r_I^2 + b_2^2 r_D^2 + b_3^2 r_M^2 + b_1 b_2 r_I^2 r_D^2 + b_2 b_3 r_D^2 r_M^2 \quad (17)$$

Som det ses, er alle de nye faktorer udtrykt alene ved sikkerheden på de tre indekser, som indgår i indekslugningen.

Ved anvendelsen af metoden tages der kun hensyn til et moder-datterpar ad gangen. En tyrs indeks kan således beregnes og/eller opdateres blot ved at gå databanken igennem en enkelt gang. *Den vægt, der tillægges mødrenes og døtrenes indekser, er nøje afstemt efter den sikkerhed, hvormed disse indekser er bestemt.* Dette medfører, at døtrene kan indgå såvel med én enkelt som med flere laktationer, og de fejl, der almindeligvis opstår som følge af, at mødrenes avlsmæssige værdi påvirker tyrenes afprøvningsresultater, elimineres. Det er værd at lægge mærke til, at mødrene indgår med deres *kombinationsindeks*, således at der både tages hensyn til hele afstamningen og til køernes egne laktationer, der ofte er afgørende for, hvilken tyr kvægbrugeren vælger at

anvende. EDB-mæssigt er metoden meget enkel og hurtig at arbejde med, og den stiller kun beskedne krav til lagerkapacitet i og uden for computeren.

Såfremt der regnes med, at afprøvningsindekserne er bestemt med samme sikkerhed for alle døtrene, og der endvidere antages, at alle mødrenes kombinationsindekser er lige sikkert bestemt, kan indekssligningen (13) skrives som:

$$I_2 = b_1 \bar{I}_D + b_2 \bar{I}_M \quad (18)$$

hvor $\bar{I}_D$ er gennemsnittet af n døtres afprøvningsindekser

og $\bar{I}_M$ er gennemsnittet af mødrenes kombinationsindekser.

Som det fremgår af *appendiks 1.2.4*, kan vægtfaktorerne b_1 og b_2 beregnes som:

$$b_1 = \frac{2n}{4 + r_D^2 (n-1-r_M^2)} = \frac{2a/r_D^2}{(1-r_M^2) a/n} \quad (19)$$

$$\text{og } b_2 = -b_1 \frac{1}{2} r_D^2 = -\frac{a}{1-r_M^2 a/n} \quad (20)$$

$$\text{hvor } a = \frac{n \frac{1}{4} r_D^2}{1+(n-1)\frac{1}{4} r_D^2}$$

Sikkerheden på indekset kan beregnes som:

$$r_2^2 = -b_2 = \frac{a}{1 - r_M^2 a/n} \quad (21)$$

Af ligning (19) ses, at den vægt, der skal tillægges døtrenes gennemsnitlige afprøvningsindeks, ikke alene er bestemt af antal døtre, heritabiliteten og de enkelte indekssers sikkerhed (r_D^2), men tillige er bestemt af *sikkerheden* (r_M^2) på mødrenes indekser. Jo højere denne sikkerhed er, desto større vægt lægges der på døtrenes indekser. Dette er i overensstemmelse med resultater af Rønningen (1971), der fandt, at med stigende heritabilitet steg døtrenes mødres betydning for tyrens indeks. Det ses endvidere, at jo flere mødredøtrepar der er, desto mindre rolle spiller r_M^2 for denne vægtfaktor. For uendelig mange døtre fås således:

$$b_1 = 2a / r_D^2 = 2 / r_D^2$$

$$b_2 = -1$$

Samme udtryk for b_1 vil fås, hvis der helt ses bort fra mødrene ved beregning-

gen. Af ligning (20) fremgår, at mødrenes indeks får negativ vægt, når tyrene vurderes, således at tyre, hvis døtre har positive mødre, bliver korregeret nedad og omvendt. Sammenlignes ligning (20) og (21), ses, at b_2 og r_2^2 er identiske, men blot har modsat fortegn. Heraf fremgår, at mødrene til døtrene kan spille en ikke ubetydelig rolle for tyrens indeks, og at denne indflydelse *stiger med stigende antal mødredøtrepar. Såfremt der ikke tages hensyn til døtrenes mødre, vil regressionen af tyrens indeks på gennemsnittet af mødrenes indekser være lig med sikkerheden på tyrens indeks.*

Er der tale om store døtregrupper, vil tyrenes indekser derfor ændre sig med næsten *én enhed for hver enhed, mødrenes indeks ændrer sig*, medmindre der som her tages hensyn til denne undertiden alvorlige fejlkilde.

Hovedargumentet for at inddrage mødrenes indekser ved tyrenes avlsværdi-vurdering er, som tidligere anført, at undgå de systematiske fejl, som forskel i mødrenes avlsmæssige værdi kan bevirke. Af ligning (21) ses imidlertid, at også de tilfældige fejl reduceres ved at tage hensyn til døtrenes mødre. Således er sikkerheden på tyrenes afprøvningsindekser større, når mødrenes indekser indgår i beregningerne, end når dette ikke sker. Det ses endvidere, at mødrenes effekt på denne sikkerhed især har betydning, når der er *få døtre i afkomsgruppen*.

Mødrenes betydning for såvel den vægt (b_1), der skal tillægges døtrenes indekser som for sikkerheden r_2^2 på tyrenes kombinationsindeks, er dog meget beskeden. Derimod er den vægt (b_2), der skal tillægges mødrenes indekser, af en sådan størrelse, at mødrene til tyrenes døtre *bør inddrages* ved vurdering af tyrene.

I beregningerne er der set bort fra, at der kan være en positiv miljømæssig korrelation mellem mor og datter, idet disse jo som regel står i samme besætning. Hensyntagen til en sådan formodet korrelation vil medføre, at den vægt (b_2), som mødrenes indekser tillægges i beregningerne, vil få *endnu større negativ værdi* og vil med andre ord gøre det endnu mere nødvendigt at medtage døtrenes mødre, når tyrenes indeks beregnes. En eventuel sammenhæng mellem en tyrs sande avlsværdi og indekserne for de mødrekøer, tyren anvendes til, er derimod vanskelig at tage højde for. Af denne grund bør døtre, som er resultat af parringer, der er foretaget, *efter* at tyrens første afkomsresultater er kendt, *ikke* medtages i tyrens indeks, således som det sker i mange lande, og som tillige forudsættes i de avlsværdi-vurderingsmetoder, som gør brug af den af Henderson (1973) beskrevne »BLUP«-teknik.

3.2 Afstammingsindekset (I_1)

Når køernes og tyrenes afprøvningsindekser er beregnet og ajourført, gennemgås databanken, og der beregnes et såkaldt *afstammingsindeks* (I_1) for alle dyr, hvis moder og/eller fader har et indeks. Endvidere beregnes sikkerheden (r_1^2) På dette indeks.

For hundyrenes vedkommende anføres tillige *moderens indeks* og dets sikkerhed, idet disse oplysninger, som vist i forrige afsnit, skal bruges, hvis koen senere skal anvendes til beregning af faderens afprøvningsindeks.

Afstamningsindekset beregnes som:

$$I_1 = b_1 I_F + b_2 I_M$$

Som vist i *appendiks 1.3* bliver:

$$b_1 = b_2 = 0,5$$

og afstamningsindekset kan følgelig beregnes som:

$$I_1 = 0,5 (I_F + I_M) \quad (22)$$

hvor I_F og I_M er henholdsvis faderens og moderens kombinationsindeks, der som vist i følgende afsnit (3.3) er et indeks, der kombinerer I_1 og I_2 til et enkelt indeks. Da dyrenes afstamningsindeks endnu ikke kendes, er deres kombinationsindeks identisk med afprøvningsindekset.

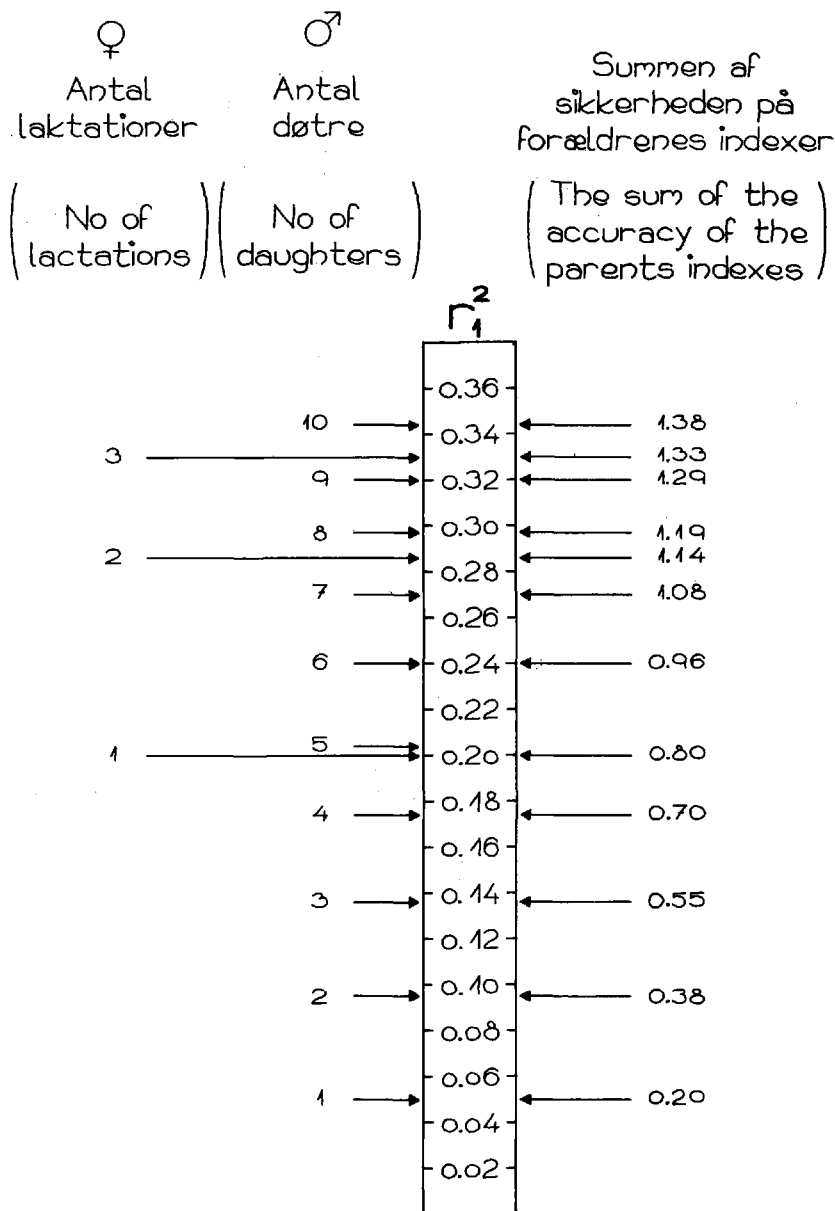
Sikkerheden på I_1 kan skrives

$$r_1^2 = \frac{1}{4} (r_F^2 + r_M^2) \quad (23)$$

hvor r_F^2 og r_M^2 er sikkerheden på henholdsvis faderens og moderens kombinationsindeks.

Som det ses, kan både afstamningsindekset og dets sikkerhed beregnes alene på grundlag af forældrenes indekser og sikkerheden på disse.

Figur 1 er vist en række eksempler på, hvilken vægt der kan tillægges et afstamningsindeks i sammenligning med et afprøvningsindeks for samme dyr. Som det ses, kan der opnås en ikke ubetydelig sikkerhed ved afstamningsvurderingen. Eksempelvis vil sikkerheden i et afstamningsindeks baseret på én laktation hos moderen ($r_M^2 = 0,20$) og 29 døtre hos faderen ($r_F^2 = 0,60$) være lig med 0,2, hvilket er identisk med den sikkerhed, der opnås, hvis vurderingen baseres på én fuldstændig laktation hos dyret selv eller 5 stk. afkom, hvis der er tale om en tyrs afkomsprøve. For at afstamningsvurderingen skal være lige så sikker som en vurdering på grundlag af to laktationer for dyret selv, kræves eksempelvis tre laktationer af moderen og 100 døtre efter faderen, eller én laktation hos moderen og 320 døtre efter faderen. Såfremt moderen er vurderet på grundlag af en komplet stamtavle plus tre laktationer, og faderen er vurderet på grundlag af 100 døtre, vil der ved afstamningsvurdering kunne opnås en



Figur 1. En sammenligning af sikkerheden ved en afstammingsvurdering baseret på forældrenes indekser og sikkerheden ved henholdsvis individafprøvning (1. kolonne) og afkomsprovning (2. kolonne) forudsat $h^2 = 0,2$, $r = 0,4$ og $t = 0,05$

Figure 1. A comparison between the accuracy of pedigree-evaluation based on the parents' indexes on the one hand and the accuracy of performance testing (1st column) and progeny testing (2nd column) on the other, assuming $h^2 = 0.2$, $r = 0.4$ and $t = 0.05$

sikkerhed svarende til 3 laktationer for køer og 9 døtre hos tyre. I modsætning til afprøvningsindekset kan afstamningsindekset fremkomme, endnu inden dyrene når at sætte afkom i verden. Dette øger i høj grad afstamningsindeksets værdi som selektionsgrundlag. Størst værdi kan afstamningsindekset få ved udvælgelse af de kviekalve og kvier, der senere skal indgå i besætningen, men også ved udvælgelse af tyremødre samt ved vurdering af tyre, som kun har få døtre i afkomsgruppen, kan afstamningsindekset få stor betydning.

3.3 Kombinationsindekset I_3

Idet det forudsættes, at alle dyr, der optages i databanken, fra og med et givet tidspunkt har forældre, som selv er medlemmer af databanken, kan den endelige databank etableres. Denne etablering sker ved, at hvert dyr foruden afstamningsindeks og eventuelt afprøvningsindeks tillige forsynes med et kombinationsindeks (I_3), der – som navnet antyder – kombinerer afstamningsindekset og afprøvningsindekset til et nyt indeks, som er et udtryk for dyrets mest sandsynlige avlsmæssige overlegenhed på det pågældende tidspunkt.

Ligningen for det nye indeks kan skrives:

$$I_3 = b_1 I_1 + b_2 I_2 \quad (24)$$

Og som vist i *appendiks 1.4* kan vægtfaktorerne b_1 og b_2 samt sikkerheden r_3^2 beregnes som henholdsvis:

$$b_1 = \frac{1 - r_2^2}{1 - r_2^2 r_1^2} \quad (25)$$

$$b_2 = 1 - b_1 r_1^2 = \frac{1 - r_1^2}{1 - r_1^2 r_2^2} \quad (26)$$

$$r_3^2 = b_1^2 r_1^2 + b_2^2 r_2^2 + 2 b_1 b_2 r_1^2 r_2^2$$

Denne ligning kan reduceres til:

$$r_3^2 = \frac{r_1^2 + r_2^2 - 2 r_1^2 r_2^2}{1 - r_1^2 r_2^2} \quad (27)$$

der kan reduceres yderligere til:

$$r_3^2 = b_1 r_1^2 + b_2 r_2^2 = 2 - b_1 - b_2 \quad (28)$$

Heraf ses, at såvel vægtfaktorerne (b_1 og b_2) som sikkerheden r_3^2 kan udtrykkes alene ved hjælp af r_1^2 og r_2^2 , og at det er unødvendigt at skelne mellem køer og tyre i denne sammenhæng.

Såfremt et dyr kun har afstamningsindeks eller afprøvningsindeks, er kombinationsindekset identisk med det indeks, dyret har.

Ved at sammenholde de to vægtfaktorer b_1 og b_2 til beregning af kombinationsindekset fås et direkte udtryk for, hvor stor vægt afstamningsoplysningerne tillægges i sammenligning med oplysningerne om dyrets egne eller dets afkoms præstationer.

I tabel 2 er anført nogle eksempler på afstamningens betydning for kombinationsindeksets sikkerhed, når dyret tillige har et afprøvningsindeks. Af tabellen fremgår eksempelvis, at for en ko med én laktation har det større effekt at inkludere faderens indeks baseret på 100 døtre end at vente på to ekstra laktationer hos koen selv. Det fremgår også, at sikkerheden ved køernes avlsværdiurdering kan overstige 0,50, hvis afstamningsindekset er sikkert

Tabel 2. Eksempler på sikkerheden (r_1^2 , r_2^2 og r_3^2) på de tre indekser (I_1 , I_2 og I_3) samt den vægt (b_1 og b_2), der skal tillægges henholdsvis I_1 og I_2 for at beregne I_3
Table 2. Examples of the accuracy (r_1^2 , r_2^2 and r_3^2) of each of the three indexes (I_1 , I_2 and I_3) and the weight (b_1 and b_2) of I_1 and I_2 used in the estimation of I_3

Informationer om:										
Afstamning*				Dyret selv*		Sikkerheden			Vægt-faktorerne	
m_{MM}	n_{MF}	M_M	n_F	$m \varnothing$	$n \sigma$	r_1^2	r_2^2	r_3^2	b_1	b_2
Information about:										
Pedigree*				The individual*		The accuracy			The weighting factors	
m_{DD}	n_{SD}	m_D	n_S	$m \varnothing$	$n \sigma$	r_1^2	r_2^2	r_3^2	b_1	b_2
0	0	1	0	1	—	0.05	0.20	0.23	0.81	0.96
3	100	3	0	1	—	0.12	0.20	0.28	0.82	0.90
0	0	1	100	1	—	0.26	0.20	0.38	0.84	0.78
3	100	3	100	1	—	0.33	0.20	0.43	0.86	0.71
0	0	1	0	3	—	0.05	0.33	0.36	0.68	0.97
3	100	3	0	3	—	0.12	0.33	0.39	0.69	0.92
0	0	1	100	3	—	0.26	0.33	0.46	0.73	0.81
3	100	3	100	3	—	0.33	0.33	0.50	0.73	0.75
0	0	1	0	—	10	0.05	0.34	0.36	0.67	0.97
3	100	3	0	—	10	0.12	0.34	0.40	0.68	0.92
0	0	1	100	—	10	0.26	0.34	0.46	0.72	0.81
3	100	3	100	—	10	0.33	0.34	0.50	0.74	0.75
0	0	1	0	—	100	0.05	0.84	0.84	0.17	0.99
3	100	3	0	—	100	0.12	0.84	0.84	0.18	0.98
0	0	1	100	—	100	0.26	0.84	0.85	0.20	0.95
3	100	3	100	—	100	0.33	0.84	0.86	0.22	0.93

* m_i = antal laktationer for den i 'ende ko
 m_i = number of lactations for the i 'th cow
 n_i = antal døtre efter den i 'ende tyr
 n_i = number of daughters of the i 'th bull

bestemt, og koen selv har flere laktationer. I *bedste fald* kan køernes indeks følgelig bestemmes med en sikkerhed svarende til den sikkerhed, der fås for en tyr, som afprøves på grundlag af 20 døtre.

I sidstnævnte tilfælde vil koens afstammingsoplysninger tælle næsten lige så meget som dens egne laktationer.

Også for tyrenes vedkommende kan det undertiden være af betydelig værdi at medtage afstammingsoplysningerne. En sikkerhed på afstammingsindekset på 0,33 som i eksemplet *tabel 2* vil således svare til 9–10 ekstra døtre i afkomsgruppen, uanset hvor mange døtre tyrens afprøvningsindeks er baseret på. For tyre med få døtre vil afstammingsindekset følgelig være et værdifuldt supplement, når kombinationsindekset beregnes.

Det fremgår endvidere af *tabel 2*, at de to b -værdier til beregning af kombinationsindekset er *større*, når dette er *usikkert* bestemt, end når det er *sikkert* bestemt. Idet formel (28) kan omskrives til $b_1 + b_2 = 2 - r_3^2$, ses det, at $b_1 + b_2$ går mod 2, når r_3^2 går mod 0, og mod 1 når r_3^2 går mod 1. Det ses også, at summen af b_1 , b_2 og r_3^2 altid skal være 2.

3.3.1 Den generelle formel for I_3

Som omtalt i *kapitel I* er der i tidligere arbejder udviklet en lang række formler til beregning af de vægt- og sikkerhedsfaktorer, der knytter sig til beregningen af indekser ved en såkaldt kombineret avlsværdiurdering. Hver enkelt af disse formler tager hensyn til en given kombination af oplysningskilder, og der må følgelig anvendes en specifik formel for hver enkelt af de mange mulige kombinationer (jævnfør eksempelvis Skjervold og Ødegaard (1959) og Becker (1967)). Som vist af Ovesen (1971) kan antallet af kombinationsmuligheder ved vurdering af køer dog reduceres ved at acceptere nogle få forudsætninger, som ikke har afgørende indflydelse på det endelige resultat. Sidstnævnte metode benyttes ved avlsværdiurdering af køer både i Danmark (Y-tal og Ko-indeks) og i Sverige (Ko-indeks).

Imidlertid kan ligning (24) omskrives således, at den bliver mere direkte anvendelig i alle situationer. Den pågældende ligning får derved følgende udseende:

$$I_3 = \frac{1 - r_2^2}{2(1 - r_1^2 r_2^2)} (I_M + I_F) + \frac{(1 - r_1^2) r_2^2}{1 - r_1^2 r_2^2} \bar{P} \quad (29)^*$$

Indeksets sikkerhed kan beregnes som:

$$r_3^2 = \frac{r_1^2 + r_2^2 - 2 r_1^2 r_2^2}{1 - r_1^2 r_2^2} \quad (30)^*$$

*) Efter at nærværende forfatter havde udviklet disse formler og omtalt dem i en gæsteforrelæsnings ved Norges Landbrukshøgskole i efteråret 1977 meddelte R. A. Moen mig, at han uafhængig af mig havde udviklet næsten identiske formler (Moen, 1978).

I disse to ligninger er:

r_1^2 = sikkerheden på dyrets afstammingsvurdering beregnet som: $r_1^2 = \frac{1}{4} (r_M^2 + r_F^2)$, hvor r_M^2 og r_F^2 er sikkerheden på henholdsvis moderens og faderens kombinationsindeks (I_M og I_F) beregnet ved hjælp af ligning (30),

r_2^2 = sikkerheden på dyrets afprøvningsindeks beregnet som

$$\frac{nh^2}{1 + (n-1)r} \text{ for køer og som } \frac{n \frac{1}{4} h^2}{1 + (n-1)t} \text{ for tyre}$$

$\bar{P}$ = den gennemsnitlige ydelsesafvigelse af n laktationer, hvis dyret er en ko, og $\bar{P}$ = den dobbelte ydelsesafvigelse for n døtre, hvis der er tale om en tyr.

Ved anvendelse af disse to ligninger til avlsværdivurdering af et dyr med ukendt afstamning er $r_1^2 = 0$ og ligning (29) reduceres til $I_3 = r_2^2 \bar{P}$ og ligning (30) til $r_3^2 = r_2^2$. Har dyret kun stamtavleoplysninger, er $r_2^2 = 0$ og ligning (29) og (30) reduceres til henholdsvis $I_3 = \frac{1}{2} (I_M + I_F)$ og $r_3^2 = r_1^2$. Både i sidstnævnte tilfælde og i de tilfælde, hvor der både forefindes stamtavleinformationer og andre informationer ($\bar{P}$) starter avlsværdivurdringen ved at anvende de to ligninger på de ældste dyr i stamtavlen, og de to ligninger anvendes lige så mange gange, som der optræder dyr i alt (inkl. dyret selv).

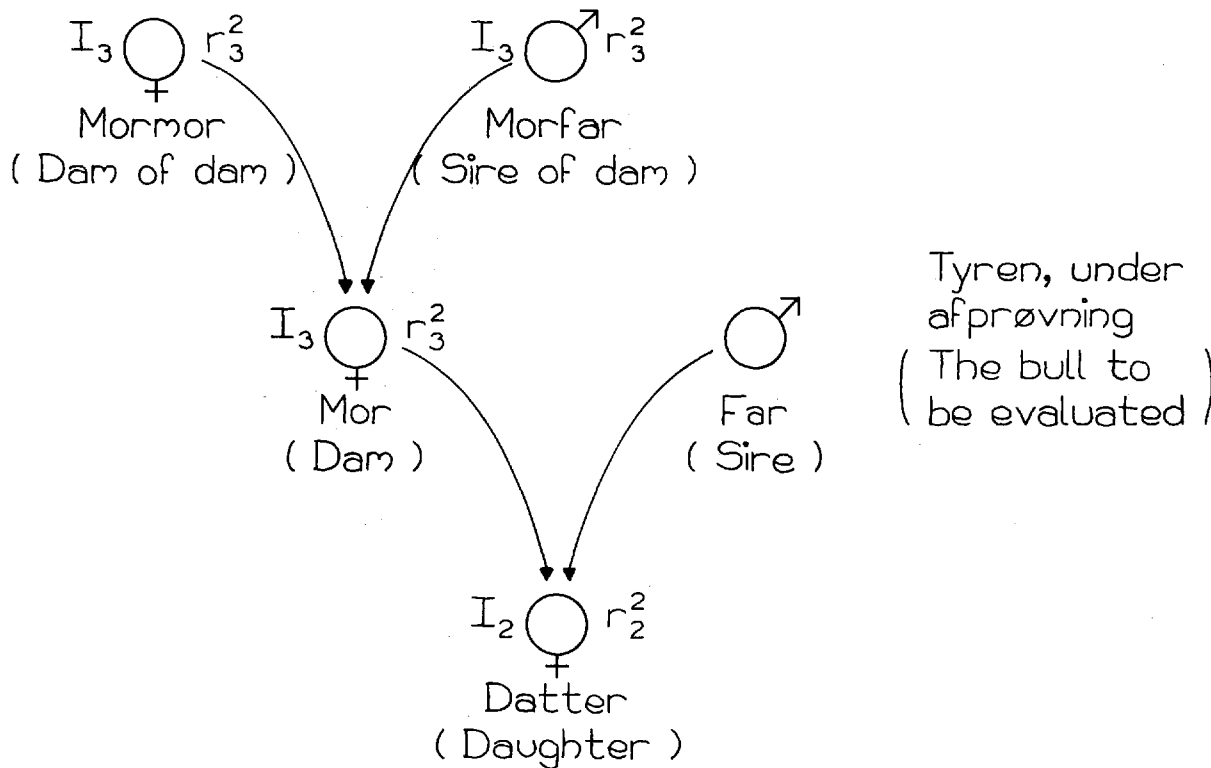
Som det vil fremgå af det numeriske eksempel i afsnit 3.5.1, ligger fordelene ved at bruge disse formler først og fremmest i, at de er generelle, d.v.s. at de dækker alle forskellige kombinationer af oplysninger inden for området. Dertil kommer, at de ellers meget komplicerede beregninger, der normalt er nødvendige for at foretage en avlsværdivurdering på grundlag af flere oplysningkilder, forenkles betydeligt og let lader sig gennemføre ved hjælp af en simpel regnemaskine. Blandt andet derfor må formlerne forventes at kunne få værdi ved undervisningen i kombineret selektion. Også i praksis vil formlerne sandsynligvis kunne finde anvendelse, idet der især fra kvægavlskonsulenters side ofte har været efterlyst generelle formler til vurdering af stamtavler.

3.4 Den rutinemæssige opdatering af databanken

Når databanken er etableret, kan opdateringen ske samtidig med den rutinemæssige behandling af kontrolforeningsdata. Ifølge Thorsen (1978) foretages der en daglig ajourføring, idet ydelsesinformationerne fra de forskellige kontrolforeninger bliver behandlet og koordineret med den øvrige datamasse, så snart de indløber.

Opdateringen af databanken kan eksempelvis foretages i følgende trin, men andre løsninger er mulige:

- 1) De nye ydelsesinformationer anvendes til opdatering af køernes *afprøvningsindeks* (I_2). Denne opdatering kan eksempelvis ske besætningsvis begyndende med de ældste dyr først, således at det sikres, at en mors indekser altid er opdateret før dens eventuelle afkom behandles. Når en kos afprøvningsindeks er opdateret, opdateres dens *afstammingsindeks* (I_1) og derefter dens *kombinationsindeks* (I_3). Denne opdatering starter med de ældste køer og slutter med de yngste. Hver gang en ny ko behandles, findes frem til dens moder. Dennes kombinationsindeks – der jo allerede er opdateret, fordi den er ældre end datteren – anvendes til opdatering af koens afstammingsindeks, der derefter sammen med koens afprøvningsindeks anvendes til opdatering af kombinationsindekset. Hvis koens forældre er slettet af databanken – se tredje trin – opdateres dens afstammingsindeks ved at *fratrække hele den genetiske fremgang*, der er sket siden forrige opdatering. Er koen datter af en tyr under afprøvning, anbringes moderens *kombinationsindeks* sammen med koens egne indekser og overføres eventuelt til et specielt område, som anvendes ved opdateringen af tyrenes afprøvningsindekser. Ifølge Thorsen (1978) vil denne fremgangsmåde ikke give anledning til EDB-mæssige problemer, men let kunne gennemføres inden for rammerne af den nuværende danske kontrolforeningsløsning.
- 2) Afprøvningsindekset for hver af de tyre, der er under afprøvning, opdateres. Denne opdatering kan ske i et enkelt gennemløb, idet døtrenes afprøvningsindekser og mødrenes kombinationsindekser, der tilsammen danner grundlag for tyrenes afprøvningsindekser, findes på samme sted i databanken. Alle køers og dermed døtres *afprøvningsindekser* er opdateret. Derimod er køernes kombinationsindekser endnu ikke endelig opdateret, fordi fædrenes indekser endnu ikke er opdateret. Ved opdateringen af tyrenes afprøvningsindekser er der imidlertid kun brug for at kende kombinationsindekset for de køer, hvis døtre er afkom efter de pågældende tyre. Dette er illustreret i figur 2. Da langt den overvejende del af mødrenes fædre (altså døtrenes morfædre, jvf. figur 2) jo er gamle tyre og derfor forlængst afprøvet, vil mødrenes kombinationsindekser allerede være blevet opdateret i første trin. Dette indeks kan følgelig indgå direkte sammen med døtrenes afprøvningsindekser i beregningen af tyrenes afprøvningsindekser. Ved denne fremgangsmåde er det unødvendigt at anvende den i USA anvendte iterative procedure, som er beskrevet af Dickinson et al. (1976b).
- 3) I sidste trin optages alle nyfødte kalve, og den endelige opdatering foretages. Denne opdatering begynder med de ældste tyre og køer først og slutter med de yngste nyindmeldte kalve. For hvert dyr opdateres afstammingsindekset først og derefter kombinationsindekset. Ved denne fremgangsmåde sikres, at hvert dyr har et opdateret kombinationsindeks, inden det selv optræder som fader eller moder til det dyr, hvis indeks skal beregnes. Som en logisk følge vil også alle afstammingsindekser være ajourført, når gennemgangen af



Figur 2. Skitse over, hvilke informationer der tilgodeses, når en tyrs datter indgår i tyrens afprøvningsindeks

Figure 2. Outline of the information used when a bull's daughter is included in the bull's test-index

databanken er ført til ende. Såfremt det skønnes, at der ikke vil fremkomme nye informationer, som kan påvirke afstammingsindekserne hos dyrets afkom, kan dyret selv slettes af databanken, idet alle informationer om dyret vil være inkluderet i afkommets afstammingsindekser.

Den her skitserede procedure sikrer, at hvert eneste dyr i databanken til enhver tid er forsynet med et kombinationsindeks, som er det bedst mulige udtryk for dyrets værdi i avlsmæssig henseende på det pågældende tidspunkt. Om disse indekstal bør offentliggøres (udskrives) direkte, eller om det er hensigtsmæssigt med en omskrivning forinden, diskuteres i *kapitel IV*.

Ved den sidste gennemgang af databanken kan der dannes et besætningsindeks, som vil være et anvendeligt udtryk for de enkelte besætningers avlsmæssige værdi. Sammenholdes dette indeks med besættningens fænotypiske gennemsnit og racens gennemsnit, kan der også dannes et udtryk for besættningens miljømæssige niveau. I *kapitel V* er vist, hvorledes disse tal kan beregnes og anvendes til at øge avlsværdivurderingens pålidelighed yderligere.

3.5 Numeriske eksempler

For at give et mere direkte indtryk af, hvorledes avlsværdivurdering ved direkte opdatering fungerer, er der i det følgende vist et par numeriske eksempler. Det første af disse eksempler viser, hvorledes de anførte formler kan anvendes til at beregne en kos mest sandsynlige avlsværdi, dels på grundlag af stamtavleoplysninger alene og dels ved en kombineret vurdering omfattende såvel stamtavleoplysninger som egne præstationer. I det andet eksempel er også anvendt stamtavleoplysninger i kombination med andre informationer, men denne gang for at vise, hvorledes en databank i princippet kan etableres og derefter opdateres rutinemæssigt.

3.5.1 Kombineret avlsværdivurdering

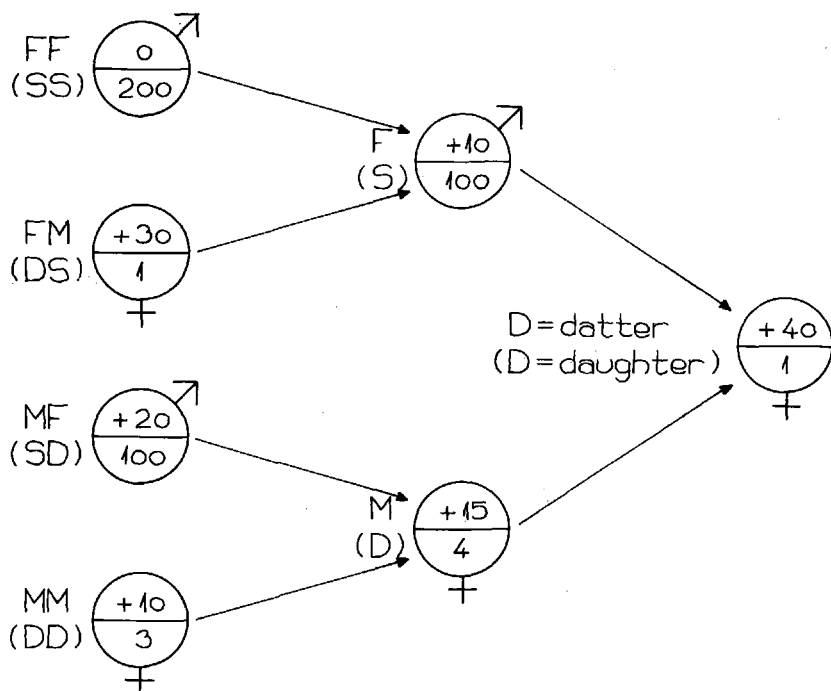
I *figur 3* er vist, hvilke oplysninger der er til rådighed om koen D. Disse oplysninger, kan som vist i det følgende, hver især bidrage til bestemmelsen af koens forventede avlsmæssige værdi. Ved denne vurdering er det forudsat at:

Heritabiliteten (h^2)	= 0,2
Gentagelseskoefficienten (r)	= 0,4
Intraklassekorrelationen (t)	= $\frac{1}{4} h^2 = 0,05$

Der er endvidere set bort fra avlsmæssige ændringer i den pågældende population. Ved vurderingen af dyrene i stamtavlen (*figur 3*) kan der vælges mellem to fremgangsmåder, hvoraf den første medfører, at alle tre indekstyper og deres sikkerhed beregnes for samtlige dyr i stamtavlen. Dette kan for eksempel ske ved at begynde bagfra i stamtavlen og beregne de tre indekser og deres sikkerhed for hver generation i stamtavlen. Indekserne og deres sikkerhed beregnes i kronologisk orden, først I_1 , derefter I_2 og sluttelig I_3 .

X $\frac{\bar{P}}{n}$: Den gennemsnitlige ydelsesafvigelse $\bar{P}$ hos n døtre efter tyren X
(The mean deviation in yield $\bar{P}$ for n daughters of the bull X)

Y $\frac{\bar{P}}{m}$: Den gennemsnitlige ydelsesafvigelse $\bar{P}$ af koen Y's m laktationer
(The mean deviation in yield $\bar{P}$ for the cow Y's m lactations)



Figur 3. Oversigt over stamtavleinformationer og egne præstationer hos koen D
Figure 3. Diagramme of the pedigree information and own performance of the cow D

Tabel 3. De enkelte dyrs indekser (I_1) og disses sikkerhed (r_1^2) ved vurdering af den i figur 3 viste stamtavle

Table 3. The indexes (I_1) of each individual and the accuracy (r_1^2) of the indexes when assessing the pedigree shown in figure 3

	Afstammingsindeks Pedigree-index		Afprøvningsindeks Test-index		Kombinationsindeks Combined index	
	I_1	r_1^2	I_2	r_2^2	I_3	r_3^2
FF (SS)	0	0	0	0.91	0	0.91
FM (DS)	0	0	6	0.20	6	0.20
MF (SD)	0	0	34	0.84	34	0.84
MM (DD)	0	0	3	0.33	3	0.33
F (S)	3	0.28	17	0.84	16	0.85
M (D)	18	0.29	5	0.36	17	0.49
D (Indv.)	17	0.34	8	0.20	20	0.43

I det aktuelle eksempel i figur 3 begynder vurderingen derfor med at beregne de fire bedsteforældres afstammingsindekser, men da de pågældende dyr ingen afstammingsoplysninger har, bliver såvel afstammingsindekserne som sikkerheden på disse 0, således som vist i tabel 3.

Det næste trin er at beregne bedsteforældrenes afprøvningsindekser og sikkerheden på disse. For tyrenes vedkommende sker dette ved at anvende formlerne

$$I_2 = \frac{n^{1/2} h^2}{1 + (n-1) t} \bar{P} \quad \text{og} \quad r_2^2 = \frac{n^{1/4} h^2}{1 + (n-1) t}$$

der med de anførte forudsætninger kan reduceres til:

$$I_2 = \frac{2n}{n+19} \bar{P} \quad (31)$$

$$\text{og} \quad r_2^2 = \frac{n}{n+19} \quad (32)$$

For køernes vedkommende anvendes formlerne:

$$I_2 = \frac{n h^2}{1 + (n-1) r} \bar{P} \quad \text{og} \quad r_2^2 = \frac{n h^2}{1 + (n-1) r}$$

der med de anførte forudsætninger kan reduceres til:

$$I_2 = n \frac{n}{2n+3} \bar{P} \quad (33)$$

$$\text{og} \quad r_2^2 = \frac{n}{2n+3} \quad (34)$$

I_2 og r_2^2 for hver af de fire bedsteforældre kan derfor beregnes som:

$$\text{FF: } I_2 = \frac{400}{219} \cdot 0 = 0 \quad \text{og} \quad r_2^2 = \frac{200}{219} = 0,91$$

$$\text{FM: } I_2 = \frac{1}{5} \cdot 30 = 6 \quad \text{og} \quad r_2^2 = \frac{1}{5} = 0,20$$

$$\text{MF: } I_2 = \frac{200}{119} \cdot 20 = 33,6 \quad \text{og} \quad r_2^2 = \frac{100}{119} = 0,84$$

$$\text{MM: } I_2 = \frac{3}{9} \cdot 10 = 3,3 \quad \text{og} \quad r_2^2 = \frac{3}{9} = 0,33$$

Disse resultater er overført til *tabel 3*.

Da de fire bedsteforældres afstamning ikke kendes, er deres kombinationsindeks (I_3) og sikkerheden på dette (r_3^2) lig med henholdsvis I_2 og r_2^2 .

Det næste skridt er at beregne I_1 og r_1^2 for forældrene F og M. Dette gøres ganske enkelt ved at indsætte de ovenfor beregnede størrelser i formlerne (22) og (23). Herved fås:

$$\text{F: } I_1 = \frac{1}{2} (0 + 6) = 3 \quad \text{og} \quad r_1^2 = \frac{1}{4} (0,91 + 0,20) = 0,28$$

$$\text{M: } I_1 = \frac{1}{2} (34 + 3) = 18 \quad \text{og} \quad r_1^2 = \frac{1}{4} (0,84 + 0,33) = 0,29$$

Forældrenes afprøvningsindekser og sikkerheden på disse beregnes herefter som:

$$\text{F: } I_2 = \frac{200}{119} \cdot 10 = 17 ; \quad r_2^2 = \frac{100}{119} = 0,84$$

$$\text{M: } I_2 = \frac{4}{11} \cdot 15 = 5 ; \quad r_2^2 = \frac{4}{11} = 0,36$$

Sluttelig beregnes forældrenes kombinationsindekser ved at indsætte de fundne størrelser i ligningerne (24) og (27):

$$I_3 = \frac{1 - r_2^2}{1 - r_1^2 r_2^2} I_1 + \frac{1 - r_1^2}{1 - r_1^2 r_2^2} I_2$$

$$\text{og} \quad r_3^2 = \frac{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1^2 r_2^2}{1 - r_1^2 r_2^2}$$

Herved fås:

$$F: I_3 = \frac{0,16}{0,76} \cdot 3 + \frac{0,72}{0,76} \cdot 17 = 0,21 \cdot 3 + 0,94 \cdot 17 = 16$$

$$r_3^2 = \frac{0,28 + 0,84 - 0,47}{0,76} = \frac{0,65}{0,76} = 0,85$$

$$M: I_3 = \frac{0,64}{0,90} \cdot 18 + \frac{0,71}{0,90} \cdot 5 = 0,71 \cdot 18 + 0,79 \cdot 5 = 17$$

$$r_3^2 = \frac{0,29 + 0,36 - 0,21}{0,90} = \frac{0,44}{0,90} = 0,49$$

Bemærk, at den vægt, der tillægges faderens afstamning, er lille i forhold til den vægt, der tillægges dens afkomsundersøgelsesresultat, medens moderens afstamning tillægges stor betydning, til trods for at moderen selv har fire laktationer.

Sluttelig beregnes koens egne indekser efter nøjagtig samme formler, som blev anvendt for moderen. Herved fås:

$$D: I_1 = \frac{1}{2} (16 + 17) = 17; r_1^2 = \frac{1}{4} (0,85 + 0,49) = 0,34$$

$$I_2 = \frac{1}{5} \cdot 40 = 8; r_2^2 = \frac{1}{5} = 0,20$$

$$I_3 = \frac{0,80}{0,93} \cdot 17 + \frac{0,66}{0,93} \cdot 8 = 0,86 \cdot 17 + 0,71 \cdot 8 = 20$$

$$r_3^2 = \frac{0,34 + 0,20 - 2 \cdot 0,34 \cdot 0,20}{0,93} = 0,43$$

Er racens gennemsnit eksempelvis 200 kg smørfedt, vil D's kombinationsindeks svare til en relativ avlsværdi på

$$\frac{20 \times 100}{200} + 100 = 110 \quad \text{på det pågældende tidspunkt.}$$

En anden fremgangsmåde er at anvende de generelle formler (29) og (30) direkte. Også i dette tilfælde må der begyndes bagfra i stamtavlen, idet de beregnede indekser for én generation skal anvendes ved beregningen af indekserne for den næste, således som det fremgår af det følgende:

$$\text{FF: } r_1^2 = 0; r_2^2 = \frac{200}{219} = 0,91 \text{ følgelig er}$$

$$I_3 = \frac{1 - 0,91}{2} \cdot 0 + 0,91 \cdot 2 \cdot 0 = 0$$

$$r_3^2 = \frac{0 + 0,91 - 0}{1} = 0,91$$

$$\text{FM: } r_1^2 = 0; r_2^2 = \frac{1}{5} = 0,20$$

$$I_3 = \frac{1 - 0,20}{2} \cdot 0 + 0,20 \cdot 30 = 6$$

$$r_3^2 = \frac{1}{5} = 0,20$$

$$\text{MF: } r_1^2 = 0; r_2^2 = \frac{100}{119} = 0,84$$

$$I_3 = \frac{1 - 0,84}{2} \cdot 0 + 0,84 \cdot 2 \cdot 20 = 34$$

$$r_3^2 = \frac{0 + 0,84 - 0}{1} = 0,84$$

$$\text{MM: } r_1^2 = 0; r_2^2 = \frac{3}{9} = 0,33$$

$$I_3 = \frac{1 - 0,33}{2} \cdot 0 + 0,33 \cdot 10 = 3$$

$$r_3^2 = \frac{0 + 0,33 - 0}{1} = 0,33$$

Ved vurderingen af faderen (F) og moderen (M) optræder bedsteforældrene naturligvis som forældre, således at eksempelvis I_F og I_M ved vurderingen af F er henholdsvis FF's og FM's kombinationsindekser. Følgelig fås:

$$\text{F: } r_1^2 = \frac{1}{4} (0,91 + 0,20) = 0,28; \quad r_2^2 = \frac{100}{119} = 0,84$$

$$I_3 = \frac{1 - 0,84}{2 (1 - 0,28 \cdot 0,84)} \cdot 6 + \frac{(1 - 0,28) 0,84}{1 - 0,28 \cdot 0,84} \cdot 2 \cdot 10$$

$$= 0,10 \cdot 6 + 0,79 \cdot 20 = 16$$

$$r_3^2 = \frac{0,28 + 0,84 - 0,47}{0,76} = 0,85$$

$$\text{M: } r_1^2 = \frac{1}{4} (0,84 + 0,33) = 0,29; \quad r_2^2 = \frac{4}{11} = 0,36$$

$$I_3 = \frac{1 - 0,36}{2 (1 - 0,29 \cdot 0,36)} \cdot 37 + \frac{(1 - 0,29) 0,36}{1 - 0,29 \cdot 0,36} \cdot 15$$

$$= 0,36 \cdot 37 + 0,29 \cdot 15 = 17$$

$$r_3^2 = \frac{0,29 + 0,36 - 0,21}{0,90} = 0,49$$

$$\text{D: } r_1^2 = \frac{1}{4} (0,85 + 0,49) = 0,34; \quad r_2^2 = \frac{1}{5} = 0,20$$

$$I_3 = \frac{1 - 0,20}{2 (1 - 0,34 \cdot 0,20)} \cdot 33 + \frac{(1 - 0,34) 0,20}{1 - 0,34 \cdot 0,20} \cdot 40$$

$$= 0,43 \cdot 33 + 0,14 \cdot 40 = 20$$

$$r_3^2 = \frac{0,34 + 0,20 - 0,14}{0,93} = 0,43$$

Ønskes et udtryk for, hvor stor vægt ydelsesafvigelse for hvert enkelt dyr i stamtavlen er tillagt ved beregningen af koens kombinationsindeks, kan dette fås ved at multiplicere de vægtfaktorer, der i første omgang omdanner afvigelse til indekser med de vægtfaktorer, der derefter omdanner disse indekser til nye indekser. For eksempel blev FF's døtres afvigelse i første omgang omdannet til et kombinationsindeks ved at multiplicere med faktoren $(2b_2=)$ 1,83. Dette kombinationsindeks indgik senere i F's indeks med vægtfaktoren

($b_1 = 0,10$. Endelig indgik faderens kombinationsindeks i datterens indeks med vægtfaktoren ($b_1 = 0,43$. Alt i alt er FF's døtres afvigelse ($\bar{P}$) derfor multipliseret med $1,83 \cdot 0,10 \cdot 0,43 = 0,08$ ved beregningen af koens (sønne-datterens) indeks. I *tabel 4* er anført, hvilken vægt afvigelserne for de enkelte dyr i stamtavlen alt i alt er tillagt ved beregningen af koens kombinationsindeks.

Tabel 4. Den samlede vægt, som skal tillægges ydelsesafvigelserne for hvert enkelt dyr i den i figur 3 viste stamtavle

Table 4. The total weight attributed to the butterfat yield of each individual in the pedigree figure 3

Vægt ved beregningen af I_3 for: Weight at the estimation of I_3 for:	FF SS	FM DS	MF SD	MM DD	F S	M D	D Indv.
Bedsteforældre <i>Grand parents</i>	1.83	0.20	1.68	0.33	—	—	—
Forældre <i>Parents</i>	0.10	0.10	0.36	0.36	1.58	0.29	—
Dyret selv <i>The individual</i>	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.43	0.14
Samlet vægt <i>Total weight</i>	0.08	0.01	0.26	0.05	0.68	0.12	0.14

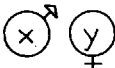
Nøjagtig samme vægtfaktorer vil fremkomme ved at anvende selektionsindeksteorien på den sædvanlige måde. Dette ville dog i nærværende eksempel indebære, at der må udformes og løses et ligningssæt bestående af *syv ligninger* med lige så mange ubekendte. En sådan løsning er imidlertid i modsætning til de her anvendte metoder håbløs at anvende i praksis, medmindre der anvendes EDB.

Der bør i øvrigt lægges mærke til, at de i *tabel 4* anførte vægtfaktorer *ikke* er direkte sammenlignelige, idet spredningen på de enkelte afvigelser er vidt forskellige. Det er således indlysende, at en ydelsesafvigelse på f.eks. 30 kg smørfedt forekommer langt hyppigere, hvis der er tale om en enkelt laktation, end hvis der er tale om gennemsnittet af tre laktationer, og at så store afvigelser næsten aldrig vil forekomme, hvis der er tale om gennemsnittet af store døtregrupper.

3.5.2 Etablering af en databank

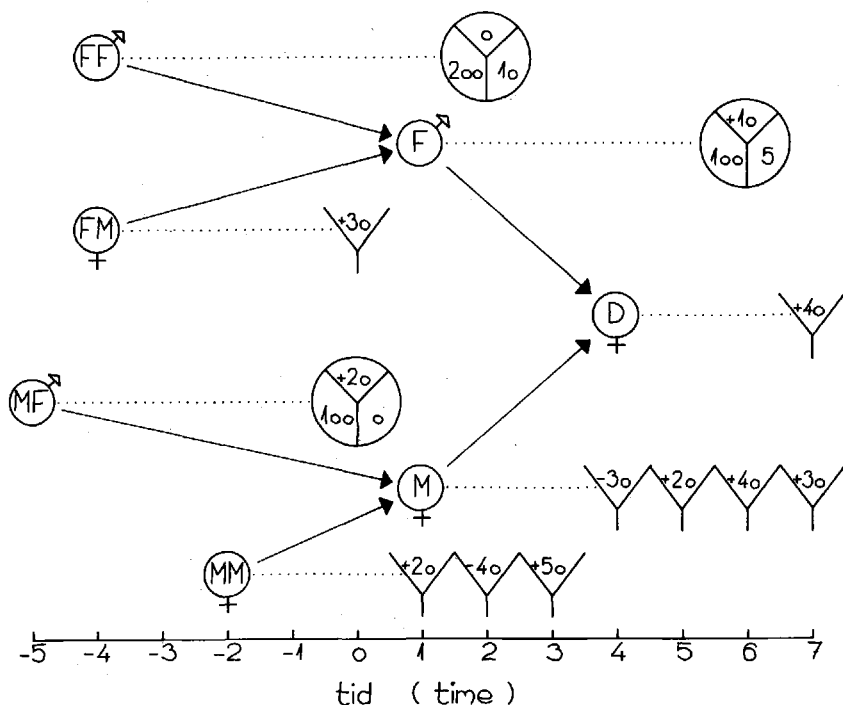
I *figur 4* er stamtavleoplysningerne for koen D (*figur 3*) specificeret mere ud, idet der dels er angivet, hvornår de enkelte dyr er født, dels er hver enkelt laktations afvigelse samt tidspunktet for deres afslutning anført for alle fire køer i stamtavlen, og endelig er antallet af døtre, disses gennemsnitlige ydelsesafvigelser samt deres mødres gennemsnitlige kombinationsindeks anført for de tre tyre i stamtavlen.

Som i forrige eksempel er der regnet med $h^2 = 0,20$, $r = 0,40$ og $t = 0,05$. Endvidere er der regnet med en avlsmæssig fremgang (ΔG) på 2 kg smørfedt pr. tidsperiode.


 Tyren x og koen y fødes
 (The bull x and the cow y are born)


 En laktation afsluttes;
 P = ydelsesafvigelse
 (A lactation is completed;)
 P = deviation in yield


 En tyrs n døtre afslutter 1. laktation;
 $\bar{P}$ = døtrenes gennemsnitlige ydelses-
 afvigelse og $\bar{I}_M$ = gennemsnittet af
 mødrenes kombinationsindexer
 (A bulls n daughters complete
 1. lactation; $\bar{P}$ = the mean deviation in
 yield and $\bar{I}_M$ = the mean combined index
 of the dams)



Figur 4. Skematisk fremstilling af de tidspunkter, på hvilke informationerne om koen D og om dens stamtavle er tilgængelige

Figure 4. Schematic outline of the date on which the information about the cow D and her pedigree is available

Ved tiden t_0 påbegyndes opbygningen af databanken, idet de fire bedsteforældre optages i denne efter alder. Ifølge figur 4 har MF på dette tidspunkt 100 døtre, hvis gennemsnitlige ydelsesafvigelse er beregnet til 20 kg smørfedt. MF's afprøvningsindeks bliver følgende (formel (31)):

$$I_2 = \frac{2 \times 100}{100 + 19} \cdot 20 = 34^*$$

Dets sikkerhed bliver (formel (26))

$$r_2^2 = \frac{100}{100 + 19} = 0,84$$

FM har afsluttet en laktation på samme tidspunkt, og har haft en ydelse på + 30 kg smørfedt. Beregningen af denne kos afprøvningsindeks med tilhørende sikkerhed (formel (33) og (34)) bliver derfor:

$$I_2 = \frac{1}{5} \cdot 30 = 6$$

$$r_2^2 = \frac{1}{5} = 0,20$$

De fire bedsteforældre indgår nu i databanken med de i tabel 5 ud for tiden t_0 anførte oplysninger. Som det fremgår af tabellen, indgår de yngste dyr (FF og MM) kun med identifikationsnumrene, medens de ældre dyr tillige er forsynet med et afprøvningsindeks og et kombinationsindeks samt de tilhørende sikkerhedsestimater.

Ved tiden t_1 opdateres databanken, idet der for det første skal optages nye dyr (M og F). I første omgang indgår disse dyr med eget samt begge forældres identifikationsnumre samt med 0 for alle indekser og disses sikkerhed.

For det andet har der været avlsmæssig fremgang i populationen, og indekserne hos de dyr, der blev optaget ved tiden t_0 , skal korrigeres for denne fremgang. For *afstammingsindeksets* vedkommende sker dette ved at subtrahere hele den *avlsmæssige* fremgang i tiden t_0 til t_1 ($\Delta G = 2$) fra dette. Fra dyrenes afprøvningsindekser skal derimod kun subtraheres $r_2^2 \cdot \Delta G$. Når dette er sket, beregnes et nyt kombinationsindeks for de pågældende dyr.

Såfremt der haves vished for, at der ikke vil indløbe nye informationer af

* I resten af dette afsnit er der anvendt afrundede tal, og disse tal er anvendt direkte i de videre beregninger.

Tabel 5. Eksempel på princippet ved opbygningen af en databank (jævnfør tekst)
Table 5. Example of the principle of setting up a databank (see text)

Tid	Identifikation			Individets indekser og sikkerheden på disse					
	Individ	Mor	Far	I_1	r_1^2	I_2	r_2^2	I_3	r_3^2
<i>Time</i>	<i>The indiv.</i>	<i>Dam</i>	<i>Sire</i>	I_1	r_1^2	I_2	r_2^2	I_3	r_3^2
t_0	MF			0	0.00	34	0.84	34	0.84
	FM			0	0.00	6	0.20	6	0.20
	FF			0	0.00	0	0.00	0	0.00
	MM			0	0.00	0	0.00	0	0.00
t_1	MF			-2	0.00	32	0.84	32	0.84
	FM			-2	0.00	6	0.20	4	0.20
	FF			-2	0.00	0	0.00	-2	0.00
	MM			-2	0.00	4	0.20	2	0.20
	M	MM	MF	17	0.26	0	0.00	17	0.26
	F	FM	FF	1	0.05	0	0.00	1	0.05
t_2	FF			-4	0.00	-9	0.91	-9	0.91
	MM			-4	0.00	-3	0.29	-7	0.29
	M	MM	MF	12	0.28	0	0.00	12	0.28
	F	FM	FF	-4	0.28	0	0.00	-4	0.28
t_3	MM			-6	0.00	2	0.33	-2	0.33
	M	MM	MF	13	0.29	0	0.00	13	0.29
t_4	MF			-8	0.00	27	0.84	26	0.84
	MM			-8	0.00	1	0.33	-4	0.33
	M	MM	MF	11	0.29	-6	0.20	5	0.40
	D	M	F	-2	0.17	0	0.00	-2	0.17
t_5	M	MM	MF	9	0.29	-1	0.29	6	0.45
	D	M	F	-2	0.18	0	0.00	-2	0.18
t_6	M	MM	MF	7	0.29	3	0.33	8	0.48
	F	FM	FF	-12	0.28	13	0.84	10	0.85
	D	M	F	9	0.33	0	0.00	9	0.33
t_7	MF			-14	0.00	22	0.84	20	0.84
	FM			-14	0.00	4	0.20	-8	0.20
	FF			-14	0.00	-18	0.91	-19	0.91
	MM			-14	0.00	-1	0.33	-10	0.33
	M	MM	MF	5	0.29	5	0.36	8	0.50
	F	FM	FF	-14	0.28	12	0.85	8	0.86
	D	M	F	8	0.34	8	0.20	13	0.43

betydning for et dyrs afstammingsindeks og afprøvningsindeks, kan disse slettes. I givet fald foretages korrigeringen for den avlsmæssige fremgang ved at subtrahere *hele* ΔG fra dyrets kombinationsindeks.

Efter korrigeringen for ΔG bliver I_1 og I_2 for MF eksempelvis:

$$I_1 = 0 - 2 = -2 \text{ og } I_2 = 34 - 0,84 \cdot 2 = 32.$$

I_3 kan herefter beregnes ved hjælp af (24):

$$I_3 = b_1 I_1 + b_2 I_2$$

Idet $r_1^2 = 0$, fås ifølge (25) og (26):

$$b_1 = 1 - 0,84 = 0,16 \text{ og } b_2 = 1 - 0 = 1,00$$

Følgelig fås:

$$I_3 = 0,16 (-2) + 1,0 (32) = 32$$

FM og FF's kombinationsindekser beregnes på samme måde. Bemærk, at samme resultat opnås, hvis hele den avlsmæssige fremgang subtraheres direkte fra »det gamle« kombinationsindeks.

Koen MM har ved tiden t_1 afsluttet sin første laktation, og der må følgelig først beregnes et afprøvningsindeks og derefter et kombinationsindeks for denne ko.

I_2 og r_2^2 beregnes ved hjælp af formlerne (33) og (34) som:

$$b \quad I_2 = \frac{1}{5} \cdot 20 = 4 \quad \text{og} \quad r_2^2 = \frac{1}{5} = 0,20. \quad I_3 \text{ beregnes igen som}$$

$I_3 = b_1 I_1 + b_2 I_2$, hvor b-værdierne ifølge (25) og (26 er:

$$b_1 = \frac{1 - 0,20}{1 - 0,20 \cdot 0} = 0,80$$

$$b_2 = 1 - 0,80 \cdot 0 = 1,00$$

Følgelig bliver $I_3 = 0,80 (-2) + 1,00 \cdot 4 = 2$

Sikkerheden på I_3 bliver ifølge (28):

$$r_3^2 = 2 - 0,80 - 1,00 = 0,20$$

Sluttelig beregnes et afstammingsindeks for de nyindmeldte dyr M og F.

Dette sker ved hjælp af formel (22), mens den tilhørende sikkerhed beregnes ved hjælp af (23).

Kombinationsindekset for M's forældre MF og MM er til eksempel henholdsvis 32 og 2. De tilhørende sikkerhedsestimater er 0,84 og 0,20. Afstammingsindekset for afkommet M bliver følgelig:

$$I_1 = \frac{1}{2} (32 + 2) = 17.$$

$$r_1^2 = \frac{1}{4} (0,84 + 0,20) = 0,26$$

F's afstammingsindeks og dets sikkerhed beregnes på tilsvarende måde, og da hverken M eller F endnu har afprøvningsindeks, kan afstammingsindekserne føres direkte over som kombinationsindekser. De enkelte dyrs status ved tiden t_1 fremgår af *tabel 5*.

Ved tiden t_2 og t_3 ajourføres databanken påny, dels fordi der skal tages hensyn til avlsmæssig fremgang, og dels fordi der er fremkommet nye ydelse-sinformationer, om koen MM og tyren FF's 200 døtre har afsluttet 1. laktation. Endelig må M og F's afstammingsindekser naturligvis bringes i overensstemmelse med deres forældres ajourførte indekser. *Aftabel 5* fremgår, at koen MM ved tiden t_1 har et afprøvningsindeks $I_2 = 4$ med sikkerheden $r_2^2 = 0,2$. Ved tiden t_2 korrigeres dette indeks for den avlsmæssige fremgang i perioden fra t_1 til t_2 . Denne korrektion foretages ved hjælp af (3):

$$I. = I_2 - r_2^2 \Delta G = 4 - 0,2 \cdot 2 = 3,6 \sim 4$$

Imidlertid er der fremkommet nye oplysninger om koen, idet den har afsluttet endnu en laktation med en korrigeret ydelsesafvigelse $P = -40$. Koens nye afprøvningsindeks kan derfor beregnes efter formel (4):

$$\begin{aligned} I_2 &= b_1 I. + b_2 P \\ &= b_1 \cdot 4 + b_2 (-40) \end{aligned}$$

Ifølge formlerne (5) og (6) fås i dette tilfælde:

$$b_1 = \frac{0,2 (1-0,4)}{0,2 - 0,2 \cdot 0,16} = 0,71$$

$$b_2 = (1-0,71) \cdot 0,2/0,4 = 0,14$$

Følgelig fås:

$$I_2 = 0,71 \cdot 4 + 0,14 (-40) = -3$$

Sikkerheden på dette indeks bliver ifølge (7):

$$r_2^2 = 0,2 \cdot 0,71 + 0,14 = 0,29$$

Herefter beregnes MM's kombinationsindeks på basis af I_1 og I_2 ved hjælp af (25) og (26) som

$$I_3 = (1-0,29) \cdot (-4) + 1 \cdot (-3) = -7$$

med sikkerheden $= r_3^2 = r_2^2 = 0,29$

Ved tiden t_3 har MM afsluttet endnu en laktation og proceduren gentages. Resultatet fremgår af tabel 5.

Ifølge figur 4 skal tyren FF ved tiden t_2 forsynes med et afprøvningsindeks, idet dens 200 døtre har afsluttet 1. laktation. Lad os antage, at de første 50 døtre har ydet +15 kg smf. i gennemsnit, og de følgende 150 har ydet -5 kg smf. i gennemsnit, hvilket giver et gennemsnit på 0 for alle 200 døtre.

Et afprøvningsindeks baseret på tyrens første 50 døtre kan da beregnes efter formel (31):

$$I_2 = \frac{2 \cdot 50}{50 + 19} \cdot 15 = 22$$

Indeksets sikkerhed beregnes efter (32):

$$r_2^2 = \frac{50}{50 + 19} = 0,72$$

Hensyntagen til de resterende 150 døtre kan ske efter formelen (8):

$$I_2 = b_1 \cdot 22 + b_2 \cdot (-5)$$

Ifølge formlerne (9) og (10) bliver b-værdierne i denne ligning

$$b_1 = \frac{1 - 0,888}{1 - 0,725 \cdot 0,888} = 0,315$$

$$b_2 = 2 (1 - 0,315) = 1,370$$

Følgelig fås som ventet:

$$I_2 = 0,315 \cdot 22 + 1,37 \cdot (-5) = 0$$

Såfremt tyrens døtre hver især har et afprøvningsindeks, kan tyrens afprøvningsindeks beregnes direkte på grundlag af disse (jvf. appendiks 1.2.2).

Er afprøvningsindekset for den 51. datter eksempelvis -10 kg bestemt med en sikkerhed på $0,2$ fås:

$$I_2 = b_1 \cdot 22 + b_2 (-10)$$

Vægtfaktorerne bliver da:

$$b_1 = \frac{4 - 0,2}{4 - 0,2 \cdot 0,725} = 0,986$$

$$b_2 = 2 (10 - 0,986)/0,2 = 0,144$$

$$\text{hvorfor } I_2 = 0,986 \cdot 22 + 0,144 (-10) = 20$$

Ved disse beregninger er der ikke taget hensyn til, at mødrene til døtrene – som anført i *figur 4* – i gennemsnit har et kombinationsindeks på $+10$ kg smf. en sådan ignorering af mødrenes avlsmæssige værdi kan give anledning til alvorlige fejlskøn.

Ved anvendelse af EDB kan der bedst tages højde for mødrenes kvalitet ved at anvende formel (13) på hvert moder-datterpar. I nærværende eksempel forudsættes, at alle døtres afprøvningsindekser er bestemt med sikkerheden $r_D^2 = 0,20$ (én laktation), og at alle mødrenes kombinationsindekser er bestemt med sikkerheden $r_M^2 = 0,40$. I dette tilfælde kan tyrens afprøvningsindeks beregnes på grundlag af døtrenes gennemsnitlige afprøvningsindeks ($\bar{I}_D = 0$) og mødrenes gennemsnitlige kombinationsindeks ($\bar{I}_M = 10$) ved hjælp af ligning (18). b-værdierne beregnes ved hjælp af (19) og (20) som:

$$b_1 = \frac{2 \cdot 200}{4 + 0,2 (200 - 1 - 0,4)} = 9,149$$

$$b_2 = -9,149 \cdot 0,5 \cdot 0,2 = 0,9149$$

Indsættes de aktuelle værdier i (18) fås:

$$I_2 = 9,149 \cdot 0 + (-0,0149) \cdot 10 = -9$$

Ifølge (21) bliver sikkerheden på dette indeks:

$$r_2^2 = -b_2 = 0,91$$

Herefter beregnes I_3 for FF på grundlag af I_2 og I_1 , hvoraf det sidste er korrigeret for avlsmæssig fremgang. b -værdien beregnes ved hjælp af (25) og (26), hvorved fås:

$$I_3 = 0,09 \cdot (-4) + 1 \cdot (-9) = -9$$

Sikkerheden bliver

$$r_3^2 = r_2^2 = 0,91$$

Når køernes og tyrenes indekser er opdateret, beregnes nye afstammingsindekser og kombinationsindekser for de helt unge dyr, M og F. Den opdaterede databanks indhold ved t_2 og t_3 fremgår af *tabel 5*. For oversigtens skyld er kun medtaget de dyr, hvis indekser er ændret ud over den justering, som er betinget af avlsmæssig fremgang.

Ved tiden t_4 forudsættes den endelige databank at være etableret og skal på dette tidspunkt for første gang opdateres efter de retningslinier, der er skitseret i *afsnit 3.4*, ifølge hvilket denne opdatering sker i tre trin.

I det første af disse trin opdateres alle tre indekser for hver af hunddyrene FM, MM og M. Da der imidlertid ikke er indløbet nye oplysninger, som kan bidrage til FM og MM's indekser, skal disse kun korrigeres for den avlsmæssige fremgang. Koen M har derimod afsluttet en laktation, og dens afprøvningsindeks må følgelig beregnes. Dette sker ved hjælp af formel (4):

$$I_2 = b_1 I. + b_2 P$$

Idet der er tale om 1. laktation, er $I. = 0$, og da b_2 ifølge (5) og (6) bliver lig med 0,2 fås:

$$I_2 = 0 + 0,2 \cdot (-30) = -6$$

Sikkerheden på dette indeks bliver ifølge (7):

$$r_2^2 = 0 \cdot b_1 + b_2 = 0 + 0,20 = 0,20$$

Herefter beregnes M's afstammingsindeks ved hjælp af formel (22):

$$I_1 = \frac{1}{2} (I_F + I_M)$$

hvor I_F og I_M er henholdsvis morfaderens (MF) og mormoderens (MM) kombinationsindekser ved tiden t_4 . Ifølge *tabel 5* er disse indekser lig med henholdsvis 26 og -4.

Følgelig fås:

$$I_1 = \frac{1}{2} (26 + (-4)) = 11$$

$$r_1^2 = \frac{1}{4} (0,84 + 0,33) = 0,29$$

Vægtfaktorerne til beregning af M's kombinationsindeks kan nu findes ved hjælp af (25) og (26):

$$b_1 = \frac{1 - 0,2}{1 - 0,2 \cdot 0,29} = 0,85$$

$$b_2 = 1 - 0,85 \cdot 0,29 = 0,75$$

M's kombinationsindeks bliver følgelig:

$$I_3 = 0,85 \cdot 11 + 0,75 \cdot (-6) = 5$$

Bemærk, at b_1 og b_2 er direkte forholdstal for den vægt, der skal tillægges henholdsvis stamtavleinformationerne og egenydelsen. I ovenstående eksempel skal der altså lægges størst vægt på stamtavlen.

Sikkerheden på I_3 bliver ifølge (28):

$$r_1^2 = 2 - 0,85 - 0,75 = 0,40$$

I det andet trin opdateres I_2 for alle tyre under afprøvning, men da der ikke i eksemplet (figur 4) er fremkommet nye døtre efter de involverede tyre, kan der fortsættes med tredje og sidste trin.

I dette trin optages kviekalven D i databanken, hvorefter alle dyr i denne gås efter begyndende med de ældste. Ved denne gennemgang justeres F's indekser for avlsmæssig fremgang, og der beregnes indekser for den nyfødte kalv D. De øvrige dyrs indekser blev alle opdateret i første trin.

Ved tiden t_5 opdateres databanken igen, og følgende operationer foretages:

1. trin: M's I_2 opdateres ved hjælp af (3) og (4), I_1 reduceres med ΔG og I_3 beregnes ved hjælp af (24). I_1 og I_2 for de øvrige hundyr korrigeres for avlsmæssig fremgang, og der beregnes et nyt I_3 for hver af dem.
2. trin: Da der ikke er nye oplysninger om tyreene, fortsættes med næste trin.
3. trin: F's indekser korrigeres for avlsmæssig fremgang, og I_1 og I_3 for D opdateres ved hjælp af henholdsvis (22) og (24).

Ved tiden t_6 opdateres databanken atter:

1. trin: Samme operationer som ved t_5 .

2. trin: Tyren F's 100 døtre har afsluttet 1. laktation, og I_2 skal følgelig beregnes ved hjælp af (18). Idet døtrenes gennemsnitlige afvigelse $P = 10$ og $h^2 = 0,2$, er $\bar{I}_D = 21$.

Ifølge (19) og (20) bliver:

$$b_1 = \frac{2 \cdot 100}{4 + 0,2 (100 - 1 - 0,4)} = 8,43$$

$$b_2 = -8,43 \cdot 0,5 \cdot 0,2 = -0,843$$

I_2 for F bliver følgelig:

$$I_2 = 8,43 (2) + (-0,843) \cdot 5 = 13$$

Sikkerheden på indekset er ifølge (21):

$$r_2^2 = -b_2 = 0,84$$

3. trin: F's afstammingsindeks korrigeres for avlsmæssig fremgang, og dens kombinationsindeks beregnes ved hjælp af (24). I_1 og I_3 for D opdateres ved hjælp af henholdsvis (22) og (24).

Ved tiden t_7 opdateres databanken for sidste gang i det her anførte eksempel. Af denne grund er alle 7 dyr medtaget i tabel 5, således at det endelige resultat kan sammenlignes med resultaterne i tabel 3, hvor den samme stamtavle er vurderet på en simplere måde uden hensyntagen til avlsmæssig fremgang og uden hensyntagen til værdien af døtrenes mødre ved beregning af I_2 for tyre.

1. trin: Både D og M har afsluttet en laktation, og deres afprøvningsindekser beregnes ved hjælp af (3) og (4). Derefter reduceres I_1 for de to køer med ΔG , og I_3 beregnes ved hjælp af (24). De øvrige køers I_1 og I_2 korrigeres for avlsmæssig fremgang, og I_3 beregnes ved hjælp af (24).

2. trin: F's datter D har afsluttet en laktation, og F's afprøvningsindeks skal derfor opdateres ved hjælp af (13). Ifølge (14), (15) og (16) bliver

$$b_1 = \frac{4 - 0,20 (1 + 0,50)}{4 - 0,20 (0,85 + 0,50)} = 0,99$$

$$b_2 = 2 (1 - 0,99) / 0,20 = 0,10$$

$$b_3 = 0,99 - 1 = -0,01$$

I_2 bliver følgende:

$$I_2 = 0,99 \times 11 + 0,1 \times 8 - 0,01 \cdot 8 = 12$$

Sikkerheden på dette indeks er ifølge (17):

$$r_2^2 = 0,833 + 0,002 + 0 + 0,017 - 0 = 0,85$$

3. trin: Samme operation som 3. trin ved t_6 .

Selve etableringen af databanken vil i praksis kunne gennemføres lettere end vist i det her givne eksempel, idet dyrenes indekser kan baseres på allerede eksisterende lettilgængelige tal (R-tal, Y-tal og Ko-indeks). *Til den rutinemæssige opdatering er det derefter kun nødvendigt at anvende formlerne:*

- (22) til beregning af I_1 for alle dyr
- (4) til beregning af I_2 for køer
- (13) til beregning af I_2 for tyre
- (24) til beregning af I_3 for alle dyr.

Sammenlignes resultaterne i *tabel 3* med de i *tabel 5* ud for t_7 viste resultater, som jo stammer fra samme dyr, ses, at indekserne er vidt forskellige. Eksempelvis er I_3 for FF i *tabel 3* lig med 0 mod -19 i *tabel 5*. Denne forskel skyldes to forhold. For det første er der i *tabel 5* taget hensyn til den *avlsmæssige fremgang*, og for det andet er der taget hensyn til værdien af *mødrene* til dötregupperne, når tyrene vurderes. Disse forhold – især hensyntagen til den *avlsmæssige fremgang* – påvirker naturligvis de enkelte indekser systematisk, men har ingen eller næsten ingen effekt på det, der almindeligvis kaldes indeksernes sikkerhed, som jo er et udtryk for alle de tilfældige fejl, der knytter sig til beregningen af sådanne *avlsmæssige størrelser*. Dette er årsagen til, at de i *tabel 3* og *tabel 5* viste indekser – skønt vidt forskellige i størrelse – har samme sikkerhed målt som r_1^2 .

3.6 Sammendrag

Under betegnelsen *direkte opdatering* er der i dette kapitel beskrevet en forenklet metode til at afveje alle ydelsesmæssige oplysninger om et givet dyr med henblik på det bedst mulige skøn over dyrets ydelsesmæssige avlsværdi. Følgende forhold om selve metoden og dens anvendelse kan fremhæves.

1. Direkte opdatering bygger på selektionsindeksteorien. Der arbejdes med i alt tre typer af indekser. Det første af disse *afstammingsindekset* (I_1) samler alle oplysninger om dyrets aner. I det andet samles alle oplysninger om dyrets egne præstationer, hvis der er tale om en ko, og om dyrets afkom, hvis

det er en tyr. Dette indeks er givet betegnelsen *afkomsprøvningsindekset* (I_2). Det tredje indeks dannes på grundlag af de to første og kombinerer disse på bedst mulig måde. Dette indeks – *kombinationsindekset* (I_3) – anbefales som selektionsgrundlag for ydelse. De pågældende indekser er alle udtryk for dyrets forventede avlsmæssige overlegenhed i smørfedtydelse på det pågældende tidspunkt.

2. Metoden, som primært tænkes anvendt til etablering og anvendelse af en databank for kvægavlen, er enkel og let at arbejde med og stiller kun meget beskedne krav EDB-mæssigt.
3. Ved anvendelse af metoden kan der kontinuerligt korrigeres for den avlsmæssige fremgang i populationen, således at unge og ældre dyrs indekser bliver direkte sammenlignelige.
4. En anden fordel ved metoden er, at der ved beregning af tyrenes afprøvningsindekser (afkomsundersøgelsesresultater) ikke alene tages hensyn til de enkelte døtres ydelsesoplysninger, men tillige tages hensyn til værdien af døtrenes mødre. Den vægt, der tillægges de enkelte moder-datterpar ved vurdering af tyren, er nøje afstemt efter den sikkerhed, hvormed moderens og datterens ydelsemæssige værdi er bestemt.
5. I *afsnit 3.1.2.3* er vist, at den indflydelse, mødrene til døtrene har på tyrens indeks, *stiger* med stigende antal mødre-døtrepar. Såfremt den avlsmæssige værdi af mødrene til tyrenes døtre negligeres, vil regressionen af tyrenes afprøvningsindeks på mødrenes gennemsnitlige indeks være lig med sikkerheden på tyrenes afprøvningsindeks. Er der tale om store døtregrupper, vil tyrenes indekser stige med næsten én enhed for hver enhed, mødrenes indeks stiger, og omvendt.
6. Ved den endelige avlsværdivurdering af køer og ved avlsværdivurderingen af tyre med få døtre anbefales det stærkt at tage hensyn til dyrenes afstammingsindeks. For $h^2 = 0,2$ og $r = 0,4$ er det således vist, at hvis en mor er vurderet på grundlag af en komplet stamtavle samt tre eller flere laktationer, og faderen er vurderet på grundlag af 100 døtre, vil afstammingsvurderingen af afkommet kunne foretages med en sikkerhed svarende til *3 laktationer* for køer og *9–10 døtre* for tyre.
7. I forbindelse med udarbejdelsen af metoden er der udviklet en lang række formler, hvoraf en del anvendes direkte, medens andre især er anvendelige til at fremme forståelsen af problemerne vedrørende en kombineret avlsværdivurdering. I *afsnit 3.3.1* er således anført en enkelt generel formel, som kan tage højde for alle forskellige kombinationer af oplysninger ved avlsværdivurdering for ydelse. For at give et mere direkte indtryk af, hvorledes metoden virker, er den i *afsnit 3.5.1* anvendt til vurdering af alle leddene i et dyrs stamtavle.
8. Hovedprincipperne ved anvendelsen af metoden til etablering og anvendelse af en såkaldt avlsmæssig databank er beskrevet, og der er sluttelig i *afsnit*

3.5.2 ved hjælp af et numerisk eksempel vist, hvorledes metoden fungerer. Anvendelsen af direkte opdatering af avlsværdital vil medføre, at alle dyr – tyre, køer og opdræt – på et hvilket som helst tidspunkt er forsynet med et ajourført ydelsesmæssigt avlsværdital. Disse avlsværdital vil i givet fald være baseret på alle de oplysninger, der på det pågældende tidspunkt er registreret om dyrets aner, om dyrets egne præstationer, hvis der er tale om en ko, og om dyrets afkom, hvis der er tale om en tyr under afprøvning.

KAPITEL IV

4 Fælles referencegrundlag

Hovedparten af den kvantitative genetik – med dens klassiske definitioner af en lang række parametre til beskrivelse og vurdering af, hvad der sker med en population, når den udsættes for kræfter af forskellig art – bygger på forudsætninger om, at de pågældende populationer er i genetisk ligevægt og befinder sig i et af tiden uafhængigt miljø.

Disse forudsætninger er i sagens natur ikke til stede hos forædlede husdyrpopulationer, idet disse som følge af avlsarbejde er i stadig genetisk bevægelse. Endvidere befinder sådanne populationer sig i et miljø, der løbende undergår forandringer, såvel positive som negative.

Ikke alene populationsgennemsnit og avlsværdital, men også andre parametre såsom fænotypiske og genetiske varianter og kovarianter og dermed også heritabiliteter og korrelationer kan ændre sig i takt med de fænotypiske og genetiske ændringer, som populationen undergår.

En sammenligning af beregnede avlsværdier for dyr, der har haft forskellige miljøbetingelser, og som ydermere kan tilhøre forskellige generationer, er følgelig forbundet med betydelig usikkerhed, medmindre der etableres et éntydigt fælles referencegrundlag for alle de dyr, der avlsværdivurderes.

4.1 Avlsværdi og avlsmæssig overlegenhed

Et dyrs sande avlsværdi (A) er et udtryk for den samlede værdi af de additivt virkende arveanlæg, dyret har, og som derfor kan videreføres til afkommet. Ved arveanlæggenes værdi forstås deres direkte eller indirekte indvirkning på den pågældende egenskab. Imidlertid påvirkes alle kvantitative egenskaber tillige af miljømæssige faktorer, som i større eller mindre grad tilslører arvets betydning. For at kunne sammenligne de enkelte dyrs forventede avlsmæssige værdi må skønnet over hvert dyrs avlsværdi referere til nøjagtig samme miljøforhold.

Som standardmiljø vælges som regel gennemsnitsmiljøet for alle de dyr, der avlsværdivurderes samtidig. Avlsværdivurderingens formål er derfor at beregne et skøn over, hvad hvert enkelt dyr har anlæg for at præstere, dersom de ydre kår er ens for alle. Da miljøet imidlertid som anført kan ændre sig ganske betydeligt fra år til år og fra sæson til sæson, vil dyrenes avlsværdi målt i absolutte tal ændre sig i takt dermed. En direkte sammenligning af absolutte avlsværdital for dyr i forskellige år bliver følgelig uden mening, med mindre der korrigeres for *miljømæssige ændringer* i populationen.

Således gælder, at:

$$A_{t_1} = A_{t_0} + \Delta E_{t_0-t_1} \quad (35)$$

hvor A_{t_1} og A_{t_0} er et dyrs sande avlsværdi målt i absolutte tal ved henholdsvis tiden t_1 og t_0 og $\Delta E_{t_0-t_1}$ er den miljømæssige ændring af populationens gennemsnit i tiden fra t_0 til t_1 .

I forrige kapitel blev hvert dyrs forventede avlsmæssige værdi udtrykt som afvigelse fra populationens gennemsnit på det pågældende tidspunkt. Herved fås et udtryk for dyrenes *avlsmæssige overlegenhed (I)*. Dette udtryk er uafhængig af miljømæssige ændringer i populationen. Som tidligere anført påvirkes de fleste kvægpopulationer imidlertid af et mere eller mindre effektivt avlsarbejde, der medfører, at en række egenskaber hos de pågældende populationer ændrer sig. Dette bevirker, at et givet dyrs avlsmæssige overlegenhed bliver afhængig af tiden, hvilket gør det vanskeligt at sammenligne dyr af forskellig alder. Også en avlsværdiurverding på grundlag af afstammingsoplysninger alene eller i kombination med individ- eller afkomsprøvning kompliceres på grund af de avlsmæssige ændringer i populationen. Anvendelse af dyrenes avlsmæssige overlegenhed (I) som mål for deres avlsmæssige værdi kræver følgelig, at der korrigeres for de *avlsmæssige ændringer* i populationen.

Således gælder, at:

$$I_{t_1} = I_{t_0} - \Delta G_{t_0-t_1} \quad (36)$$

hvor I_{t_1} og I_{t_0} er et dyrs avlsmæssige overlegenhed ved henholdsvis t_1 og t_0 , og $\Delta G_{t_0-t_1}$ er den avlsmæssige ændring i populationens gennemsnit i perioden fra t_0 til t_1 .

Generelt gælder følgende relationer mellem et dyrs avlsværdi (A), dets avlsmæssige overlegenhed (I) og racens gennemsnit ($\bar{R}$):

$$A_{t_1} = I_{t_0} - \Delta G_{t_0-t_1} + \bar{R}_{t_1} \quad (37)$$

$$\text{og } I_{t_1} = A_{t_0} + \Delta E_{t_0-t_1} - \bar{R}_{t_1} \quad (38)$$

Et dyrs *absolutte avlsværdi* på et givet tidspunkt er altså lig med dets avlsmæssige overlegenhed på dette tidspunkt plus racens gennemsnit. Er den avlsmæssige overlegenhed målt på et andet tidspunkt, må der korrigeres for den avlsmæssige fremgang.

Et dyrs *avlsmæssige overlegenhed* på et givet tidspunkt er således lig med dets absolutte avlsværdi målt på samme tidspunkt minus racens gennemsnit. Er avlsværdien målt på et andet tidspunkt, må der korrigeres for den miljømæssige fremgang.

Det fremgår således, at det kun er muligt at foretage en sikker avlsværdiurverding af alle dyr i en population, såfremt der hele tiden tages hensyn til de avlsmæssige og miljømæssige ændringer i populationen.

4.2 Realiseret avlsmæssig fremgang

Som tidligere anført kræver en effektiv avlsværdiurdering af køers og tyres ydelses anlæg, at der korrigeres for den avlsmæssige fremgang i populationen. Ikke alene af denne grund, men også fordi avlsarbejdet kræver betydelige investeringer, er det af interesse og betydning at beregne fremgangens størrelse for de enkelte populationer og derved få et mål for udbyttet af den investerede kapital. Et skøn over den avlsmæssige fremgangs størrelse vil også give et fingerpeg om, hvilken fremgang der kan forventes i de nærmest følgende år. Avlsarbejdet er jo en kontinuerlig proces med en række elementer, som mange har indflydelse på. Større pludselige ændringer vil derfor sjældent forekomme. Kun en lille del af det avlsarbejde, der udføres i dag, vil få hurtig virkning på populationens gennemsnit, f.eks. frasortering af køer med lav ydelse og kvier med dårlig afstamning. Andre og langt vigtigere dele af dagens avlsarbejde får først fuld virkning mange år frem i tiden. Det gælder f.eks. udvælgelse af tyrefædre og tyremødre, hvis afkom først kan forventes afkomsundersøgt og anvendt i større målestok om ca. 7 år. Disse forhold i forening medfører, at det må forventes, at den *avlsmæssige fremgang er relativt konstant fra år til år*.

Helt frem til 60'ernes begyndelse findes ingen undersøgelser til belysning af den avlsmæssige fremgang for mælkeproduktionssegenskaber i større populationer. I 1962 offentliggjorde englænderen Charles Smith (Smith 1962) imidlertid en metode til beregning af avlsmæssig fremgang på populationsbasis ved hjælp af store datamængder fra praksis.

Smith's metode bygger på den kendsgerning, at et individ i genetisk henseende er upåvirket af tiden. Det vil sige, at sæden af en given tyr vil have samme genetiske sammensætning, uanset hvornår tyren anvendes, og uanset hvor længe sæden opbevares. Dette bevirker, at de ændringer, der kan registreres hos afkomsgrupper efter samme tyr i forskellige år, kun omfatter 50% af de genetiske ændringer i populationens (mødrenes) gennemsnit i samme tidsrum. De miljøbetingede ændringer i tyrens afkomsundersøgelsesresultater vil derimod være af samme størrelse som de tilsvarende ændringer i populationen.

I de følgende år blev Smith's metode – ofte med forskellige modifikationer – anvendt til beregning af avlsmæssig fremgang hos forskellige kvægracer i en række lande. I de allerseneste år er disse undersøgelser blevet suppleret af andre, hvor den avlsmæssige fremgang beregnes ved hjælp af den af Henderson (1973) udviklede BLUP-teknik.

I tabel 6 er vist resultater fra 27 større undersøgelser, hvoraf de første blev offentliggjort i 1966. Som det ses af tabellen, er der stor forskel fra undersøgelse til undersøgelse og fra race til race, hvilket snarere er et udtryk for den usikkerhed, der knytter sig til beregningerne, end et bevis for, at der har været stor variation fra race til race, hvad angår avlsmæssig fremgang.

I egne undersøgelser omfattende 23.858 SDM-kvier, hvis første laktation blev afsluttet i 5-års perioden 1965–70, blev Smith's metode anvendt til at

Tabel 6. Resultater fra beregninger af den realiserede avlsmæssige fremgang i mælke- og smørfedtydelse hos forskellige kvægracer

Table 6. Estimates of the realized genetic gain in milk and butterfat yield in different cattle breeds

Periode	Race	Antal køer	Årlig genetisk fremgang		Forfattere
			kg mælk	kg smf.	
<i>Period</i>	<i>Breed</i>	<i>No. of cows</i>	<i>Genetic gain/year</i>		<i>Authors</i>
			<i>kg milk</i>	<i>kg fat</i>	
1951-62	Holstein	9.554	14	0.33	Hillers & Freeman (1966)
1953-61	Holstein	34.380	45	2.72	Burnside & Legates (1967)
1953-64	Angler	27.288	13	0.89	Gürbüz (1974)
1956-67	F. Ayrshire	36.580	35	—	Lindström (1971)
1956-67	F. Boskap	17.219	35	—	Lindström (1971)
1957-61	NRF	55.200	31	—	Syrstad (1966)
1957-62	Holstein	9.352	47	1.50	Harville & Henderson (1967)
1957-64	Tysk Rødbroget	119.701	30	1.80	Wall (1968)*
1957-64	Tysk Sortbroget	119.582	17	1.50	Wall (1968)*
1957-69	Holstein	13.615	82	1.50	Powell & Freeman (1974a)
1958-72	Holstein	176.380	42	1.26	Schaeffer et al. (1975)
1959-65	SRB	83.761	47	—	Gustafson (1970)
1959-65	SLB	35.242	48	—	Gustafson (1970)
1962-67	Simmentaler	3.966	30	0.80	Na (1972)
1964-68	Holstein	251.322	53	1.80	Hargrove & Legates (1971)
1964-68	Jersey	59.274	25	0.90	Hargrove & Legates (1971)
1965-68	Simmentaler	3.200	32	0.87	Kräusslich et al. (1970)
1965-70	Angler	9.290	35	2.04	Gürbüz (1974)
1966-72	Holstein	3.288	57	1.86	Kennedy & Moxley (1975)
1966-74	SRB	325.646	42	—	Elofson et al. (1978)
1966-74	SLB	111.365	51	—	Elofson et al. (1978)
1967-70	Tysk Sortbroget	12.527	50	—	Jongling (1973)*
1967-72	Simmentaler	116.882	38	1.70	Lederer & Averdunk (1973)
1968-73	Tysk Sortbroget	112.396	37	1.83	Lederer et al. (1975)
1968-75	Holstein	1.500.000**	38	0.70	Powell et al. (1977a)
1968-75	Jersey	140.000**	65	2.10	Powell et al. (1977a)
1968-75	Brown Swiss	35.000**	80	2.00	Powell et al. (1977a)

* Cit.e. Gürbüz (1974)

** Tilnærmet antal Approximate number

beregne et skøn over den genetiske fremgang for mælke- og smørfedtydelsen i 305 dage af 1. laktation. Kvierne var fordelt på 188 fædre, der var anvendt over en periode på mindst 2 år, og som endnu ikke var afkomsundersøgt på det tidspunkt, hvor de blev anvendt til at frembringe de kvier, som undersøgelsen omfattede. De væsentligste forudsætninger for at anvende Smith's metode var derfor opfyldt. Der blev gennemført en række forskellige analyser på materialet, idet resultaternes følsomhed overfor ændringer i alders-, besætnings- og

sæson-korrektionsfaktorerne blev undersøgt. Den beregnede avlsmæssige fremgang var imidlertid næsten konstant fra analyse til analyse.

I gennemsnit af alle analyser fandtes en årlig avlsmæssig fremgang på 45 kg mælk og 1,65 kg smørfedt svarende til 1% af racens gennemsnit i den pågældende periode.

Et simpelt gennemsnit af resultaterne fra denne og fra de i tabel 6 refererede undersøgelser viste en årlig avlsmæssig fremgang på 47 kg mælk og 1,49 kg smørfedt. Opdeles materialet i to dele, således at den første del omfatter undersøgelser baseret på materiale, hvis første år ligger før 1965, og den anden del omfatter undersøgelser baseret på det resterende materiale, viser det sig, at der i gennemsnit har været en stigning i den beregnede avlsmæssige fremgang. Således var fremgangen i de to perioder henholdsvis 37 og 48 kg mælk pr. år og for smørfedtydelse henholdsvis 1,36 og 1,65 kg pr. år. For den sidste periodes (1965–76) vedkommende svarer dette til en årlig avlsmæssig fremgang på ca. 1,0% af det tilsvarende racegennemsnit. På denne baggrund er det rimeligt at antage, at den avlsmæssige fremgang i mælkeproduktionsegenskaberne, kg mælk og/eller smørfedt, for flere populationer i Europa og Amerika i dag er af størrelsesordenen 1% af det tilsvarende populationsgennemsnit pr. år. Og selv om det, som vist i en lang række modelstudier (jævnfør oversigt af Miller (1977)), er teoretisk muligt at øge fremgangen til mindst 1,5% af gennemsnittet for populationen ved nøje at følge en givet avlsplan, er det realistisk at regne med, at kun meget få i praksis vil kunne nå dette resultat i de kommende 10–15 år. En væsentlig årsag hertil er, at andre egenskaber end ydelse, som tidligere anført, må forventes at få en mere fremtrædende plads i avlsarbejdet i årene, der kommer. Dog vil ydelsesegenskaberne utvivlsomt fortsat indgå som primært avlsmål for malke- og kombinationsracer.

4.3 Sammenligning af forskellige kategorier af avlsdyr

I kvægavlsarbejdet er det ofte hensigtsmæssigt at opdele populationen i forskellige kategorier af dyr, afhængigt af blandt andet køn, alder, afstamning og anvendelse. I dette afsnit er følgende opdeling og betegnelse for de enkelte kategorier anvendt:

- BK = brugskøer, d.v.s. mødre til næste generations hundyr. Tyrekalvene efter disse køer har ingen betydning for avlsarbejdet,
- UT = ungtyre, d.v.s. ikke-afkomsundersøgte tyre, som bliver fædre til en vis proportion p af næste generations hundyr samt til tyrekalve, der ikke anvendes til avl,
- BT = brugstyre, d.v.s. afkomsundersøgte tyre, som efter at udvælgelsen har fundet sted bliver fædre til resten $(1-p)$ af næste generations hundyr samt til de tyrekalve, der ikke anvendes til avl,
- TM = tyremødre, d.v.s. køer, der er eller bliver mødre til ungtyre,
- TF = tyrefædre, d.v.s. tyre, der er eller bliver fædre til ungtyre.

Hver af disse kategorier af avlsdyr bidrager til den avlsmæssige fremgang i populationen, men da de har forskellig afstamning og endvidere er dannet på grundlag af en mere eller mindre stærk selektion, baseret på en mere eller mindre sikker avlsværdivurdering, vil deres bidrag til den totale avlsmæssige fremgang være vidt forskellige.

Den avlsmæssige fremgang pr. tidsenhed ΔG kan beregnes ud fra følgende formel (mod. c. Rendel og Robertson 1950):

$$\Delta G = \frac{I_{BK} + (1-p)I_{BT} + I_{TM} + I_{TF}}{L_{BK} + (1-p)L_{BT} + pL_{UT} + L_{TM} + L_{TF}} \quad (39)$$

hvor I er forældrenes avlsmæssige overlegenhed over gennemsnittet hos *jævnaldrende dyr af samme køn*, L er det gennemsnitlige generationsinterval og p er den proportion af køer, der insemineres med ungtyre.

I-erne i formlen er afvejede gennemsnit af de enkelte dyrs beregnede avlsmæssige overlegenhed, og er altså et udtryk for gennemsnittet af de værdier, der almindeligvis lægges til grund for publicerede avlsværdital for køer og tyre. Der er imidlertid to forhold, som er værd at bemærke i denne sammenhæng, fordi de kan have afgørende betydning ved bestræbelserne på at effektivisere avlsværdivurderingen af køer, tyre og opdræt. For det første er de pågældende avlsværdital udtrykt som afvigelser fra *jævnaldrende* dyrs avlsværdital. Avlsværdital for dyr af forskellig alder kan følgelig ikke sammenlignes direkte. For det andet er de udvalgte *køers* avlsværdital målt som afvigelse fra gennemsnittet af alle *jævnaldrende køers* avlsværdital, og tilsvarende er avlsværditalene for de udvalgte tyre målt som afvigelse fra gennemsnittet af alle *tyres* avlsværdital. En direkte sammenligning af køernes og tyrenes avlsværdital er derfor ikke mulig, selv om de pågældende dyr er *jævnaldrende*. Dette medfører, at en avlsværdivurdering enten på grundlag af afstammingsoplysninger alene eller på grundlag af afstammingsoplysninger i kombination med oplysninger om dyret selv eller dets afkom ikke kan foretages korrekt, medmindre der tages hensyn til de enkelte avlsdyrkategoriers alder og genetiske niveau.

4.3.1 De enkelte kategoriers genetiske niveau

Såvel det genetiske niveau som det tilsvarende generationsinterval for de enkelte kategorier af avlsdyr er i høj grad afhængigt af, om der er tale om optimale avlsplaner, fastlagt ved modelstudier, eller om det drejer sig om aktuelle resultater fra praksis. I det følgende er anvendt et eksempel fra praksis, idet de anvendte størrelser bygger på oplysninger om racerne SDM og RDM. De pågældende resultater er fra egne upublicerede undersøgelser, der primært er foretaget for at få et nøjere kendskab til det aktuelle avlsarbejde i de pågældende racer og dermed et bedre grundlag for at gennemføre rådgivnings- og kursusvirksomhed på området. Resultaterne er baseret på data hentet fra følgende officielle publikationer:

»305-dages opgørelser« fra Landbrugsministeriets Produktivitetsudvalg, Husdyrbrugsudvalget, Århus. *De samv. danske Kvægavlsforeningers Årsberetning 1965–1977. Årsberetning Landsudvalget for Kvæg 1971–77. De officielle stambøger for RDM og SDM.* Endvidere har LPH-udvalget i Århus stillet en del supplerende materiale til rådighed for undersøgelsen. Endelig er der indhentet oplysninger fra Elleby (1965 og 1975) og fra Mygind-Rasmussen (1978).

I tabel 7 er anført resultater fra beregninger vedrørende de to racers brugskøer. Det er bemærkelsesværdigt, at en gennemsnitsko af SDM eller RDM kun føder 3,0 kalve og afslutter 2,0 laktationer. Følgelig har brugskøerne et meget kort generationsinterval (4,1 år). Det ses endvidere, at de to racer er stort set identiske med hensyn til disse størrelser. Endelig skal det bemærkes, at køernes avlsmæssige overlegenhed er ret lav for begge racer. Selv om de sidstnævnte resultater er i god overensstemmelse med resultater fra tidligere undersøgelser fra andre racer, f.eks. Syrstad (1966) og Lindstrøm (1971), må de tages med noget forbehold, idet det er vanskeligt at fastlægge køernes gennemsnitlige avlsmæssige overlegenhed med større sikkerhed i praksis.

I perioden 1965–75 blev 60% og 56% af samtlige insemineringer af henholdsvis SDM- og RDM-køer foretaget ved tyre, der endnu ikke var afprøvet (ungtyre). Dette svarer til $p = 0,58$ i gennemsnit for de to racer. For at finde tyrenes gennemsnitlige generationsinterval blev hver tyrs alder på insemineringstidspunktet afvejet med det antal insemineringer, den pågældende tyr blev anvendt

Tabel 7. Gennemsnitligt antal kælvninger, alder ved kælvning, antal laktationer og beregnet avlsmæssig overlegenhed for smørfedtydelse hos SDM og RDM

Table 7. Average number of calvings, age at calving, number of lactations and estimated genetic superiority for butterfat yield for SDM and RDM

Kælvnings-nummer Parity	Antal*) kælvninger pr. ko No. of*) calvings per cow		Alder ved kælvning, mdr. Age at calving months		Antal afsluttede laktationer No. of complete lactations		Avlsmæssig overlegenhed, kg smørfedt Genetic superiority, kg butterfat	
	SDM	RDM	SDM	RDM	SDM	RDM	SDM	RDM
1	1.00	1.00	28.8	29.0	0.78	0.80	0	0
2	0.78	0.80	41.7	42.0	0.47	0.51	1.5	1.5
3	0.47	0.51	53.7	54.6	0.32	0.34	3.0	4.0
4	0.32	0.34	66.0	67.2	0.20	0.19	3.5	4.0
> 4	0.42	0.38	91.9	88.7	0.22	0.19	4.0	4.0
Gennemsnit Average	2.99	3.03	48.9	48.5	1.99	2.03	1.8	2.0

*) Det er forudsat, at hver afsluttet laktation efterfølges af en kælvning

It is assumed that each completed lactation is followed by a new calving

til. For ungtyrenes vedkommende var gennemsnitsalderen 3,02 år for SDM og 2,92 år for RDM. Da afkommet fødes 0,76 år senere, svarer dette til, at generationsintervallets længde for ungtyre var 3,78 år for SDM og 3,68 år for RDM. Brugstyrenes generationsinterval, der blev beregnet på tilsvarende måde, var 7,74 år for SDM og 7,69 år for RDM. Hver brugstys avlsmæssige overlegenhed blev beregnet ved at omregne tyrens R-tal til kg smørfedtafvigelse og multiplicere denne afvigelse med $2n/(n+15)$, hvor n = det antal døtre, R-tallet var baseret på. Herefter blev hver enkelt tyrs avlsmæssige overlegenhed afvejet med det antal insemineringer, de pågældende tyre var anvendt til. På denne måde blev den avlsmæssige overlegenhed for brugstyrene beregnet til at være 16,7 kg smørfedt for SDM og 14,9 kg smørfedt for RDM. Med det aktuelle antal døtre svarer dette til et gennemsnitligt R-tal på 104,9 for SDM og 104,4 for RDM.

I gennemsnit var SDM-tyremødrene 6,30 år gamle ved sønnernes fødsel, medens RDM-tyremødrene var et halvt år yngre (5,67 år). Tyremødrenes smørfedtydelse var i gennemsnit 30 kg højere end det respektive racegennemsnit, lidt højere for SDM end for RDM. Regnes med 3 laktationer i gennemsnit, $h^2 = 0,25$ kg og en gentagelseskoefficient på 0,4, svarer dette til en avlsmæssig overlegenhed hos tyremødrene på 12,5 kg. Da tyremødrene imidlertid gennemgående kommer fra højtydende besætninger og endvidere i gennemsnit har bedre afstamning en kører i almindelighed, er der regnet med en avlsmæssig overlegenhed på 15 kg smørfedt for tyremødrene uanset race.

Eftersom en meget stor del af tyrefædrene hos SDM er af udenlandsk oprindelse, er der kun beregnet generationsinterval og avlsmæssig overlegenhed hos tyrefædre af RDM.

I gennemsnit blev hver tyrefader far til 5,2 sønner og var kun 6,51 år gammel ved sønnernes fødsel. I sammenligning med brugstyrenes generationsinterval på 7,7 år er dette tal overraskende lavt. Årsagen er, at en ret stor procentdel af tyrefædrene endnu ikke var afprøvet ved sønnernes fødsel. Dette er også forklaringen på, at tyrefædrenes avlsmæssige overlegenhed afvejet med antallet af sønner pr. år kun blev 11,2 kg smørfedt svarende til et gennemsnitligt R-tal på 103,3, altså mere end 1% lavere end for brugstyrene.

I tabel 8 er givet en oversigt over de ovenfor anførte resultater fra praksis. Til sammenligning er anført et eksempel, på de forventede resultater fra en mere optimal avlsplanlægning baseret på modelstudier. Indsættes de respektive skøn over den avlsmæssige overlegenhed og generationsintervallernes længde i den anførte formel for den avlsmæssige fremgang (39), fås 1,57 kg smørfedt pr. år i praksis mod det dobbelte -3,2 kg pr. år i modelstudiet. Som det fremgår af tabel 8, er det især på følgende område, at resultaterne fra praksis afviger fra modelstudiets resultater:

1. For svag selektion af brugstyre. Dette skyldes hovedsagelig, at der afprøves for få tyre, og at de bedste anvendes for lidt.

Tabel 8. Avlsmæssig overlegenhed og generationsinterval for forskellige kategorier af avlsdyr

Table 8. Genetic superiority and generation interval for different categories of breeding animals

Kategorier af avlsdyr <i>Category of breeding animals</i>	Avlsmæssig overlegenhed		Generations-interval	
	Praksis ¹⁾ kg smf. <i>Genetic superiority</i>	Modelstudium ²⁾ kg smf.	Praksis år <i>Generation interval</i>	Modelstudium år
	<i>Practice</i> ¹⁾ kg fat	<i>Model study</i> ²⁾ kg fat	<i>Practice</i> years	<i>Model study</i> years
BK (CC)	1.9	1.9	4.1	4.5
BT (PB)	15.5	25.0	7.7	6.0
UT (YB)	0	0	3.7	2.0
T (BC) ³⁾	6.5	12.5	5.4	4.0
TM (CB)	15.0	22.0	6.0	6.5
TF (BB)	11.2	34.0	6.5	7.0
Sum (Total)	34.6	70.4	22.0	22.0

¹⁾ Gennemsnit af SDM og RDM i nærværende undersøgelse

Average of SDM and RDM in the present investigation

²⁾ Eksempel fra Petersen et al. (1973)

Example from Petersen et al. (1973)

³⁾ $T = (1-p) BT + pUT$; $p = 0.58$ i praksis og $p = 0.5$ i modelstudiet

$BC = (1-p) PB + pYB$; $p = 0.58$ i praksis og $p = 0.5$ i modelstudiet

2. For langt generationsinterval for brugstyre. Dette skyldes også, at der igangsættes for få tyre, således at det ofte trækker ud med at finde værdige afløsere til gamle, populære tyre. Sådanne tyre anvendes følgelig over en alt for lang tidsperiode.
3. For langt generationsinterval for ungtyrene. Dette skyldes dels, at ungtyrene ofte er meget ældre end nødvendigt, før de tages i brug, og dels at der i udstrakt grad er anvendt ventetyre.
4. Anvendelse af for dårlige tyrefædre. Dette skyldes, at der har været en udpræget tendens til at anvende ungtyre og ventetyre som tyrefædre i den pågældende periode.

Den i tabel 8 anførte avlsmæssige overlegenhed for hver kategori af avlsdyr er som tidligere anført målt i forhold til jævnaldrende dyr af samme køn. For at foretage en sikker avlsværdiurdering er det nødvendigt at finde frem til en metode, der gør det muligt at sammenligne de beregnede avlsværdital på tværs af dyrenes alder og tidspunktet for vurderingen. I det følgende er de i tabel 7 og 8 anførte resultater fra praksis anvendt til at illustrere denne problemstilling.

I tabel 9 er køernes aktuelle fordeling på kælvningsnummer, laktationsnummer og alder anført sammen med et skøn over deres aktuelle avlsværdi for smørfedtydelse i året 1975. Endvidere er køernes avlsmæssige overlegenhed

Tabel 9. Skøn over SDM- og RDM-køernes gennemsnitlige alder ved kælvning, avlsværdi og avlsmæssig overlegenhed samt fordeling på kælvnings- og laktationsnummer
Table 9. Estimates of the average age at calving, breeding value and genetic superiority of SDM and RDM cows and their distribution on parity

Kælvnings-nummer	Alder ved kælvning, år	Avlsværdi i 1975, kg smf.	Avlsmæssig overlegenhed over		Procent af alle	
			Jævnaldrende	1. kalvskøer	Kælvninger	Laktationer
			Genetic superiority above		Per cent of all	
Parity	Age at calving, years	Breeding value in 1975, kg fat	Contemporaries	1st calf cows	Calvings	Lactations
1	2.4	180.0	0	0	33	39
2	3.5	179.8	1.5	-0.2	26	24
3	4.5	179.8	3.1	-0.2	16	17
4	5.6	179.0	4.0	-1.0	11	10
>4	7.5	176.0	4.0	-4.0	14	10
Gennemsnit*)	4.1	179.2	1.9	-0.8	100	100
Average*)						

*) Afvejnet efter procent kælvninger i hver gruppe

Weighted according to per cent calvings in each group

dels over jævnaldrende uselekterede køer og dels over uselekterede første kalvs køer anført i tabellen. Som det fremgår, rangerer aldersgrupperne vidt forskelligt afhængigt af, hvilket af de to sidstnævnte mål der anvendes.

I *appendiks 2* er vist et eksempel på, hvorledes den gennemsnitlige avlsværdi af de forskellige kategorier af avlsdyr kan beregnes. Beregningerne er foretaget under forudsætning af, at den genetiske fremgang i populationen er 1,57 kg, og at de i *tabel 8 og 9* anførte resultater er gældende i praksis.

De vigtigste resultater er vist i *tabel 10*, der giver en oversigt over den beregnede gennemsnitlige avlsværdi for hver enkelt kategori af avlsdyr. Endvidere er der i tabellen vist, hvorledes de enkelte kategoriers avlsmæssige overlegenhed er afhængig af det valgte referencegrundlag. Vurderes dyrene eksempelvis alle som afvigelse fra jævnaldrende køer, fås et ganske andet billede, end hvis dyrene vurderes på sædvanlig vis, altså som afvigelse fra jævnaldrende dyr af samme køn. I sidste tilfælde ligger brugskøerne f.eks. 1,9 kg smf. over ungtyrene, medens de i første tilfælde ligger 4,5 kg under ungtyrene. Ingen af målene giver imidlertid det rigtige billede, idet den reelle forskel mellem de to kategorier af avlsdyr er 5,1 kg smørfedt i ungtyrenes favør. Disse forhold kan give anledning til fejl rangering af avlsdyrene, hvis avlsværdi vurderingen er baseret på afstammingsoplysninger alene eller i kombinationer med andre oplysninger.

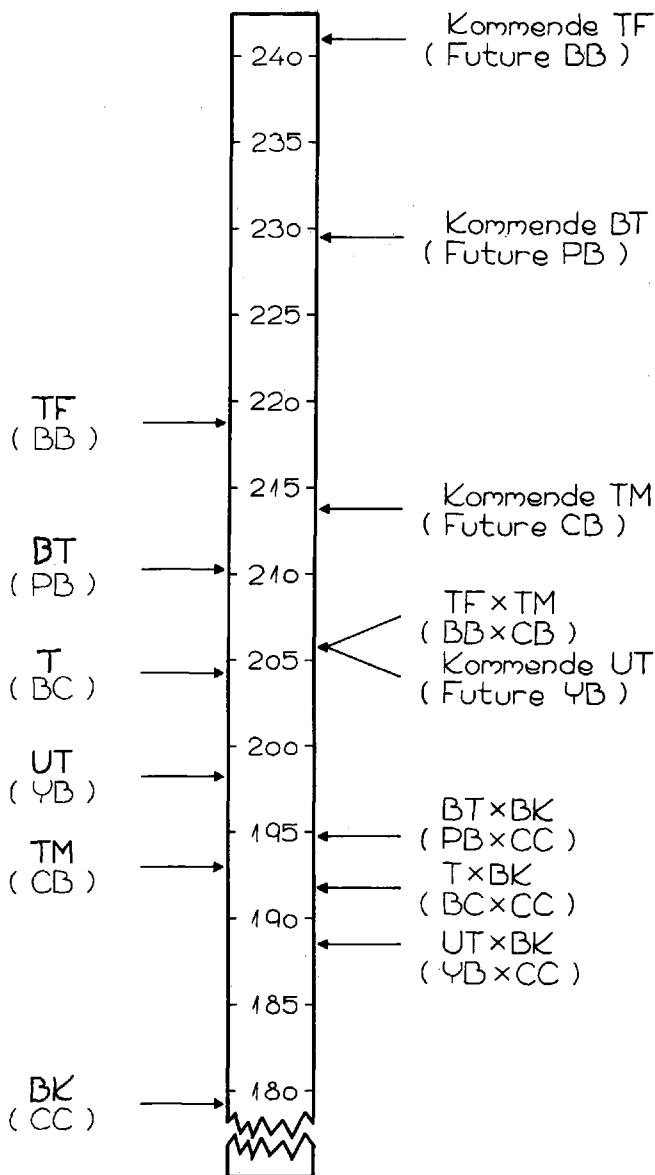
Tabel 10. Den avlsmæssige overlegenheds afhængighed af det valgte referencegrundlag
Table 10. The dependence of the genetic superiority of the different categories of breeding animals on the reference basis chosen

Kategori af avlsdyr	Alder i 1975 år	Avlsværdi i 1975 kg smf.	Den avlsmæssige overlegenhed over			
			Jævnaldrende af samme køn	Jævnaldrende køer	BK i 1975	1. kalvs køer i 1975
<i>Category of breeding animals</i>	<i>Age in 1975 years</i>	<i>Breeding value 1975 kg fat</i>	<i>Contemporaries of same sex</i>	<i>Contemporary cows</i>	<i>CC in 1975</i>	<i>1st calf cows in 1975</i>
BK (CC)	4.1	179.2	1.9	1.9	0	-0.8
BT (PB)	7.7	193.6	15.5	22.0	14.4	13.6
UT (YB)	3.7	184.4	0	6.5	5.2	4.3
TM (CB)	6.0	189.3	15.0	15.0	10.1	9.3
TF (BB)	6.5	191.2	11.2	17.7	12.0	11.2

Måles alle dyrs avlsmæssige overlegenhed derimod fra én og samme basispopulation, f.eks. alle brugskøer eller alle 1. kalvs køer på et givet tidspunkt, fås et mål, der er i overensstemmelse med de pågældende dyrs avlsmæssige værdi, og som derfor er velegnet til at indgå i de anførte former for avlsværdiurdering.

Af tabel 10 fremgår endvidere, at den avlsmæssige forskel mellem de brugskøer og brugstyre, der anvendes på samme tidspunkt, udgør 14,4 kg smørfedt. Ligeledes fremgår det, at forskellen mellem en gennemsnits-brugstyre og en gennemsnits-ungtyr er på 9,3 kg smørfedt, hvilket svarer til, at 1. kalvs køer efter ungtyre i gennemsnit yder 4,65 kg smørfedt mindre end jævnaldrende køer efter brugstyre.

I figur 5 er vist, hvorledes de forskellige kategorier af avlsdyr rangerer indbyrdes i modelstudiet. Som det ses, er der større forskel mellem de enkelte kategorier af avlsdyr i modelberegningerne end i praksis. Det ses endvidere, at tyrene – især tyrefædrene – er betydeligt bedre end køerne. Derimod er forskellen mellem de brugstyre og ungtyre, der anvendes samtidig, kun ca. 3 kg smørfedt større i modelstudiet end i praksis. Det er endvidere værd at lægge mærke til, at ungtyrerne i modelstudiet er hele 18,9 kg smørfedt bedre end de køer, der anvendes til, og 5,2 kg bedre end de tyremødre, der insemineres på samme tidspunkt. Det er ligeledes bemærkelsesværdigt, at avlsværdien af de kalve (ungtyr), der senere bliver tyrefædre, er næsten 4 genetiske spredningsenheder (59,3 kg smørfedt) højere end avlsværdien hos en gennemsnits-brugsko på det tidspunkt, hvor kalven fødes. Disse vordende tyrefædre er således 20–40 år forud for ko-populationen, hvilket antyder de store perspektiver, der ligger i at udvikle metoder til at bestemme tyrenes ydelsesmæssige avlsværdi på et tidligere tidspunkt i dyrenes liv.



Figur 5. Avlsværdien (kg smørfedt) for de forskellige kategorier af avlsdyr på et givet tidspunkt. (Forældrene er anført til venstre for målestokken og afkommet til højre.
 Figure 5. The breeding value of the different categories of breeding animals at a given moment. The parents are placed on the left hand side of the scale and the progeny on the right hand side

4.4 Valg af fælles referencegrundlag

Af de foregående afsnit i dette kapitel fremgår, at fastlæggelse af et fælles referencegrundlag for alle dyr, uanset køn, er en nødvendig forudsætning for, at et avlsværdiurderingssystem skal kunne fungere tilfredsstillende.

I princippet er der to forskellige måder at løse dette problem på. Den første går ud på at sammenligne alle dyr med en nærmere defineret *fast genetisk basispopulation*, der eksempelvis kan være alle kvier, der kælver i et givet år. Den anden metode går ud på at måle alle dyrs avlsmæssige overlegenhed som afvigelse fra en *rullende genetisk basispopulation*, der for eksempel kan være gennemsnittet af alle de kvier, der har afsluttet første laktation i de nærmest forudgående 12 måneder. Begge metoder kræver kendskab til de genetiske ændringer, som sker i populationen.

4.4.1 Fast basispopulation

De senest udviklede metoder til avlsværdiurdering af tyre for mælkeproduktionssegenskaber gør alle brug af en fast genetisk basispopulation som sammenligningsgrundlag.

Dette er således tilfældet for de metoder, som gør brug af BLUP-teknikken, der nu blandt andet anvendes i dele af USA og Canada; for »Cumulative Difference« (Bar-Anan og Sacks 1974), som nu anvendes i Israel; for »Improved Contemporary Comparison«, der er udviklet og anvendes af The milk Marketing Board i England og Wales (Milk Marketing Board 1974) samt for »Modified Contemporary Comparison« (Dickinson et al. 1974), som nu anvendes i USA.

Fordelen ved at anvende en fast genetisk basis er, at den avlsmæssige fremgang hos mødrene til de afprøvede tyres døtre elimineres. Hermed sikres, at alle tyre sammenlignes direkte, som om de alle var blevet anvendt til køer fra basispopulationen.

Men der er også visse problemer forbundet med anvendelsen af en fast basispopulation. Således må alle køer – nulevende som afgang – efter alle tyre – unge som gamle – være repræsenteret i datamaterialet, og alle tyre må nyvurderes, hver gang nye ungtyre ønskes vurderet. Dette medfører, at det samlede datamateriale stadig øges i omfang med stigende EDB-udgifter til følge. Det indebærer også, at de ældre, udvalgte tyre bliver nyvurderet på grundlag af døtre, som er resultatet af insemineringer, foretaget *efter* at tyren er selekteret på grundlag af dens oprindelige afprøvningsresultater. Sådanne nyvurderinger kan være behæftet med betydelige fejl, fordi tyrenes oprindelige afkomsundersøgelsesresultater både kan være afgørende for, hvilke køer de senere bliver anvendt til (f.eks. tyrefædre til tyremødre) og for, hvilke forventninger der stilles til det fremtidige afkom.

Et andet forhold, som bør nævnes, er, at det gennemsnitlige avlsværdital for tyrene vil stige i takt med den avlsmæssige fremgang, når der anvendes fast

basispopulation. Dette medfører, at hovedparten af tyrene i en ny årgang efterhånden vil få *positive avlsværdital*, selv om yderligere anvendelse af dem i realiteten er *ensbetydende med avlsmæssig tilbagegang*. Dette problem kan dog forholdsvis let løses rent teknisk, men af handelspolitiske grunde er det en fordel, at selv negative tyre kan sælges som positive avlstyre.

Efterhånden som datamassen vokser, må der af praktiske grunde vælges en ny basispopulation, hvilket kan have uheldige konsekvenser i overgangsperioden. Endelig kan anføres, at køernes egne laktationer er vanskelige at vurdere i forhold til basispopulationen. Dette vanskeliggør en sammenligning af køernes og tyrenes avlsværdier og komplicerer derfor både avlsværdivurdering på grundlag af afstamning alene og vurdering på grundlag af afstammingsoplysninger sammen med egenpræstationer eller afkomsundersøgelsesresultater.

4.4.2 Rullende basispopulation

Ved at anvende en rullende genetisk basispopulation som sammenligningsgrundlag kan opnås, at *hvert enkelt dyrs avlsmæssige værdi bliver et udtryk for den samlede værdi af det pågældende dyrs gener, såfremt de kom til udfoldelse i den pågældende population i vurderingsøjeblikket*. Et sådant udtryk har mange fordele at byde på i praktisk avlsarbejde. Det anbefales da også stærkt af en af den europæiske husdyrbrugskommission EAAP nedsat arbejdsgruppe (Gaillard et al. 1977). For at fungere tilfredsstillende kræves imidlertid, at referencegrundlaget er veldefineret og løbende opdateres. Ligeledes må alle aktuelle avlsdyr løbende have deres beregnede avlsværdier justeret. En sådan justering kræver blandt andet, at der løbende korrigeres for den avlsmæssige fremgang i populationen. Der vil naturligvis knytte sig en vis usikkerhed til en sådan korrigering, fordi beregningen af avlsmæssige ændringer altid er behæftet med fejl og vanskeligt kan tage hensyn til eventuelle svingninger fra år til år. Målt relativt i forhold til den avlsmæssige fremgang pr. år kan disse fejl være af betydning, men målt i forhold til avlsværditalenes naturlige variation eller i forhold til avlsværditalenes middelfejl vil en eventuel fejl på skønnet over den avlsmæssige fremgang være af meget ringe betydning.

Ved mange avlsmæssige beregninger, herunder R- og Y-tal, i den danske kontrolforeningsløsning korrigeres alle køers 305-dages smørfedtydelse til 1. kalvs køers niveau, og 1. kalvs køers ydelse korrigeres for alder og tidspunkt for kælvning. For hver besætning beregnes kontinuerligt et gennemsnit, der er baseret på den således korrigerede smørfedtydelse for alle de køer, der har afsluttet en 305-dages laktation inden for de forudgående 12 måneder. Gennemsnittet for den pågældende race beregnes herefter som et simpelt gennemsnit af gennemsnittene for alle de besætninger, hvis køer tilhører den pågældende race. *Dette racegennemsnit synes at være velegnet som fælles referencebasis ved avlsværdivurderingerne*, dels fordi det er baseret på *alle* racens aktuelle køer, dels fordi det er veldefineret, og endelig er det naturligvis direkte sam-

menligneligt med gennemsnittet for hver enkelt besætning. Ved en avlsværdi-vurdering er det vigtigt, at de enkelte besætningers gennemsnit er baseret på så mange dyr som muligt. Dette til trods, må det anbefales, at der for en besætning med krydsningskøer og/eller med køer tilhørende to eller flere racer, *dannes et besætningsgennemsnit for hver race for sig* – altså lige så mange besætningsgennemsnit, som der er racer i besætningen. Første gangs krydsninger bør udelukkes ved beregningerne, medens tilbagekrydsninger kan medtages uden større fejl. For at hindre at selektionen inden for besætninger skal påvirke besætningsgennemsnittene nævneværdigt, bør det overvejes at forlænge afgåede køers ufuldstændige laktationer og medtage disse ved beregningen af besætningsgennemsnittene. Anvendelse af ufuldstændige laktationer er diskuteret nærmere i *kapitel VI*.

Ved at måle hver enkelt kos aktuelle ydelse i forhold til tilhørsbesætningsens rullende antalskorrigerede gennemsnit på det pågældende tidspunkt fås et udtryk, der er uafhængigt af besætningsens miljømæssige niveau, og som derfor er velegnet til at indgå i beregningen af koens avlsmæssige overlegenhed over racens gennemsnit på det pågældende tidspunkt. Ved denne beregning må der endvidere tages hensyn til den pågældende besætnings avlsmæssige niveau i forhold til racens gennemsnit. Dette problem er nærmere omtalt i *kapitel V*. For at kunne sammenligne de enkelte dyrs avlsmæssige overlegenhed direkte, d.v.s. uafhængigt af det tidspunkt, de er beregnet på, må der jævnlige korrigeres for den avlsmæssige fremgang i populationerne. I forrige kapitel er anført, hvorledes denne korrektion tænkes foretaget i praksis.

4.5 Undervurdering af afkomsundersøgelsesresultater

Dyr, der avlsværdi-vurderes på grundlag af afkomsundersøgelsesresultater, undervurderes i forhold til dyr, der vurderes på grundlag af egne præstationer, såfremt dyrene tilhører en population i genetisk fremdrift. Dette vigtige, men ofte oversete forhold, kan illustreres med følgende eksempel:

Lad en races gennemsnit for 1. kalvs køer være lig med racens gennemsnit ($\bar{R}$) f.eks. 180 kg smørfedt. Lad endvidere en tyr have nøjagtigt samme avlsværdi som racens gennemsnit.

Vurderes tyren nu på grundlag af et meget stort antal afkom, som afslutter første laktation på det pågældende tidspunkt, kan den forventede gennemsnitsydelse hos disse døtre ($\bar{A}_D$) beregnes som:

$$\bar{A}_D = (A_T + \bar{A}_M)/2$$

hvor A_T = tyrens sande avlsværdi = 180 kg smf.

og $\bar{A}_M$ = den gennemsnitlige sande avlsværdi for døtrenes mødre.

Disse mødre forudsættes at udgøre et tilfældigt udpluk af de køer, der indgår i racens gennemsnit på døtrenes fødselstidspunkt. Er døtrene således i gennemsnit X år gamle ved afslutningen af første laktation, må døtrenes mødre være $X \cdot \Delta G_{\text{ar}}$ kg smørfedt dårligere end racens gennemsnit på dette tidspunkt. Er døtrene eksempelvis 3,5 år gamle på opgørelsestidspunktet, og er $\Delta G_{\text{ar}} = 2$ kg smørfedt, fås derfor:

$$A_D = (180 + 180 - 3,5 \cdot 2)/2 = 176,5 \text{ kg}$$

Beregnes tyrens forventede avlsværdi (A^*) på dette grundlag, fås:

$$\begin{aligned} A^* &= 2(\bar{A}_D - \bar{R}) + \bar{R} \\ &= 2(176,5 - 180) + 180 = 173 \text{ kg} \end{aligned}$$

Da tyrens sande avlsværdi er 180 kg smørfedt, er det en undervurdering på 7 kg svarende til den avlsmæssige fremgang i en periode, der er lig med døtrenes alder ved faderens afkomsundersøgelse. Med andre ord undervurderes tyrene i forhold til køerne med en størrelse, der er lig med den avlsmæssige fremgang, som er sket, siden tyrens døtre blev født. Problemet kan løses ved at korrigere for avlsmæssig fremgang og samtidig tage hensyn til de beregnede avlsværdier hos mødrene til de døtre, som afkomsundersøgelserne baseres på, således som vist i forrige kapitel.

4.6 Relative avlsværdital

Anvendelse af et rullende racegennemsnit som fælles referencegrundlag samt en kontinuerlig korrigering for avlsmæssig fremgang vil medføre, at alle beregnede avlsværdital er direkte sammenlignelige, *uanset hvilken kategori af avlsdyr dyret tilhører, og uanset dyrets alder og køn samt tidspunktet og grundlaget for avlsværdivurderingen.*

Ved offentliggørelsen af dyrenes beregnede avlsværdier knytter der sig flere fordele til at omtransformere disse til relative avlsværdital. Den væsentligste fordel er, at et relativt tal ikke alene viser, om der er tale om et positivt eller negativt dyr i avlsmæssig henseende, men tillige fortæller, hvor mange procent dyret afviger fra racens gennemsnit. Dette sammen med den kendsgerning, at der ikke alene herhjemme, men også i vore nabolande, efterhånden er tradition for at anvende relative avlsværdital, taler for at bibeholde denne udtryksform. Et dyrs relative avlsværdital for ydelse (RY) kan beregnes som:

$$RY = \frac{(I_3 + \bar{R}) \cdot 100}{\bar{R}} = \frac{I_3 \cdot 100}{\bar{R}} + 100 \quad (40)$$

hvor I_3 = dyrets kombinationsindeks, beregnet som vist i forrige kapitel. Dette indeks svarer til dyrets mest sandsynlige avlsmæssige overlegenhed over racens gennemsnit på det pågældende tidspunkt.

og $\bar{R}$ = racens gennemsnit.

Udtrykket i parentes ($I_3 + \bar{R}$) er dyrets beregnede avlsværdi udtrykt i absolute tal (kg smørfedt), og er således et udtryk for, hvor meget det kan forventes, at det pågældende dyr har anlæg for at yde i en 305-dages 1. laktation under de miljøforhold, som i gennemsnit er til stede for racen som helhed på det pågældende tidspunkt.

Både i undersøgelserne fra praksis og i modelstudiet har tyrene, som vist i forrige afsnit, generelt højere avlsværdi end køerne. Mere end halvdelen af de nyafprøvede tyre vil derfor have positive avlsværdital, medens der blandt køerne vil være lige så mange, der har positive som negative tal. Som vist i *tabel 11* bevirker dette, at det gennemsnitlige relative avlsværdital for en årgang nyafprøvede tyre i gennemsnit er *større end 100*, og jo større desto yngre tyrene er ved afprøvningen. Ligeledes vil gennemsnittet af tyrenes relative avlsværdital stige med stigende effektivitet i avlsarbejdet, især hvis effektivitetsforbedringen skyldes stærkere udvælgelse af tyrefædre og tyremødre og/eller hurtig afprøvning af tyrene.

Tabel 11. Den beregnede avlsværdi for de forskellige kategorier af avlsdyr udtrykt i relative avlsværdital

Table 11. The estimated breeding value of the different categories of breeding animals expressed as relative breeding values

Kategori af avlsdyr <i>Category of breeding animals</i>	Relativ avlsværdi	
	I praksis <i>Relative breeding value</i>	I modelstudiet
	<i>In practice</i>	<i>In the model study</i>
BK (CC)	100	100
BT (PB)	108.0	117.4
UT (YB)	102.8	110.5
TM (CB)	105.6	107.6
TF (BB)	106.7	122.1
Uselektrede tyre <i>Unselected bulls</i>		
5 år gamle (5 years old)	101.7	105.2
6 år gamle (6 years old)	100.8	103.4
7 år gamle (7 years old)	100.0	101.6

Som anført kan det imidlertid være af pædagogisk interesse, at gennemsnittet af de relative avlsværdital for de tyre, der er genstand for selektion, har værdien 100. Som det fremgår af *tabel 11*, er dette ønske ikke ganske opfyldt, når disse tal beregnes ved hjælp af ligning (40). Dette kan der imidlertid rådes bod på ved at anvende følgende omskrivning af ligning (40), når tyrenes relative avlsværdital beregnes:

$$RY = \frac{(I_3 + \bar{R} - \bar{I}_3) \cdot 100}{\bar{R}} = \frac{(I_3 - \bar{I}_3) \cdot 100}{\bar{R}} + 100 \quad (41)$$

hvor $\bar{I}_3$ er den beregnede gennemsnitlige avlsmæssige overlegenhed for alle de tyre, som tyrene under afprøvning ønskes sammenlignet med.

Et vigtigt spørgsmål i denne sammenhæng er, hvor mange og hvilke tyre der skal inkluderes ved fastlæggelsen af $\bar{I}_3$, for at RY bedst kan opfylde sit formål som vejledning for selektionen af tyre.

Ved at anvende den sidste årgangs afprøvede tyre opnås, at det relative avlsværdital for disse i gennemsnit bliver 100, og at det relative avlsværdital for alle andre tyre ved en eventuel offentliggørelse bliver sat i forhold dertil. En væsentlig ulempe ved dette alternativ er, at det er vanskeligt at definere, hvad der forstås ved en årgang nyafprøvede tyre, idet der er stor forskel på tyrenes alder ved første afprøvning, og mange tyre har endvidere deres »test-døtre« fordelt over en meget lang tidsperiode. En anden ulempe ved metoden er, at der – uafhængig af den avlsmæssige fremgang i populationen – vil være forskel mellem de enkelte årgange af tyre, dels fordi der er et begrænset antal nye tyre hvert år, og dels fordi disse tyre tilsammen har forholdsvis få fædre. Dette medfører, at de relative avlsværdital, der beregnes og publiceres på et givet tidspunkt, *ikke* kan sammenlignes med de relative avlsværdital, der er publiceret tidligere, fordi disse er beregnet i forhold til den gennemsnitlige avlsværdi af tyre fra andre årgange. Dette er også årsagen til, at der ved gentagne offentliggørelser af relative avlsværdital for én og samme tyr vil opstå svingninger ud over de ændringer, der er betinget af avlsmæssig fremgang og af eventuel ny information om tyren i den pågældende periode.

En anden mulighed er at basere $\bar{I}_3$ på et rullende gennemsnit af mere end én årgangs tyre, for eksempel på alle tyre i de forudgående fem år eller på alle tyre, som er under 10 år gamle på opgørelsestidspunktet. Fordelen ved dette alternativ er, at de ændringer, der kan konstateres i samme tyres relative avlsværdital, fra år til år næsten udelukkende kan henføres til en forringelse som følge af avlsmæssig fremgang i populationen. Ulempen er først og fremmest, at gennemsnittet for den sidste årgangs tyre, som avlsledelsens søgelys jo især er rettet mod, har en værdi, der er større end 100, og jo større desto større avlsmæssig fremgang der er i populationen.

I følgende oversigt er anført de væsentligste fordele og ulemper ved de tre diskutererede metoder til beregning af RY:

Alternativ I:
$$RY = \frac{(I_3 + \bar{R}) \cdot 100}{\bar{R}}, \text{ se ligning (40)}$$

Alternativ II:
$$RY = \frac{(I_3 + \bar{R} - \bar{I}_3) \cdot 100}{\bar{R}}, \text{ se ligning (41)}$$

Alternativ III: som alternativ II men $\bar{I}_3$ er baseret på 5 årganges tyre.

	Alternativ		
	I	II	III
Alle tyre, hvis resultater publiceres samtidig, bliver sammenlignet på lige fod	ja	ja	ja
Resultaterne er stort set uafhængige af miljømæssige ændringer af racens gennemsnit	ja	ja	ja
Forventet gennemsnit for »sidste årgang« tyre er 100	nej (100–103)	ja	nej (101–104)
Korrekt sammenligning af tidligere offentliggjorte resultater kan ske ved at reducere RY med én enhed for hver procent avlsmæssig fremgang i populationen	ja	ja i gennemsnit, men varierer	ja varierer lidt
Det beregnede relative avlsværdital for tyrene er direkte sammenligneligt med køernes og opdrættets relative avlsværdital	ja	nej	nej
En gunstig årgang tyre bliver vurderet korrekt	ja	nej under-vurderes	(ja)

Som det fremgår af denne oversigt, er alternativ II's eneste fordel overfor alternativ I, at det forventede gennemsnit af »sidste årgang« tyre altid er nøjagtig 100, medens det i alternativ I sandsynligvis vil være ca. 1% højere, altså varierende omkring 100 i praksis. På alle andre områder er alternativ I på linie med – eller bedre end alternativ II. Alternativ III har, bortset fra, at RY for sidste årgangs tyre er større end 100, visse fordele overfor alternativ II, men er alternativ I underlegen på flere områder. På denne baggrund konkluderes, at *alternativ I's fordele overfor de to øvrige alternativer er iøjnefaldende, og at dette alternativ (formel 40) derfor må foretrækkes fremfor de to andre ved vurdering af såvel tyre som køer og kalve.*

4.7 Sammen drag

I dette kapitel er peget på en række problemer ved avlsværdiurdering af dyr, som tilhører populationer, der samtidig er under påvirkning af avlsmæssige og miljømæssige ændringer. Størrelsen af den avlsmæssige fremgang for mælke- og smørfedtydelse er belyst, dels gennem et litteraturstudium, og dels på grundlag af egne undersøgelser. Endvidere er der vist, at det genetiske niveau er vidt forskelligt fra den ene kategori af avlsdyr til den anden, og at dette nødvendiggør, at der vælges et fælles veldefineret referencegrundlag ved avlsværdiurderingen af alle kategorier af dyr. Følgende hovedpunkter skal fremhæves:

1. Et dyrs *sande avlsværdi* (A) på et givet tidspunkt er defineret som den samlede additive effekt af de arveanlæg, dyret besidder, såfremt disse kom til udtryk i populationen på det pågældende tidspunkt. Et dyrs *sande avlsværdi* vil følgelig ændre sig i takt med *de miljømæssige ændringer i populationen* (jævnfør ligning (35)).
2. Et dyrs *avlsmæssige overlegenhed* (I) på et givet tidspunkt er lig med dets avlsværdi minus racens gennemsnit på det pågældende tidspunkt. Et dyrs avlsmæssige overlegenhed vil følgelig ændre sig i takt med *de avlsmæssige ændringer i populationen* (jævnfør ligning (36)).
3. Den avlsmæssige fremgang (ΔG) for mælke- og smørfedtydelse varierer kun lidt fra år til år og er for de fleste højtudviklede malke- og kombinationsracer *ca. 1% pr. år*.

I egne undersøgelser baseret på ca. 24.000 1. kalvs køer af SDM fordelt på 188 tyre fandtes en avlsmæssige fremgang på *45 kg mælk og 1,65 kg smørfedt* i perioden 1965–1970.

4. Summen af det gennemsnitlige generationsinterval for de enkelte kategorier af avlsdyr hos SDM og RDM er af samme størrelsesorden som anført i modelstudier af Petersen et al. (1973). Derimod var summen af de samme avlsdyrs avlsmæssige overlegenhed for smørfedt kun halvt så stor som i anførte modelstudium. Dette svarer til en forventet avlsmæssig fremgang for begge racer i praksis på *1,57 kg smørfedt pr. år* mod *3,2 kg* i modelstudiet. En væsentlig årsag til denne forskel var ringe selektion i tyrefædreledet (jævnfør tabel 8).
5. Den avlsmæssige forskel mellem en gennemsnitsko og en gennemsnits-brugstyr fandtes at udgøre *ca. 14 kg smørfedt* i tyrens favør. Og forskellen mellem de brugstyre og ungtyre, der anvendtes på samme tidspunkt var *ca. 9 kg smørfedt* til fordel for brugstyrene, svarende til at afkom efter brugstyre i gennemsnit vil yde 4,5 kg smørfedt mere pr. laktation end afkom efter ungtyre.
6. Ved beregning af avlsværdital er det af afgørende betydning, at der anvendes samme referencegrundlag for alle kategorier af dyr uanset alder og køn. Dette er især vigtigt, når avlsværdiurderingen foretages på grundlag af afstamningen, enten alene eller i kombination med andre informationer.

7. Som fælles referencegrundlag foreslås anvendt et rullende racegennemsnit ($\bar{R}$), der beregnes som et simpelt gennemsnit af besætningsgennemsnittet for hver enkelt besætning. Besætningsgennemsnittet foreslås beregnet som gennemsnittet af 305-dages smørfedtydelse for alle de køer, der har afsluttet en 305-dages laktation inden for de forudgående 12 mdr. Ældre køers ydelse korrigeres til 1. kalvs køers niveau. For de køer, der er kontrolleret mindst to gange efter forrige kælvning, men ikke har opnået at afslutte 305-dage i den pågældende 12 mdrs. periode, foreslås den afkortede laktation forlænget (d.v.s. korrigeret op til 305 dage) og inkluderet, når besætningens gennemsnit beregnes.
8. For at kunne foretage en korrekt sammenligning af en tyrs afkomsundersøgelsesresultat og en kos individafprøvningsresultat er det nødvendigt at korrigere tyrens resultat for den avlsmæssige værdi af mødrene til afkomsgruppen. Sker dette ikke, vil tyren blive undervurderet med en størrelse, der svarer til den avlsmæssige fremgang i populationen, siden tyrens døtre blev født.
9. Alle dyrs (køers, tyres og ungdyrs) forventede avlsværdi for smørfedtydelse foreslås offentliggjort som *relative avlsværdital* (RY), der beregnes ved hjælp af formel (40):

$$RY = \frac{I_3 \cdot 100}{\bar{R}} + 100$$

hvor I_3 er dyrets kombinationsindeks = dets avlsmæssige overlegenhed og $\bar{R}$ er racens gennemsnit på det pågældende tidspunkt.

KAPITEL V

5 Ydelseskorrigerig, besætningsstørrelse og besætningsniveau

En kos sande avlsværdi kan – som tidligere omtalt – defineres som den samlede additive effekt af alle dens gener under de miljøforhold, der er til stede for den pågældende population som helhed på et givet tidspunkt. For at kunne vurdere en vilkårlig kos ydelse med henblik på en avlsværdivurdering af koen er det derfor nødvendigt at korrigere for en lang række faktorer, som erfaringsmæssigt påvirker ydelsen. 1. kalvs kørs ydelse må således korrigeres for alder ved kælvning, for kælvningstidspunktet (sæson) og for afstanden fra kælvning til ny drægtighed (tomperioden). Ældre kørs ydelse må ligeledes korrigeres for kælvningstidspunktet og for tomperiodens længde. Endvidere bør der tages hensyn til længden af forrige kælvningsinterval. For at kunne sammenligne 1. kalvs og ældre kørs ydelser må der endvidere korrigeres for laktationsnummer. Endelig må der for alle kørs vedkommende tages hensyn til besætningsernes størrelse samt deres avlsmæssige og miljømæssige niveau.

Effekten af kælvningsalder, kælvningsnummer, tomperiode, kælvningsinterval og kælvningstidspunkt er behandlet indgående i en lang række undersøgelser (f.eks. Bereskin og Freeman 1965a, Syrstad 1965, Fimland et al. 1972, Auran 1973, Freeman 1973, Auran 1974, Danell 1976a og Köther og Langholz 1977), og der skal derfor kun knyttes nogle få kommentarer til korrektionen for disse faktorer.

Næsten alle undersøgelser viser samstemmende, at efterårskælvere har højere ydelse end forårs- og sommerkælvere. Anvendelse af konstanter for hver sæson eller måned til korrigerig for sådanne sæsoneffekter er derfor anvendelige. Imidlertid er der undertiden ret betydelige forskelle mellem samme sæson i forskellige år. Dette vil medføre fejlkorrigeringer, medmindre beregningen af de konstanter, der anvendes, baseres på samme materiale, som de anvendes på. I praksis vil dette dog virke forsinkende på avlsværdivurderingen og endvidere være forbundet med ekstraudgifter. En anden måde at løse problemet på er at måle hver enkelt laktation som afvigelse fra ydelsen hos køer, der kælder i samme måned eller samme sæson som koen, hvis ydelse vurderes. Ifølge Thorsen (1978) kan den sidstnævnte løsning let indpasses i den danske kontrolforeningsløsning og vil sandsynligvis være at foretrække fremfor at anvende faste konstanter for hver måned. Der bør dog gennemføres en nærmere undersøgelse for at få endelig fastlagt, hvilken metode der er bedst under danske forhold.

Tidspunktet for ny drægtighed påvirker køernes 305-dages ydelser. Efter ca. 120 dages drægtighed vil dagsydelsen falde hurtigere end hos ikke-drægtige

køer på samme laktationsstadium. Ydelsen i de sidste måneder af en 305-dages laktation er derfor afhængig af tidspunktet for drægtighedens indtræden. Jo tidligere køerne bliver drægtige igen efter kælvning, desto tidligere sætter ydelsesdepressionen ind, og desto stærkere når den at blive, inden 305-dages laktationen er afsluttet. Sammenhængen mellem tomperiodens længde og 305-dages ydelsen har derfor et kurvelineært forløb. Foreløbige resultater på dansk materiale, Christensen (1978), viser, at følgende ligning er velegnet til korrektion for tomperiodens længde:

$$P_k = P + \frac{K}{T} - \frac{K}{\bar{T}}$$

hvor P_k = koens korrigerede smørfedtydelse

P = koens aktuelle smørfedtydelse

T = koens tomperiode

$\bar{T}$ = racens gennemsnitlige tomperiode ved samme kælvningsnummer

K = en konstant, der dels er afhængig af race og dels af laktationsnummer.

Da tomperiodens indflydelse især gør sig gældende hos køer med meget korte tomperioder, kan den opfattelse, at den ydelsesmæssige avlsværdi hos køer med lange tomperioder overvurderes væsentligt, afvises. Det samme gælder naturligvis for tyre, hvis døtre har lange tomperioder, idet sådanne tyres avlsværdi nok påvirkes i opadgående retning, men denne påvirkning er ret minimal. Derimod er der større sandsynlighed for, at enkelte tyre med meget frugtbare døtre bliver undervurderet, og *da begge dele fører til en indirekte negativ selektion for frugtbarhed, må det anbefales at korrigere for tomperiodens længde.*

Endnu vigtigere er imidlertid korrektionen for laktationsnummer. Da ydelsesstigningen fra én laktation til den næste ifølge blandt andre Syrstad (1965) og Miller (1973) procentvis er den samme på alle ydelsesniveauer, bør der anvendes multiplikative korrektionsfaktorer ved korrigeringen af 2. kalvs og ældre køers ydelse til 1. kalvs køers niveau. Ønskeligt er det, om det på længere sigt bliver muligt at undersøge og om nødvendigt tage hensyn til forskellige veldefinerede miljøfaktorer (f.eks. løsdriftstald kontra båsestald) indflydelse på forholdet mellem ydelsen hos 1. kalvs og ældre køer.

Ved udarbejdelsen af de nødvendige korrektionsfaktorer er det vigtigt at være opmærksom på, at flere af de anførte faktorer er indbyrdes korrelerede. Beregningerne må derfor så vidt muligt foretages ved simultane analyser af store datamængder. Såfremt det nødvendige datamateriale haves til rådighed, er sådanne analyser forholdsvis enkle at gennemføre ved hjælp af nutidig EDB-teknik.

Den vigtigste af alle faktorer at tage hensyn til, inden den endelige avlsværdiurdering finder sted, er de enkelte besætningers ydelsesniveau, der ifølge flere undersøgelser (Bereskin og Freeman 1965b, Auran 1973, Danell 1976a, Köther og Langholz 1977 m.fl.) tegner sig for ca. $\frac{1}{3}$ af den totale ydelsesvariation. En del af denne variation skyldes tilfældige miljømæssige og genetiske påvirkninger som følge af varierende besætningsstørrelse, en anden del er af permanent genetisk oprindelse, medens hovedparten skyldes, at de mere permanente miljøforhold er vidt forskellige fra besætning til besætning. Den resterende del af dette kapitel er koncentreret om mulighederne for at tage hensyn til disse besætningseffekter ved avlsværdiurderingen af køer og dermed også af tyre og opdræt.

5.1 Besætningsstørrelse, besætningsgennemsnit og ydelsesafvigelser

Ved avlsværdiurderingen er der ofte peget på, at alle køer bør have samme muligheder for at hævde sig, uanset om de står i små eller i store besætninger. Da besætningseffekten, som anført, er meget stor, er det nødvendigt at måle køernes korrigerede ydelser som afvigelse fra det tilhørende besætningsgennemsnit eller fra staldkammeraternes gennemsnit, hvorved forstås et besætningsgennemsnit, som ikke inkluderer koen selv, men kun dens staldkammerater – altså alle andre køer i besætningen. Det er imidlertid klart, at der knytter sig en vis usikkerhed til et beregnet besætningsgennemsnit, og at denne usikkerhed stiger med faldende besætningsstørrelse. Endvidere er besætningsgennemsnittet naturligvis – især i små besætninger – påvirket af, om den ko, der vurderes, er inkluderet i gennemsnittet eller ej.

For at kunne sammenligne køer tilhørende besætninger af forskellig størrelse på lige fod er det derfor nødvendigt at korrigere for besætningsstørrelsen. En besætnings afvigelse fra racens gennemsnit kan skrives som:

$$B_n = B_a - \bar{R}$$

hvor B_a = besætningens aktuelle gennemsnit

$\bar{R}$ = racens gennemsnit

og n = refererer til antallet af køer i besætningen.

Det er klart, at hvis n er lille, vil B_n være usikkert bestemt, modsat vil B_n gå mod den sande afvigelse B for n gående mod uendelig. Opgaven bliver derfor at beregne et skøn over den sande besætningsafvigelse (B) ud fra den observerede afvigelse (B_n). Med andre ord må der beregnes, hvor meget det kan forventes, at B ændrer sig, hver gang B_n ændrer sig med én enhed, hvilket er ensbetydende med at beregne regressionskoefficienten b_{B/B_n} .

Ifølge *appendiks 3* bliver denne regressionskoefficient:

$$b_{B/B_n} = \frac{n}{n + \frac{1}{t} - 1} \quad (42)$$

hvor t er intraklassekorrelationen mellem dyr tilhørende samme besætning. Denne ligning svarer til den af Henderson et al. (1954), Heidhues et al. (1961) og VanVleck et al. (1961a) foreslåede formel til korrigering af staldkammeraternes gennemsnit. Da variationen mellem besætninger, som tidligere anført udgør ca. $1/3$ af den totale variation i ydelse, er $t = 1/3$, og (42) kan derfor skrives som:

$$b_{B/B_n} = \frac{n}{n + 2}$$

Besætningens korrigerede afvigelse fra racens gennemsnit (B_k) kan følgelig beregnes som:

$$B_k = \frac{n}{n + 2} B_n \quad (43)$$

Der er ifølge Philipsson et al. (1978) kun forsket lidt i spørgsmålet om, hvorvidt koen selv skal inddrages i besætningsgennemsnittet eller ikke. I små besætninger er der naturligvis en betydelig automatisk sammenhæng mellem besætningsgennemsnittet og koens egen ydelse, når denne inddrages i besætningsgennemsnittet. Dette taler for at udelukke den ko, der vurderes, når besætningsgennemsnittet beregnes. På den anden side vil besætningens sande gennemsnit, der jo hovedsageligt er miljøbestemt, kunne fastlægges med større sikkerhed, når koen inddrages, end hvis den udelades.

5.1.1 Simuleringsstudier

For at sammenligne forskellige metoder til at beregne de enkelte køers ydelsesafvigelser er der i egne undersøgelser anvendt EDB-simulering. Til brug for disse undersøgelser blev der indledningsvis genereret ydelsestal for et stort antal køer. Hver kos ydelse blev beregnet som:

$$P_{ij} = A_{ij} + M_{ij} + B_j$$

hvor P_{ij} = den fænotypiske ydelsesafvigelse fra racens gennemsnit for den i 'te ko tilhørende den j 'te besætning.

A_{ij} = koens sande avlsmæssige afvigelse fra racens gennemsnit.

M_{ij} = koens miljøbetingede afvigelse fra B_j , svarende til de tilfældige miljøpåvirkninger inden for besætningen.

B_j = den j 'te besætnings permanente miljøbetingede afvigelse fra racens gennemsnit.

De gennemsnitlige værdier af alle disse effekter forventes alle at være nul ($\bar{P} = \bar{A} = \bar{M} = B = 0$) med varianserne: $\sigma_P^2 = 1350$, $\sigma_A^2 = 225$, $\sigma_M^2 = 675$ og $\sigma_B^2 = 450$.

Såfremt den permanente besætningseffekt fjernes, bliver heritabiliteten:

$$h^2 = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_A^2 + \sigma_M^2} = \frac{225}{225 + 675} = 0,25$$

Såfremt der ikke korrigeres for besætningseffekten fås derimod:

$$h^2 = \sigma_A^2 / \sigma_P^2 = 225 / 1350 = 0,167$$

Intreklasssekorrrelationen for køer tilhørende samme besætning bliver:

$$t = \sigma_B^2 / \sigma_P^2 = \frac{450}{1350} = 0,333$$

Et vilkårligt besætningsgennemsnit kan derfor med god tilnærmelse korrigeres for antal køer ved hjælp af ligning (43).

Ud fra det genererede grundmateriale blev der dannet en række besætninger af varierende størrelse, hvorefter hver enkelt kos fænotypiske ydelsesafvigelse blev beregnet på fem forskellige måder, således som beskrevet i det følgende.

Det *første* mål blev beregnet som:

$$P_1 = P_{ij}$$

P_1 er altså koens absolutte afvigelse fra *racens* gennemsnit.

Det *andet* mål blev beregnet som:

$$P_2 = P_{ij} - B_n$$

hvor B_n = besætningegennemsnittets afvigelse fra *racens* gennemsnit

n = antal køer i besætningen *inklusive* koen selv.

P_2 er altså koens afvigelse fra et *ukorrigeret* besætningsgennemsnit, der omfatter koen selv. Dette mål er anvendt i en lang række lande, heriblandt Danmark.

Det kan vises, at denne afvigelse er identisk med den af Burnside (1970) foreslåede korrigerede afvigelse fra staldkammeraternes gennemsnit beregnet som:

$$P_2 = \frac{n-1}{n} (P_{ij} - S_m)$$

hvor S_m = staldkammeraternes gennemsnit

$m = n-1$ = antal staldkammerater.

Som baggrund for denne korrektion anfører Burnside (1970), at den aktuelle forskel afvejes med det reciprokke af dens varians ved at multiplicere afvigelsen med $(n-1)/n$.

Imidlertid kan S_m beregnes som:

$$S_m = \frac{n B_n - P_{ij}}{n-1}$$

der indsat i udtrykket for P_2 giver:

$$\begin{aligned} P_2 &= \frac{n-1}{n} \left(P_{ij} - \frac{n B_n - P_{ij}}{n-1} \right) \\ &= \frac{n-1}{n} P_{ij} - B_n + \frac{1}{n} P_{ij} \\ &= P_{ij} - B_n \end{aligned}$$

Heraf ses, at de to udtryk for P_2 er identiske.

Det *tredje* mål blev beregnet som:

$$P_3 = P_{ij} - S_m$$

P_3 er således koens *ukorrigerede afvigelse fra staldkammeraternes gennemsnit*.

Det *fjerde* mål blev begæret som:

$$P_4 = P_{ij} - \frac{m}{m+2} S_m = P_{ij} - \frac{n-1}{n+1} S_m$$

P_4 er altså koens afvigelse fra staldkammeraternes antalskorrigerede gennemsnit. Den teoretiske baggrund for denne korrektion, der er anvendt i flere lande, deriblandt USA, er, at en besætnings afvigelse fra racens gennemsnit i større eller mindre grad er påvirket af tilfældighedernes spil. Jo mindre besætningerne er, desto større del af variationen mellem dem skyldes tilfældige påvirkninger. Den anvendte korrektionsfaktor er i realiteten regressionen af besætningens sande gennemsnit på *staldkammeraternes* observerede gennemsnit. Denne regressionskoefficient kan beregnes ved at erstatte n i (42) med antallet af

staldkammerater ($m = n-1$) og t med $1/3$, som er værdien af t i de simulerede data.

Ifølge Heidhues et al. (1961) er denne korrektion først diskuteret af Henderson (1948). Siden har blandt andre Heidhues et al. (1961), Van Vleck et al. (1961a og 1961b), Bereskin og Freeman (1965b) og Pirchner (1970) diskuteret denne korrektion.

Det femte og sidste mål blev beregnet som:

$$P_5 = b_{P'/P_n} (P_{ij} - \frac{n}{n+2} B_n)$$

hvor $\frac{n}{n+2} B_n$ er *hele* besætningens antalskorrigerede afvigelse fra racens gennemsnit, og b_{P'/P_n} er regressionen af koens afvigelse fra besætningens *sande* gennemsnit på besætningens antalskorrigerede afvigelse ($\frac{n}{n+2} B_n$). Ifølge *appendiks 3.2.2* er denne regression lig med 1. Følgelig fås

$$P_5 = P_{ij} - \frac{n}{n+2} B_n$$

Ved at anvende dette mål er der efter min opfattelse taget hensyn til, at den permanente del af en besætnings afvigelse fra racens gennemsnit kan fastlægges med større sikkerhed, når koen selv inkluderes i gennemsnittet. Af denne grund må P_5 være det bedst egnede mål for koens afvigelse fra besætningens *sande* gennemsnit.

Et *sjette* udtryk kan dannes ved at korrigere P_4 ved hjælp af regressionen b_{P'/P_4} , hvor P' er koens afvigelse fra staldkammeraternes *sande* gennemsnit. Ifølge *appendiks 3.2.1* bliver denne regressionskoefficient:

$$b_{P'/P_4} = \frac{(n-2)t + 1}{(n-1)t + 1} = \frac{n + 1}{n + 2}, \text{ for } t = 1/3$$

I *appendiks 3.2.3* er imidlertid vist, at man i givet fald får et udtryk, der er identisk med P_5 . Således gælder ifølge dette *appendiks*, at:

$$P_5 = b_{P'/P_4} P_4 = \frac{(n-2)t + 1}{(n-1)t + 1} P_4$$

Eller, idet $t = 1/3$:

$$P_5 = \frac{n + 1}{n + 2} P_4$$

Heraf ses, at kun ved meget små besætningsstørrelser er P_4 væsentlig forskellig fra P_5 .

I tabel 12 er anført et eksempel på, hvorledes de forskellige gennemsnit og ydelsesafvigelser beregnes i en besætning bestående af tre køer.

Tabel 12. Forskellige besætnings- og staldkammerat-gennemsnit samt ydelsesafvigelser i en besætning på tre køer. Racens gennemsnit = 200 kg

Table 12. Different herd averages, herdmate averages and differences in yield in a herd with three cows. The average of the breed = 200 kg

	Ko A Cow A	Ko B Cow B	Ko C Cow C	Gns. Av.	Spredn. S.D.
Absolut ydelse (P)	200	210	220	210	10
<i>Absolute yield (P)</i>					
Staldkammeraternes gennemsnit (S)	215	210	205	210	5
<i>Averages of herdmates (S)</i>					
Besætningens gennemsnit (B)	210	210	210	210	0
<i>Average of herd (B)</i>					
Staldkammeraternes korrigerede gens. (S_k)	107,5	205	202,5	205	2,5
<i>Corrected average of herdmates (S_k)</i>					
Besætningens korrigerede gens. (B_k)	206	206	206	206	0
<i>Corrected herd average (B_k)</i>					

Ydelsesafvigelser – jævnfør tekst

Differences in yield – see text

$P_1 = P - 200$	0	10	20	10	10
$P_2 = P - B$	-10	0	10	0	10
$P_3 = P - S$	-15	0	15	0	15
$P_4 = P - S_k$	-7,5	5	17,5	5	12,5
$P_5 = P - B_k$	-6	4	14	4	10

Som det ses, giver alle 5 metoder forskellige resultater. Inden for en given besætning vil metode 1 altid give den numerisk største afvigelse, efterfulgt af metode 4. Derefter kommer metode 5, medens den gennemsnitlige afvigelse for metode 2 og 3 altid er nul. Ses på afvigelsernes spredning inden for besætninger, giver metode 3 den største efterfulgt af metode 4, medens de øvrige giver samme spredning.

De enkelte metoders værdi blev målt, dels ved hjælp af korrelationerne mellem køernes ydelsesafvigelser på den ene side og køernes sande avlsværdi på den anden, og dels ved at måle den gennemsnitlige avlsmæssige overlegenhed hos grupper af dyr, *selektet* på grundlag af de fem mål for ydelsesafvigelsen.

I tabel 13 er anført korrelationerne mellem hver af de fem mål på den ene side og dyrenes sande genetiske værdi samt besætningens og staldkammeraternes fænotypiske og genetiske niveau ved henholdsvis 2–4 køer pr. besætning, 10 køer pr. besætning og en jævn fordeling af besætningsstørrelser fra 2 til 50 køer

Tabel 13. Korrelationerne mellem hvert af de fem udtryk for køernes ydelsesafvigelse*) på den ene side og køernes sande avlsværdier samt besætningsernes og staldkammeraternes værdier på den anden side

Table 13. The correlations between the five expressions for the cows' deviations in yield) and the true breeding values on the one hand and averages of the herd and herdmates on the other*

	Besæt- nings- størrelse	Ydelsesafvigelser*)					Koens sande avlsværdi <i>True breed- ing value of the cow</i> A
	<i>Herd size n</i>	<i>Deviations in yield*)</i>					
		P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	
Koens sande avlsværdi	2- 4	0.407	0.404	0.396	0.441	0.445	1.000
<i>True breeding</i>	10	0.402	0.462	0.462	0.467	0.467	1.000
<i>value of the cow</i>	2-50	0.404	0.480	0.480	0.480	0.481	1.000
Besætningernes	2- 4	0.754	0	0	0.418	0.414	0.183
gennemsnit	10	0.644	0	0	0.139	0.139	0.076
<i>Herd averages</i>	2-50	0.569	0	0	0.054	0.052	0.088
Staldkammeraternes							
avlsmæssige niveau	2- 4	0.007	-0.276	-0.290	-0.148	-0.146	0
<i>Average of the true</i>	10	0.030	-0.153	-0.153	-0.120	-0.120	0
<i>breeding value of</i>	2-50	-0.032	-0.100	-0.104	-0.096	-0.094	0
<i>the herdmates</i>							

*) Definitionerne er givet i teksten
The definitions are given in the text

pr. besætning. Som det fremgår af tabellen, er P₄ og P₅, som jo er korrigeret for besætningsstørrelsen, betydeligt bedre end de øvrige mål, når der er tale om meget små besætninger. Det ses endvidere, at ved små besætningsstørrelser er der ingen væsentlig forskel mellem P₁, P₂ og P₃.

Med flere køer pr. besætning er P₁ klart det dårligste af de fem mål.

Ved at gå fra 2-4 til 10 dyr pr. besætning stiger værdien af at anvende P₂ og P₃ betydeligt og kommer næsten på højde med P₄ og P₅, hvis værdi er forholdsvis uafhængig af antallet af køer pr. besætning. Af resultaterne i tabel 13 ses endvidere:

at P₂, P₃, P₄ og P₅ er stort set lige effektive, når besætningsstørrelsen er på 10 køer eller mere,

at P₅ er en anelse bedre end P₂, P₃ og P₄ og betydeligt bedre end P₁,

at P₁, P₄ og P₅ er korreleret med besætningsgennemsnittet, især når besætningerne er små,

at P₂ og P₃ er helt uafhængige af besætningsgennemsnittet, hvilket er en ulempe ved små besætningsstørrelser, hvor koen selv har indflydelse på dette gennemsnit,

at bortset fra P_1 er de øvrige fire mål *negativt korrelerede til staldkammeraternes genetiske niveau*. Dette betyder, at køer, hvis staldkammerater er gode i avlsmæssige henseende, bliver undervurderet, og køer med dårlige staldkammerater overvurderet, medmindre der tages hensyn til dette forhold, at denne fejlvurdering er større ved anvendelse af P_2 og P_3 end ved anvendelse af P_4 eller P_5 , at fejlvurderingen falder med stigende besætningsstørrelse.

I *tabel 14* er vist den beregnede spredning for hvert af de fem mål. Som det ses, er spredningen på P_1 uafhængig af besætningsstørrelsen. Spredningen på P_2 er lille, når der er få dyr pr. besætning, men stiger med stigende besætningsstørrelse. Det samme gælder for spredningen på P_5 , omend i mindre grad. I modsætning hertil er spredningen på P_3 og P_4 stor ved små besætningsstørrelser, hvilket vil give køerne fra små besætninger større chancer for at opnå en given afvigelse end køer fra store besætninger. Det ses endvidere af tabellen, at med stigende besætningsstørrelse nærmer spredningen på P_2 , P_3 , P_4 og P_5 sig alle den sande spredning inden for besætninger. Denne spredning var jo forudsat at være lig med 30.

Af resultaterne i *tabel 13* er det klart, at P_4 og P_5 , som ventet, er de mest effektive af de fem mål ved avlsværdivurdering af køer fra mindre besætninger. For yderligere at undersøge værdien og konsekvenserne af at anvende disse mål i avlsarbejdet blev de anvendt som selektionskriterium i et nyt simuleringsstudium. Til sammenligning blev også P_1 anvendt som selektionsgrundlag i undersøgelsen. Indledningsvis blev der genereret to typer af populationer på nøjagtig samme måde som netop beskrevet. Den første af disse bestod udelukkende af små besætninger med mindst 2 og maksimalt 4 køer hver. Den anden populationstype bestod af besætninger, hvis størrelse varierede fra 2 til 19 køer.

Tabel 14. Spredningen på de fem udtryk for køernes ydelsesafvigelse*)

Table 14. The standard deviation of the five expressions for the cows' deviations in yield)*

	Antal køer pr. besætning Number of cows per herd		
	2-4	10	2-50
σ_{P_1}	36.6	36.8	36.2
σ_{P_2}	24.1	28.3	29.6
σ_{P_3}	36.9	31.5	30.8
σ_{P_4}	33.0	31.2	30.7
σ_{P_5}	26.5	28.6	29.6

*) Definitionerne er givet i teksten

The definitions are given in the text

For at se, om de valgte måls værdi er afhængig af selektionsintensiteten, blev der foretaget såvel stærk som svag selektion blandt de genererede køer.

Effekten af selektionen blev målt ved at se på de udvalgte dyrs gennemsnitlige *sande avlsmæssige overlegenhed*. Desuden blev det undersøgt, i hvilken grad besætningsstørrelsen, besætningens permanente miljøforhold og staldkammeraternes avlsmæssige værdi har indflydelse på, hvilke køer der udvælges ved de pågældende selektionskriterier. En del af resultaterne er vist i *tabel 15*.

Som det fremgår af denne tabel, er P_4 og P_5 betydeligt bedre selektionsgrundlag end P_1 . Det ses endvidere, at P_5 er en smule bedre end P_4 , og at denne forskel især gør sig gældende, når besætningerne er små, og selektionsintensiteten stor. Ved svag selektion er der stort set ingen forskel mellem de to mål. Det fremgår endvidere af *tabel 15*, at anvendelse af P_4 eller P_5 som udvælgelsesgrundlag medfører, at staldkammeraterne til de udvalgte køer er *negative i genetisk henseende*, men *positive i fænotypisk henseende*. Dette viser, at begge mål favoriserer køer med dårlige staldkammerater stående under gode permanente miljøforhold. Denne favorisering af køer stående under gode miljøforhold er dog yderst beskednen i forhold til, hvad den ville være, dersom P_1 anvendes som udvælgelseskriterium, og den optræder kun i nævneværdigt omfang, når der er tale om *stærk selektion i meget små besætninger*.

Det fremgår endvidere af *tabel 15*, at uanset hvilket selektionsgrundlag der vælges, vil selektionseffekten være større, hvis der er tale om store besætninger, end hvis der er tale om små. Af de i tabellen anførte besætningsstørrelser ses, at stærk selektion med P_5 som udvælgelseskriterium vil medføre en svag favorisering af køer fra store besætninger. Dette må imidlertid betragtes som en fordel ved dette mål, idet selektionen, som anført, generelt kan udføres med større sikkerhed, når besætningsstørrelsen stiger. Det sidste ses også af den kendsgerning, at de i *tabel 15* anførte realiserede heritabiliteter er større i de store besætninger end i de små. De pågældende heritabiliteter er beregnet som gennemsnittet af de udvalgte køers sande avlsværdi, divideret med selektionsdifferencen, som er gennemsnittet af det pågældende udvælgelseskriterium (P_1 , P_4 eller P_5).

Det fremgår i øvrigt tydeligt af tabellen, at heritabiliteten alene er et dårligt mål for et givet selektionskriteriums værdi. Eksempelvis ses af *tabel 15*, at svag selektion i små besætninger giver nøjagtigt samme effekt, uanset om der selekteres på grundlag af P_4 eller på grundlag af P_5 , til trods for at heritabiliteten for P_5 er betydeligt højere end for P_4 . Dette skyldes, at spredningen på P_4 er større end spredningen på P_5 . Det afgørende i denne sammenhæng er, at den heritabilitet, der anvendes, altid skal svare til det fænotypiske mål, som lægges til grund for beregningerne, hvadenten der er tale om avlsværdiurderinger eller om beregning af forventet avlsmæssig fremgang eller andre avlsmæssige vurderinger.

Tabel 15. Sammenligning af forskellige effekter ved selektion på grundlag af ydelsesafvigelserne $P_1^*)$ $P_4^*)$ og $P_5^*)$
Table 15. Comparison of the selection responses on basis of the yield deviations $P_1^*)$ $P_4^*)$ and $P_5^*)$

Selektions- grundlag*)	Procent selekte- rede	Besætningsstør. for		Selek- tionsdif- ference	Avlsmæs- sig over- legenhed	Realise- ret heri- tabilitet	Besætnings- gennem- snit	Staldkammeraters gns.	
		Grundmate- rialet	Selekte- rede køer					Fæno- typisk	Gene- tisk
<i>Selection criterion*)</i>	<i>Per cent selected</i>	<i>Basic material</i>	<i>Selected cows</i>	<i>Selec- tion dif- feren- tial</i>	<i>Genetic superi- ority</i>	<i>Realized herita- bility</i>	<i>Herd average</i>	<i>Phenoty- pic</i>	<i>Gene- tic</i>
P ₁	2	3.2	3.2	90	14.4	0.16	51	31	0
P ₄	2	3.2	3.1	79	15.8	0.20	35	8	-4.8
P ₅	2	3.2	3.3	65	16.2	0.25	34	8	-4.0
P ₁	50	3.2	3.2	31	5.1	0.16	17	11	0.3
P ₄	50	3.2	3.2	28	5.4	0.19	10	1	-1.1
P ₅	50	3.2	3.2	23	5.4	0.23	10	1	-1.1
P ₁	2	13.4	14.0	92	15.8	0.17	41	36	2.0
P ₄	2	13.4	13.5	77	18.1	0.24	9	1	-1.0
P ₅	2	13.4	14.3	71	18.4	0.26	7	0	-0.4
P ₁	50	13.4	13.4	38	6.1	0.16	16	14	0.3
P ₄	50	13.4	13.4	31	7.3	0.24	4	1	-0.2
P ₅	50	13.4	13.4	29	7.4	0.26	4	1	-0.2

*) Definitioner er givet i teksten
 Definitions are given in the text

På baggrund af de i dette afsnit diskuterede resultater kan konkluderes, at såfremt køer fra forskellige besætninger skal sammenlignes på lige fod med henblik på en avlsværdivurdering for ydelse, er det af afgørende betydning at tage hensyn til hele besætningens eller til staldkammeraternes ydelseshøjde. *Er der tale om relativt store besætninger – f.eks. 20 køer eller derover – er det uvæsentligt, om der korrigeres for besætningsstørrelse eller ej, og det er ligeledes uden betydning, om de enkelte køers ydelser måles fra et besætningsgennemsnit, som inkluderer koen selv, eller om de måles som afvigelse fra staldkammeraternes gennemsnit.* Er der derimod tale om små besætninger, fås en positiv effekt (en sikrere avlsværdivurdering) af at korrigere besætningsgennemsnittet eller staldkammeraternes gennemsnit for det antal køer, disse gennemsnitstal er baseret på, og derefter måle den aktuelle kos ydelse som afvigelse fra et af disse korrigerede gennemsnit. Den pågældende korrektion kan foretages ved hjælp af ligning (42) og (43).

Om køernes ydelser måles som afvigelse fra staldkammeraternes antalskorrigerede gennemsnit, således som tilfældet er ved anvendelse af P_4 , eller de måles som afvigelse fra hele besætningens antalskorrigerede gennemsnit, som ved anvendelse af P_5 , er mindre væsentligt. Dog synes sidstnævnte mål (P_5) at være en anelse bedre end P_4 , især hvis der er tale om stærk selektion. Af denne grund må P_5 foretrækkes som det ydelsesmål, der anvendes ved avlsværdivurdering af køer. Også fra et beregningsmæssigt synspunkt må P_5 foretrækkes fremfor P_4 , idet anvendelse af P_5 kun kræver, at der beregnes et enkelt antalskorrigeret besætningsgennemsnit for hver besætning, medens der ved anvendelse af P_4 kræves beregnet lige så mange antalskorrigerede staldkammeratgennemsnit, som der er køer i besætningen.

5.2 Vurdering af besætningernes avlsmæssige og miljømæssige niveau

I de i forrige afsnit omtalte simuleringstudier var en af forudsætningerne, at den permanente forskel mellem besætningerne udelukkende er miljøbetinget. En lang række undersøgelser (f.eks. Robertson og Rendel, 1954, Pirchner og Lush 1959, Pirchner 1960 og senere Morillo og Legates 1970, Mao et al. 1972, Norman et al. 1972, McDaniel 1974 og Köther et al. 1977) viser imidlertid, at 0,05–0,20% af variationen mellem besætningernes ydelsesniveau har arvelig baggrund. Upublicerede undersøgelser på dansk materiale (Petersen 1977) viser, at ca. 10% af variationen mellem besætningerne hos SDM, RDM og Jersey kan henføres til arv.

Der er flere årsager til, at der i enhver population vil opstå arvelig variation mellem besætningerne. For det første vil nogle besætningsejere anvende tyre, som i gennemsnit er bedre eller dårligere end de tyre, der anvendes i andre besætninger. For det andet vil det gennemsnitlige slægtskab blandt køerne i en besætning være større end slægtskabet blandt et tilfældigt udpluk af racens køer. Dette skyldes, at der inden for de fleste besætninger findes såvel mød-

re-døtre-par som hel- og halvsøskende. En tredje årsag til avlsmæssig variation mellem besætningerne er, at tilfældighedernes spil vil bevirke, at nogle besætninger får bedre køer end andre. Det sidstnævnte har naturligvis først og fremmest betydning, hvis besætningerne er små. Endelig vil der opstå avlsmæssige forskelle fra besætning til besætning som følge af, at de enkelte besætningsejere anvender forskellige kriterier både ved udvælgelsen af de kvier, der skal indgå i besætningen, og ved udvælgelsen af de køer, der udsættes.

Som påpeget af en lang række forfattere, senest af blandt andre Norman et al. (1972), McDaniel (1974), Spike og Freeman (1977) og Madsen (1978) er det af stor betydning at tage hensyn til besætningens eller staldkammeraternes avlsmæssige niveau ved avlsværdiurdering af køer og tyre. I modsat fald vil der ske en undervurdering af køer, hvis staldkammerater er overlegne i avlsmæssig henseende.

Hovedparten af staldkammeraterne til døtre efter tyre under afprøvning er efter afprøvede og ofte stærkt selekterede tyre. Sådanne tyre har naturligvis ofte en ikke ubetydelig overlegenhed (se eksempelvis Norman et al. 1972, Powell 1972 og McDaniel 1974). Dette vil medføre, at der automatisk sker en *undervurdering* af de tyre, som afprøves i områder, hvor der samtidig og/eller i årene forud er anvendt virkelig gode tyre. Af samme grund er der nu i flere afkomsundersøgelingsprocedurer (New Zealand Dairy Board 1973, Bar-Anan og Sacks 1974, Dickinson et al. 1974, Everet 1974, Finland 1976 og Hickman 1977b) taget hensyn til den avlsmæssige værdi af staldkammeraternes *fædre*.

Der er imidlertid andre årsager til, at staldkammerater til døtre efter tyre under afprøvning kan variere fra tyr til tyr. Således er der ofte stor forskel i ydelsen hos de køer, de enkelte tyre anvendes til (Van Vleck et al. 1962, Hillers og Freeman 1966, Everet 1974 og McDaniel 1974), og der er tendens til, at de bedste af de afprøvede tyre anvendes til de bedste køer.

Et tredje forhold, som har betydning i denne sammenhæng, er, at de ældre køer, som jo udgør en betydelig del af staldkammeraterne, i mange besætninger danner en selekteret gruppe. I sådanne besætninger vil de unge køer, hvoraf en stor del er døtre af tyre under afprøvning, blive undervurderet. Der er således god grund til at finde frem til en metode, som gør det muligt at korrigere for staldkammeraternes (besætningernes) avlsmæssige niveau.

5.2.1 Besætningsheritabiliteten

Som tidligere anført er der i de fleste undersøgelser fundet, at den avlsmæssige del af variationen mellem besætningerne udgør 5–20%. Denne variandsandel, der almindeligvis kaldes *besætningsheritabiliteten*, er i mange avlsværdiurderingssystemer verden over blevet anvendt til at tage hensyn til besætningernes avlsmæssige niveau.

Imidlertid er besætningsheritabiliteten vanskelig og usikker at arbejde med,

blandt andet fordi den ikke alene er afhængig af den fænotypiske og genetiske lighed mellem dyr tilhørende samme besætning, men tillige afhænger af såvel heritabilitetens som af besætningernes størrelse.

Besætningsheritabiliteten kan defineres som regressionen af besætningsens sande avlsværdi på besætningsens gennemsnit, eller som forholdet mellem den avlsmæssige varians mellem besætninger og den fænotypiske varians mellem besætninger. I realiteten er disse to udtryk identiske, idet:

$$h_{B_n}^2 = b_{B_s/B_n} = \text{cov}_{B_s B_n} / \sigma_{B_n}^2 = \sigma_{B_s}^2 / \sigma_{B_n}^2$$

hvor B_s = besætningsens sande avlsmæssige overlegenhed, defineret som den gennemsnitlige avlsmæssige overlegenhed hos besætningsens køer

B_n = besætningsens gennemsnitlige fænotypiske afvigelse fra racens gennemsnit, n refererer til antallet af dyr i besætningen.

Som vist i *appendiks 3.3* kan der ud fra ovenstående ligning dannes følgende udtryk for besætningsheritabiliteten:

$$h_{B_n}^2 = \frac{h^2 + (n-1) rh^2}{1 + (n-1) t} \quad (44)$$

hvor n = antal køer i besætningen

r = den genetiske korrelation mellem køer tilhørende samme besætning jævnfør *appendiks 3.3*.

t = den fænotypiske korrelation (intraklassekorrelationen) mellem køer tilhørende samme besætning.

Det fremgår af denne formel, at andre forhold lige vil:

- 1) $h_{B_n}^2$ stige med *stigende* genetisk korrelation (r) mellem køer tilhørende samme besætning
- 2) $h_{B_n}^2$ falde med *stigende* fænotypisk korrelation (t) mellem køer tilhørende samme besætning
- 3) $h_{B_n}^2$ stige med *stigende* heritabilitet
- 4) $h_{B_n}^2$ være større end 0, og jo større desto mindre besætningerne er. Dette gælder også, selv om $r = 0$. Årsagen til dette er, at tilfældighedernes spil bevirker, at nogle besætninger altid vil være bedre end andre i genetisk henseende.

Da $t = rh^2 + c^2$, hvor c er den miljøbetingede korrelation mellem køer inden for besætningen, er t altid større end (evt. lig med) rh^2 . Af (44) ses derfor endvidere, at andre forhold lige vil:

5) $h_{B_n}^2$ falde med stigende besætningsstørrelse

6) $h_{B_n}^2$ gå mod h^2 , når besætningsstørrelsen går mod 1.

Skrives (44) som:

$$h_{B_n}^2 = \frac{\frac{h^2}{(n-1)} + rh^2}{\frac{1}{(n-1)} + t}$$

ses endelig, at:

7) $h_{B_n}^2$ vil gå mod $\frac{h^2 r}{t}$ for n gående mod uendelig.

Ved at multiplicere en besætnings fænotypiske afvigelse (B_n) med $h_{B_n}^2$ fås et skøn over den gennemsnitlige avlsmæssige overlegenhed hos de køer, der står i besætningen på det pågældende tidspunkt. Ønskes et udtryk for besætningernes *permanente avlsmæssige niveau*, altså et skøn over den forventede avlsmæssige værdi af besætningen fremover, kan $h_{B_n}^2$ ikke anvendes, men må erstattes med regressionen af den gennemsnitlige avlsværdi af *fremtidige* eller *af tidligere* køer på besætningens aktuelle fænotypiske afvigelse. Denne regression $h_{B_p}^2$ kan ifølge *appendiks 3.3* beregnes som

$$h_{B_p}^2 = \frac{n r h^2}{1 + (n-1)t} \quad (45)$$

I modsætning til $h_{B_n}^2$ vil dette udtryk *stige* med stigende besætningsstørrelse og gå mod 0 for r gående mod 0. Er n meget stor, vil $h_{B_n}^2$ og $h_{B_p}^2$ være identiske, idet de begge går mod rh^2/t for n gående mod uendelig. Bemærk i øvrigt, at $h_{B_p}^2$ er identisk med heritabiliteten for familiegennemsnit.

Subtraheres $h_{B_p}^2$ fra $h_{B_n}^2$ fås:

$$\frac{h^2 (1-r)}{1 + (n-1)t} \quad (46)$$

Dette udtryk viser direkte, hvilken indflydelse tilfældighedernes spil har på besætningsheritabilitetens ($h_{B_n}^2$) størrelse. Som det ses, er udtrykket altid positivt, hvilket viser, at $h_{B_n}^2 > h_{B_p}^2$. Med stigende n aftager forskellen mellem de to heritabiliteter dog hastigt.

I figur 6 er vist, hvorledes $h_{B_n}^2$ og $h_{B_p}^2$ afhænger af besætningsstørrelsen ved forskellig genetisk korrelation (r). Ved udarbejdelsen af figuren er der regnet med, at t , som tidligere omtalt, er lig med $1/3$. Heritabiliteten er sat til 0,25, medens r er givet værdierne 0,05, 0,10, 0,15, 0,20 og 0,25 svarende til, at den genetiske korrelation mellem dyr tilhørende samme besætning i gennemsnit er af en størrelsesorden på henholdsvis 20, 40, 60, 80 og 100% af den genetiske korrelation mellem halvsøskende.

Forskellen mellem de to udtryk for besætningsheritabilitet er som tidligere anført, at medens $h_{B_p}^2$ alene udtrykker, hvor stor en del af besætningsvariationen der skyldes permanente avlsmæssige forhold, inkluderer $h_{B_n}^2$ tillige den del af variationen, der skyldes, at der på grund af tilfældighedernes spil vil være avlsmæssige forskelle fra besætning til besætning. Som det fremgår af figur 6, er såvel $h_{B_n}^2$ som $h_{B_p}^2$ meget afhængige af besætningsstørrelsen, men dette afhængighedsforhold er divergerende for de to størrelser, og er især mærkbart, når der er tale om små besætninger. Det bør bemærkes, at $h_{B_n}^2$ altid er større end $h_{B_p}^2$, og at forskellen mellem dem kan beregnes direkte ved hjælp af (46). Af figuren ses endvidere, at såfremt besætningerne har en størrelse på ca. 20 køer eller mere, er det først og fremmest den genetiske korrelation, der er afgørende for de to besætningsheritabiliteters størrelse.

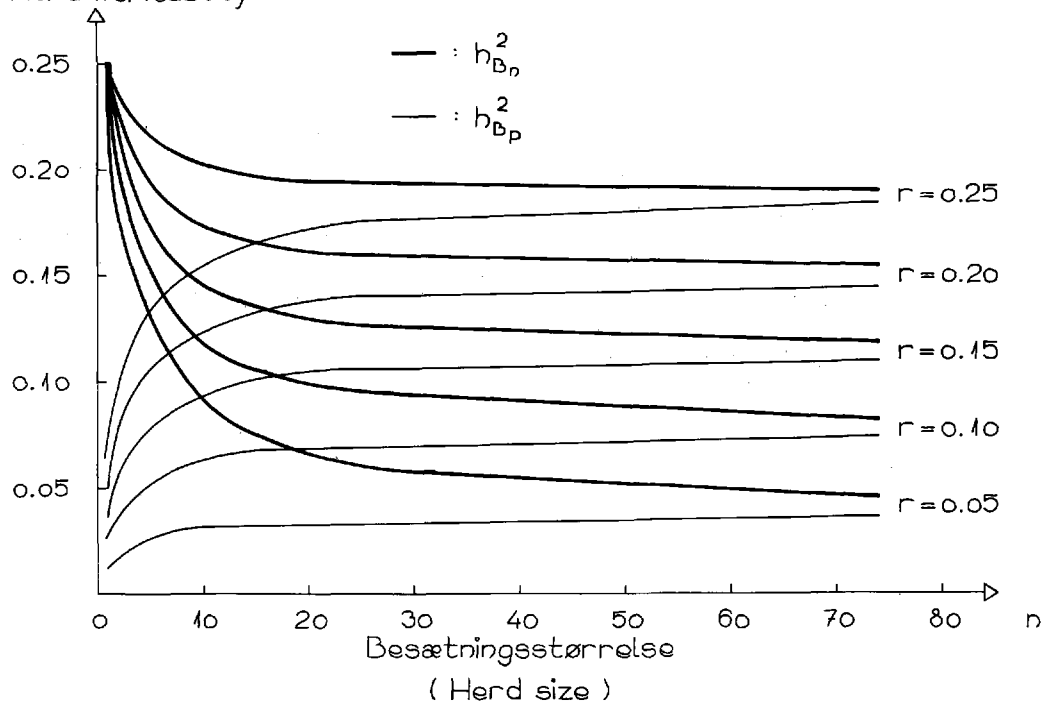
Ved avlsværdiurderingen af køer kan $h_{B_p}^2$ anvendes som substitution for køernes afstammingsinformationer, idet ($h_{B_p}^2 \cdot B_n$) jo netop er et udtryk for den gennemsnitlige avlsmæssige overlegenhed af de køer og tyre, der er anvendt som henholdsvis mødre og fædre i besætningen. De almindeligt anvendte metoder til beregning af besætningsheritabiliteten (Robertson og Rendel 1954, Pirchner og Lush 1959) resulterer da også i et skøn over $h_{B_p}^2$. Som tidligere anført, er $h_{B_p}^2$ i de fleste undersøgelser af størrelsesordenen 0,10 i gennemsnit, heritabiliteten af størrelsesordenen 0,25 og t lig med $1/3$. Derimod er det vanskeligt at få et udtryk for den genetiske korrelation r mellem køer tilhørende samme besætning. Løses ligning (45) imidlertid med hensyn til r fås:

$$r = \frac{h_{B_p}^2 (1 + (n-1) t)}{n h^2} \quad (47)$$

Indsættes de anførte størrelser for $h_{B_p}^2$, h^2 og t i denne ligning, kan udtrykket reduceres til:

$$r = \frac{2n + 4}{15 n} = 0,133 + \frac{4}{15 n} \quad (48)$$

Besætningsheritabilitet
(Herd heritability)



Figur 6. Besætningsstørrelsens indflydelse på den aktuelle (h^2_{Bn}) og den permanente besætningsheritabilitet (h^2_{Bp}) ved forskellig genetisk korrelation (r) mellem køer tilhørende samme besætning. Det er forudsat, at $h^2 = 0,25$ og $t = 0,33$

Figure 6. The influence of herdsize on the actual (h^2_{Bn}) and the permanent herd heritability (h^2_{Bp}) at different genetic correlation (r) between cows within herds. It is assumed that $h^2 = 0.25$ and $t = 0.33$

Sættes den nedre grænse for den gennemsnitlige besætningsstørrelse til 10 og den øvre til 40, ses af (47), at r kun vil variere fra 0,16 til 0,14. Det forekommer derfor rimeligt at antage, at r vil være af størrelsesordenen ca. 0,15.

Langt den overvejende del af de metoder, der i dag anvendes til vurdering af køernes ydelsesmæssige avlsværdi, benytter en besætningsheritabilitet varierende fra 0,05 til 0,20 i beregningerne (Philipsson et al. 1978). Og i de tilfælde, hvor det *kun* er muligt at tage hensyn til køernes egen ydelse samt besætningsniveauet ved avlsværdivurderingen, er der da også givetvis fordele ved at anvende besætningsheritabiliteten ($h_{B,p}^2$) i beregningerne som substitution for køernes afstamning.

Men ved de mere moderne vurderingssystemer, hvor der også tages hensyn til køernes afstamning, bør besætningsheritabiliteten derimod *ikke* anvendes. En besætning som sådan giver jo ikke arveanlæg videre til den ko, der skal vurdres. Koens arveanlæg kommer alle fra forældrene, og hvis disses beregnede avlsværdier direkte er tilgodeset i beregningerne, er der intet tilbage til besætningen at bidrage med. Hensyntagen til genetisk forskel mellem besætningerne, således som den nu praktiseres i Skandinavien (Syrstad 1971, Ovesen 1971 og Gustafsson et al. 1975) og i andre lande (se Philipsson et al. 1978), vil derfor på længere sigt give en systematisk fejlvurdering af køernes avlsværdi.

Køer i besætninger med virkelig gode miljøforhold vil eksempelvis *alle blive betydeligt overvurderet*, når besætningsheritabiliteten anvendes i avlsværdivurderingen. Da døtrene som regel står i samme besætning som mødrene, vil disses (døtrenes) avlsværdi blive endnu mere overvurderet end mødrenes, idet døtrene udover den direkte overvurdering på grundlag af anvendelsen af $h_{B,p}^2$ tillige bliver overvurderet, fordi moderens overvurderede avlsværdi indgår i beregningerne. Det omvendte gør sig naturligvis gældende i besætninger med dårlige miljøforhold. De fejl, der opstår ved at anvende besætningsheritabiliteten og afstamningsoplysninger samtidig, har følgelig tilbøjelighed til at akkumuleres. En del af den manglende sammenhæng mellem køernes indekser og afkommets værdi, som er fundet af Trodahl og Syrstad (1977) og af Madsen (1978) kan utvivlsomt henføres til anvendelse af besætningsheritabiliteter ved beregningen af mødrenes indekser. I begge de refererede undersøgelser blev der da også fundet, at regressionen af mødrenes indekser på besætningsgennemsnittet er væsentligt højere end forventet.

5.2.2 Besætningsindekser

Som tidligere omtalt er det imidlertid indlysende, at der må tages hensyn til den genetiske forskel mellem besætningerne. Betragtes eksempelvis fejlagtigt enhver forskel mellem besætninger som miljømæssig, vil køer i genetisk gode besætninger undervurderes uanset besætningens miljømæssige niveau.

Dette skyldes, at hver enkelt ko i givet fald bliver sammenlignet med køer (staldkammerater), der i genetisk henseende er bedre end racen som helhed. Af

denne grund vil det være af stor betydning for avlsværdiurderingernes sikkerhed, ifald der kan dannes et udtryk for hver enkelt besætnings avlsmæssige og miljømæssige niveau, idet dette vil gøre det muligt at foretage en sikrere sammenligning af køer på tværs af besætninger. Anvendelse af besætningsheritabiliteter $h_{B_n}^2$ formel (44) til dette formål er nærliggende, idet $(h_{B_n}^2 \cdot B_n)$ som tidligere anført er et udtryk for besætningsens aktuelle avlsmæssige overlegenhed (I_{B_n}):

$$I_{B_n} = h_{B_n}^2 \cdot B_n \quad (49)$$

Sikkerheden ved fastlæggelsen af en besætnings avlsmæssige overlegenhed (I_{B_n}) ved hjælp af (49) kan ifølge *appendiks 3.3* beregnes som:

$$r_{I_{B_n} B_n}^2 = h_{B_n}^2 \quad (50)$$

hvor $r_{I_{B_n} B_n}^2$ er kvadratet på korrelationen på den beregnede og den sande avlsmæssige overlegenhed af besætningen.

Spredningen og middelfejlen på I_{B_n} kan ligeledes ifølge *appendiks 3.3* skrives som henholdsvis:

$$\sigma_{I_{B_n}} = \sqrt{\frac{1 + (n-1)r}{n}} h_{B_n} \sigma_A \quad (51)$$

$$M.F. I_{B_n} = \sqrt{(1 - h_{B_n}^2) \frac{1 + (n-1)r}{n}} \sigma_A \quad (52)$$

Sættes $h^2 = 0,25$, $r = 0,15$, $t = 0,33$, $n = 30$ og $\sigma_A = 15$, er

$$h_{B_n}^2 = 0,125$$

$$\sigma_{I_{B_n}} = 2,24$$

$$M.F. I_{B_n} = 5,93$$

Heraf ses, at brug af (49) til beregning af en besætnings genetiske overlegenhed er meget usikker og følgelig resulterer i et skøn med lille spredning og stor middelfejl. Dertil kommer den tidligere omtalte ulempe, nemlig at I_{B_n} vil være næsten 100% korreleret med besætningens miljømæssige niveau.

Ved anvendelse af direkte opdatering af avlsværdital er det imidlertid muligt kontinuerligt at beregne et skøn over besætningernes avlsmæssige overlegenhed *uafhængigt af besætningernes miljøbetingede ydelsesniveau*.

Dette skøn over en besætnings gennemsnitlige avlsmæssige overlegenhed kan i givet fald beregnes på to måder. Enten som

$$I_{B_1} = b_1 \bar{I}_1 \quad (53)$$

$$\text{eller som } I_{B_3} = b_3 \bar{I}_3 \quad (54)$$

hvor I_{B_1} = besætningsens mest sandsynlige avlsmæssige overlegenhed beregnet på grundlag af hver enkelt kos afstammingsindeks og antallet af køer i besætningen

$\bar{I}_1$ = det gennemsnitlige afstammingsindeks for alle køer i besætningen

b_1 = regressionen af besætningsens *sande* avlsmæssige overlegenhed (B_s) på $\bar{I}_1$

I_{B_3} beregnes nøjagtigt som I_{B_1} , men i stedet for afstammingsindekserne (I_1) lægges køernes kombinationsindekser (I_3) til grund for beregningerne.

Ifølge udledningerne i *appendiks 3.4.1* bliver *regressionen*:

$$b_1 = \frac{1 + (n-1) r}{1 + (n-1) r \bar{r}_1^2} \quad (55)$$

hvor $\bar{r}_1^2$ er den gennemsnitlige sikkerhed på køernes afstammingsindeks.

Den kvadrerede korrelation (sikkerheden) mellem besætningsens *sande* avlsmæssige overlegenhed og den beregnede avlsmæssige overlegenhed bliver

$$r_{B_s I_{B_1}}^2 = r \bar{r}_1^2 b_1 \quad (56)$$

Af (55) og (56) ses, at såvel regressionskoefficienten (b_1) som sikkerheden vil stige med stigende genetisk korrelation (r) mellem køer inden for besætningen. Ligeledes fås større og større sikkerhed med stigende besætningsstørrelse (n) og med stigende sikkerhed ($\bar{r}_1^2$) på køernes afstammingsindeks. Såfremt besætningsstørrelsen går mod uendelig, går b_1 mod $1/\bar{r}_1^2$ og sikkerheden ved beregningen af besætningsens avlsmæssige overlegenhed går mod 1,0.

Spredningen på skønnet over besætningsens avlsmæssige overlegenhed kan ifølge *appendiks 3.4.1* beregnes som:

$$\sigma_{I_{B_1}} = \sqrt{\frac{1 + (n-1) r}{n}} b_1 \bar{r}_1 \sigma_A \quad (57)$$

Middelfejlen på I_{B_1} bliver ligeledes ifølge *appendiks 3.4.1*:

$$MF_{I_{B_1}} = \sqrt{(1-\bar{r}_1^2 b_1) \frac{1 + (n-1) r}{n}} \sigma_A \quad (58)$$

For $\bar{r}^2 = 0,25$, $n = 30$, $r = 0,15$ og $\sigma_A = 15$ fås:

$$b_1 = 2,56$$

$$r_{B_s I_{B_1}}^2 = 0,640$$

I sammenligning med den tilsvarende sikkerhed på 0,125 ved anvendelse af besætningsheritabiliteten er den nye metode altså særdeles overlegen.

Under samme forudsætninger bliver spredningen på det beregnede skøn over besættningens genetiske værdi:

$$\sigma_{I_{B_1}} = 5,1 \text{ kg mod kun } 2,3 \text{ kg ved anvendelse af besætningsheritabiliteten.}$$

Endelig bliver middelfejlen på I_{B_1} :

$$MF_{I_{B_1}} = 3,8 \text{ kg, hvilket er betydeligt mindre end ved anvendelse af besætningsheritabiliteten.}$$

Anvendes hver enkelt kos *kombinationsindeks* (I_3) til fastlæggelse af besættningens avlsmæssige overlegenhed, fås ifølge *appendiks 3.4.2 og 3.4.3* følgende udtryk:

$$b_3 = \frac{1 + (n-1) r}{1 + (n-1) v} \quad (59)$$

hvor v er den gennemsnitlige korrelation mellem kombinationsindekserne for køer tilhørende samme besætning. Korrelationen (v) kan beregnes ved en analyse af kontrolforeningsdata.

I *appendiks 3.4.3* har jeg imidlertid forsøgt at udlede et udtryk for denne korrelation og er fundet frem til, at den med tilnærmelse kan beregnes som:

$$v = \frac{2 r_i^2 r}{1 + r_i^2} \quad (60)$$

hvor r_i^2 er den gennemsnitlige sikkerhed af køernes afprøvningsindekser og deres afstammingsindekser.

Den kvadrerede korrelation mellem besætningens sande avlsmæssige overlegenhed og den beregnede overlegenhed bliver ifølge appendiks 3.4.2:

$$r_{B_s I_{B_3}}^2 = b_3 \bar{r}_3^2 \quad (61)$$

hvor $\bar{r}_3$ er den gennemsnitlige sikkerhed af køernes kombinationsindekser.

Spredningen bliver:

$$\sigma_{I_{B_3}} = \sqrt{\frac{1 + (n-1) v}{n}} b_3 \bar{r}_3 \sigma_A \quad (62)$$

Middelfejlen bliver:

$$MF_{I_{B_3}} = \sqrt{(1 - \bar{r}_3^2 b_3) \frac{1 + (n-1) r}{n}} \sigma_A \quad (63)$$

For $n = 30$ $r_1^2 = r_2^2 = r_1^2 = 0,25$ $\bar{r}_3^2 = 0,40$, $r = 0,15$

og $\sigma_A = 15$ bliver:

$$v = \frac{2 \cdot 0,25 \cdot 0,15}{1 + 0,25} = 0,06$$

Regressionskoefficienten (b_3) bliver ifølge (59):

$$b_3 = 1,95$$

Den kvadrerede korrelation bliver:

$$r_{B_s I_{B_1}}^2 = 0,78$$

Spredningen på I_{B_3} bliver:

$$\sigma_{I_{B_3}} = 5,60$$

Middelfejlen bliver:

$$MF_{I_{B_3}} = 2,97$$

I tabel 16 er vist, hvorledes sikkerheden, spredningen og middelfejlen ved fastlæggelse af besætningernes avlsmæssige overlegenhed dels afhænger af den genetiske korrelation mellem dyr inden for besætning og dels af besætningsstørrelsen.

Da den genetiske korrelation må forventes at ligge i området 0,10–0,15, er disse yderpunkter anvendt ved udarbejdelsen af tabellen. Endvidere er der regnet med en heritabilitet på henholdsvis 0,20 og 0,25. Den gennemsnitlige sikkerhed på afstammingsindekset og afprøvningsindekset (r_1^2 og r_2^2) er sat lig med h^2 .

Som det fremgår, er anvendelse af afstammingsindekser (metode II) eller af afprøvningsindekser (metode III) betydelig bedre end anvendelse af besætningsheritabiliteten (metode I) uanset besætningsstørrelsen og slægskabet mellem kørerne.

Tabel 16. Sikkerhed, spredning og middelfejl ved fastlæggelse af en besætnings avlsmæssige niveau forudsat at $t = 0.33$, $r_1^2 = r_2^2 = h^2$ og $\sigma_A = 15$ kg

Table 16. Accuracy, standard deviation and standard error when estimating the genetic superiority of a herd assuming $t = 0.33$, $r_1^2 = r_2^2 = h^2$ and $\sigma_A = 15$ kg

Besætningsstørrelse Herd-size n	Genetisk korrelation* Genetic correlation r	Heritabilitet Heritability h^2	Sikkerhed Metode** Accuracy Method**			Spredning Metode Standard deviation Method			Middelfejl Metode Standard error Method		
			I	II	III	I	II	III	I	II	III
10	0.10	0.20	0.10	0.32	0.49	2.0	3.7	4.6	6.2	5.4	4.7
10	0.10	0.25	0.12	0.39	0.56	2.3	4.1	4.9	6.1	5.1	4.3
10	0.15	0.20	0.12	0.37	0.54	2.5	4.4	5.3	6.8	5.8	4.9
10	0.15	0.25	0.15	0.44	0.61	2.8	4.8	5.7	6.7	5.4	4.5
30	0.10	0.20	0.07	0.49	0.66	1.5	3.8	4.4	5.2	3.8	3.1
30	0.10	0.25	0.09	0.57	0.72	1.6	4.1	4.6	5.2	3.6	2.9
30	0.15	0.20	0.10	0.57	0.73	2.0	4.8	5.4	6.0	4.1	3.3
30	0.15	0.25	0.13	0.64	0.78	2.2	5.1	5.6	5.9	3.8	3.0
100	0.10	0.20	0.07	0.73	0.85	1.3	4.2	4.6	4.8	2.6	2.0
100	0.10	0.25	0.08	0.78	0.88	1.4	4.4	4.6	4.7	2.3	1.7
100	0.15	0.20	0.09	0.80	0.89	1.8	5.3	5.6	5.9	2.7	2.0
100	0.15	0.25	0.12	0.84	0.91	2.0	5.5	5.7	5.6	2.4	1.8

* Genetisk korrelation mellem kør tilhørende samme besætning
Genetic correlation between cows within the same herd

** Metode I: Anvendelse af besætningsgennemsnit, ligning (49)
Method I: Use of herd averages, equation (49)

** Metode II: Anvendelse af afstammingsindekser, ligning (53)
Method II: Use of pedigree-indexes, equation (53)

** Metode III: Anvendelse af kombinationsindekser, ligning (54)
Method III: Use of combined indexes, equation (54)

Det ses endvidere, at sikkerheden på det beregnede skøn er stærkt stigende med stigende besætningsstørrelse både for metode II og III. Med de her anvendte forudsætninger er metode III klart bedre end metode II.

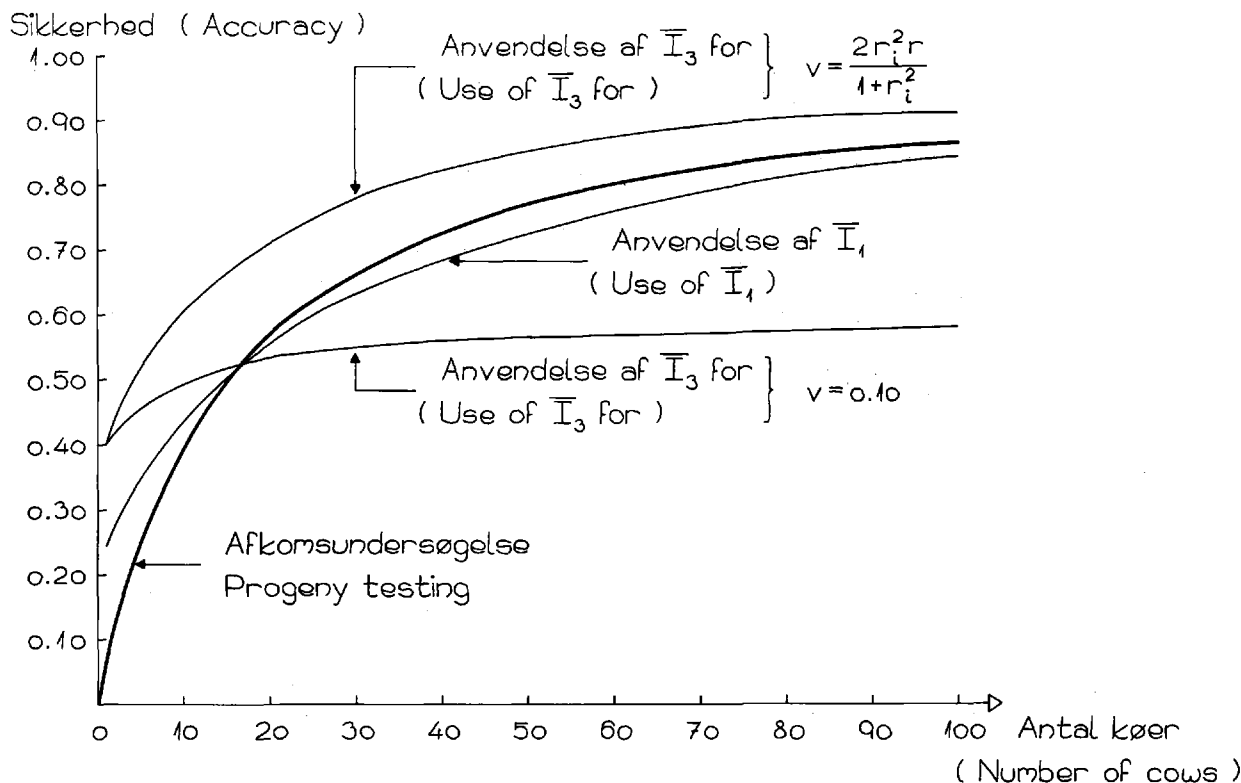
Det bør i øvrigt bemærkes, at spredningen på det beregnede skøn er næsten uafhængig af besætningsstørrelsen og af sikkerheden på skønnet ved anvendelse af metode II og III. Årsagen til, at spredningen ikke, som umiddelbart ventet, stiger med stigende sikkerhed, er, at den sande avlsmæssige spredning mellem besætninger (σ_{B_s}) falder med stigende besætningsstørrelse (jævnfør ligning (14) i *appendiks 3.3*).

Derimod falder middelfejlen, som ventet, stærkt med stigende besætningsstørrelse. Endelig er det værd at lægge mærke til, at sikkerheden ikke påvirkes afgørende af den genetiske korrelation mellem køer tilhørende samme besætning og heller ikke af heritabilitetens størrelse, selv om en stigning i disse to parametre vil medføre en øget sikkerhed.

Korrelationen mellem kombinationsindekserne for køer tilhørende samme besætning er ifølge (60) alene afhængig af sikkerheden på køernes afstammings- og afprøvningsindekser og af den genetiske korrelation mellem besætningens køer. Imidlertid er det ikke utænkeligt, at andre forhold kan påvirke denne korrelation i opadgående retning. Forskellig udsætningspolitik fra besætning til besætning vil eksempelvis påvirke såvel besætningens genetiske som dens fænotypiske niveau og dermed også køernes afprøvningsindekser. Ligeledes kan den store fænotypiske forskel fra besætning til besætning give en skalaeffekt (se næste afsnit), der muligvis kan influere på korrelationen mellem en besætnings kombinationsindekser. En eventuel stigning i denne korrelation vil i høj grad påvirke sikkerheden ved fastlæggelsen af besætningernes avlsmæssige niveau ved hjælp af køernes afprøvningsindekser, men vil ikke påvirke sikkerheden, når køernes afstammingsindekser lægges til grund.

I *figur 7* er vist, hvorledes sikkerheden ved de to metoder afhænger af besætningsstørrelsen. Endvidere er vist, hvorledes sikkerheden ved anvendelse af kombinationsindekset påvirkes, hvis korrelationen (v) mellem køernes afprøvningsindekser er større end beregnet. Til sammenligning er desuden indtegnet sikkerheden ved en tyrs afprøvning under forudsætning af, at den er afprøvet med samme antal døtre som besætningsindekserne er baseret på.

Som det fremgår af figuren, stiger sikkerheden ved anvendelse af afstammingsindekserne med stigende antal køer pr. besætning. Og denne stigning svarer nøje til stigningen af sikkerheden på en tyrs indeks ved stigende antal døtre. Det ses endvidere, at såfremt korrelationen (v) mellem kombinationsindekser for køer tilhørende samme besætning beregnes ved hjælp af formel (60), er anvendelse af kombinationsindekser til fastlæggelse af besætningernes genetiske niveau mere sikker end anvendelse af afstammingsindekser. Er v derimod konstant og af størrelsesordenen 0,1, vil det kun være fordelagtigt at bruge kombinationsindekser fremfor afstammingsindekser, hvis besætningsstørrelsen er mindre end 17 køer.



Figur 7. Besætningsstørrelsens indflydelse på sikkerheden ved fastlæggelse af en besætnings avlsmæssige overlegenhed. Det er forudsat, at $r = 0,15$ og $\bar{r}_1^2 = \bar{r}_2^2 = h^2 = 0,25$, hvor $\bar{r}_1^2$ og $\bar{r}_2^2$ er den gennemsnitlige sikkerhed på henholdsvis køernes afstammings- og afprøvningsindeks

Figure 7. The influence of the herdsize on the accuracy of the estimates of the genetic superiority of a herd. It is assumed that $r = 0.15$ and $\bar{r}_1^2 = \bar{r}_2^2 = h^2 = 0.25$, where $\bar{r}_1^2$ and $\bar{r}_2^2$ are equal to the mean accuracy of the cows' pedigree-indexes and test-indexes, respectively

5.2.3 Besætningernes miljømæssige niveau

Fastlæggelse af en besætnings mest sandsynlige avlsmæssige overlegenhed ved hjælp af (53) eller (54) vil naturligvis medføre, at det også bliver muligt at fastlægge besætningens miljøbetingede overlegenhed, (E_B) med stor sikkerhed. Dette kan ske ved hjælp af følgende ligning:

$$E_B = B_n - I_{B_1} \quad (64)$$

hvor B_n = besætningens gennemsnitlige afvigelse fra racens gennemsnit beregnet på n køer

I_{B_1} = besætningens avlsmæssige overlegenhed beregnet ved hjælp af (53) eller (54)

<i>Eksempel:</i> Racens gennemsnit ($\bar{R}$)	= 200 kg smf.
Besætningens aktuelle gennemsnit (B_a)	= 240 kg smf.
Besætningens størrelse (n)	= 50 køer
Besætningens gennemsnitlige kombinationsindeks ($\bar{I}_3$)	= -8 kg smf.

$$r = 0,15 \text{ og } v = 0,05$$

Besætningens fænotypiske overlegenhed bliver

$$B_n = B_a - \bar{R} = 240 - 200 = + 40 \text{ kg}$$

Besætningens avlsmæssige overlegenhed kan beregnes som

$$I_{B_3} = b_3 \bar{I}_3$$

Da b_3 ifølge formel (59) kan beregnes som:

$$\begin{aligned} b_3 &= \frac{1 + (n-1) r}{1 + (n-1) v} \\ &= \frac{1 + 49 \cdot 0,15}{1 + 49 \cdot 0,05} = 2,42 \end{aligned}$$

fås:

$$I_{B_1} = 2,42 \cdot (-8) = -19,4 \text{ kg smf.}$$

Besætningens miljøbetingede overlegenhed er følgelig (jvf. (64))

$$E_B = B_n - I_{B_i} = 40 - (-19) = 59 \text{ kg smf.}$$

I dette udtryk er inkluderet såvel permanente som tilfældige miljøpåvirkninger. Ønskes et udtryk for besætningens permanente miljømæssige overlegenhed, skal B_n korrigeres for antal køer. Dette sker ved anvendelse af ligning (43). Herved fås:

$$E_{B_p} = \frac{n}{n+2} B_n - I_{B_i} = 38,4 - (-19,4) = 58 \text{ kg smf.}$$

Med andre ord kan der med stor sandsynlighed regnes med, at den pågældende besætnings køer under gennemsnitlige miljøforhold ville yde 19 kg mindre end racens gennemsnit – altså 181 kg. Til gengæld er der så gode miljøbetingelser til stede i besætningen, at det må forventes, at køer af gennemsnitlig avlsmæssig beskaffenhed vil yde 58 kg mere end racens gennemsnit, hvis de stod i den pågældende besætning.

Hovedformålet med at fastlægge besætningernes miljømæssige og avlsmæssige niveau er imidlertid at kunne anvende dem til at øge sikkerheden ved avlsværdivurderingen på grundlag af køernes egne præstationer. Dette kan ske ved at beregne koens ydelsesafvigelse på sædvanlig måde og addere besætningens avlsmæssige overlegenhed.

Koens korrigerede ydelsesafvigelse (P) bliver i så fald:

$$P = P_i - \frac{n}{n+2} B_n + I_{B_i} \quad (65)$$

hvor P_i er koens afvigelse fra racens gennemsnit.

Samme resultat fås ved at subtrahere besætningens *permanente miljømæssige* overlegenhed fra koens aktuelle ydelsesafvigelse

$$P = P_i - E_p \quad (66)$$

$$\left(= P_i - \left(\frac{n+2}{n} B_n - I_{B_i} \right) \right)$$

Antag eksempelvis, at en ko i besætningen i ovenstående eksempel har en ydelse på 250 kg smørfedt, hvilket er 50 kg over racens gennemsnit (og 10 kg over besætningens gennemsnit).

Den pågældende kos afvigelse fra besætningens antalskorrigerede afvigelse er da:

$$P_i - \frac{n}{n+2} B_n = 50 - \frac{50}{52} \cdot 40 = 11,5 \text{ kg}$$

Da de staldkammerater, som koen sammenlignes med, imidlertid er $b_3 \bar{I}_3 = 2,42 \cdot 8 = 19,4 \text{ kg}$ *dårligere* avlsmæssigt end racens gennemsnit, er koens reelle afvigelse 19,4 kg lavere end beregnet. Følgelig er:

$$P = 11,5 - 19,4 = -8,1 \text{ kg}$$

Er der tale om en kos første laktation, og regnes med $h^2 = 0,25$, vil den pågældende ko få et afprøvningsindeks på

$$I_2 = h^2 \cdot P = 0,25 (-8,1) = -2,0 \text{ kg}$$

svarende til en relativ avlsværdi for ydelse på:

$$RY = \frac{-2 \cdot 100}{200} + 100 = 99,0 \text{ kg}$$

Såfremt den nuværende danske metode anvendes på samme ko, fås:

$$\begin{aligned} I_2 &= h_B^2 \cdot B_n + h^2 (P_i - B_n) \\ &= 0,15 \cdot 40 + 0,25 (50 - 40) \\ &= 6 + 2,5 = 8,5 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\text{svarende til: } RY = \frac{8,5 \cdot 100}{200} + 100 = 104,25$$

I dette tilfælde får koen et *positivt bidrag* fra besætningen til trods for, at denne er *negativ* i avlsmæssig henseende. Endvidere får koen et positivt bidrag for sin egen ydelsesafvigelse, selv om denne alene skyldes, at koen har dårlige staldkammerater.

Den gennemsnitlige størrelse af kontrollerede besætninger i Danmark er på ca. 30 køer med stigende tendens, og over 90% af køerne står i besætninger med over 15 køer. Som det fremgår af figur 7 og tabel 16, er det derfor muligt at fastlægge besætningernes avlsmæssige – og dermed også miljømæssige – niveau

med betydelig sikkerhed, uanset om køernes afstammingsindekser eller deres kombinationsindekser lægges til grund.

Hensyntagen til de enkelte besætningers avlsmæssige (eller miljømæssige) niveau vil ikke alene mindske risikoen for fejlslagen ved avlsværdiurderingen af køer, men også af tyre, idet mere præcise indekser hos køerne i høj grad vil smitte af på tyrenes afprøvningsindekser, der jo ved anvendelse af direkte opdatering er baseret på døtrenes afprøvningsindekser og kombinationsindekserne for døtrenes mødre.

Metoden indebærer, at køernes beregnede avlsværdital ikke længere skal korrigeres for besætningsniveauet ved at gange besætningsafvigelsen med en fast faktor ($h_{B_p}^2$) for alle besætninger. *Derimod behandles hver enkelt besætning individuelt under hensyntagen til dens størrelse, avlsmæssige baggrund og nuværende avlsmæssige og miljømæssige stade.*

En tyrs afprøvningsresultat vil følgelig blive uafhængigt af, om dens døtre har gode (eller dårlige) staldkammerater, uanset om en eventuel overlegenhed hos staldkammeraterne skyldes, at de er efter stærkt selekterede tyre, eller de er efter bedre mødre eller begge dele. Anvendes kombinationsindekset til fastlæggelse af besætningens avlsmæssige niveau, vil metoden endvidere tage hensyn til, om staldkammeraterne er selekteret på grundlag af egne præstationer eller ej.

5.3 Skalaeffekter og forskel i heritabilitet ved forskelligt besætningsniveau

Adskillige undersøgelser har samstemmende vist, at såvel den fænotypiske som den genetiske variation stiger med stigende besætningsniveau (jævnfør litteraturstudium af Petersen 1972). Derimod er den fænotypiske variationskoefficient stort set uafhængig af besætningsniveauet (McDaniel og Corley 1967). Dette medfører, at det er meget lettere for en ko at opnå en given ydelsesmæssig afvigelse fra besætningens gennemsnit, når den står i en højtydende besætning, end hvis den står i en lavtydende besætning. Er variationskoefficienten eksempelvis 15%, vil den fænotypiske spredning i besætninger med 200 kg smørfedt i gennemsnit være 30 kg mod 40,5 kg i besætninger med 270 kg smørfedt i gennemsnit. Denne skalaeffekt medfører eksempelvis, at kun 5–6% af køerne på det lave niveau vil opnå en positiv ydelsesafvigelse fra besætningens gennemsnit på mindst 60 kg smørfedt, medens ca. 18%, altså 3 gange så mange af køerne på det høje niveau, vil opnå en tilsvarende ydelsesafvigelse.

Burnside et al. (1976) undersøgte ydelsen hos køer, der var flyttet fra en besætning til en anden, og fandt, at regressionen af køernes korrigerede ydelsesresultater i de nye besætninger på køernes produktionsindeks, beregnet på grundlag af ydelsen fra de oprindelige besætninger, var dobbelt så stor, når køerne blev flyttet fra lavtydende til højtydende besætninger, end når flytningen forekom fra højtydende til lavtydende. Burnside et al. (1976) henfører denne store signifikante forskel til tilfældigheder eller til særbehandling af køer i

højtydende besætninger. Det er imidlertid mere nærliggende at antage, at den fundne forskel skyldes, at den fænotypiske variation, som anført, er højere i højtydende end i lavtydende besætninger, idet dette netop vil resultere i den fundne forskel i de pågældende regressionskoefficienter.

En ny svensk undersøgelse baseret på 250.000 køer (Elofson 1977) viste, at spredningen på køernes ydelsesindekser stiger jævnt med stigende besætningsniveau og er ca. 20% højere på det høje niveau end på det lave. Også denne stigning kan hovedsagelig henføres til stigende fænotypisk variation med stigende besætningsniveau og vil naturligvis resultere i, at en større procentdel af køer fra højtydende besætninger end fra lavtydende besætninger vil kunne accepteres som tyremødreemner ud fra et ydelsesmæssigt synspunkt.

Som vist af Syrstad (1966) og Danell (1976b) er forskellen i den fænotypiske variationsbredde inden for besætningerne stort set uden betydning ved avlsværdivurderingen af tyre, idet disse som hovedregel afprøves på grundlag af døtre fordelt på mange besætninger. Er der imidlertid betydelige forskelle mellem de besætningsniveauer, som de enkelte tyre afprøves under, kan tyre-nes rangering påvirkes til trods for, at den genetiske korrelation mellem tyre, afprøvet på forskellige besætningsniveauer, er lig med 1,0 (jævnfør oversigt af Petersen 1972).

En måde at undgå effekten af disse skalavirkninger på er at måle de enkelte køers ydelsesafvigelser i relative tal i stedet for i absolutte tal. I givet fald vil eksempelvis 25 kg afvigelse i en besætning med 250 kg smørfedt få samme værdi som 20 kg afvigelse i en besætning med 200 kg smørfedt. Samme resultat fås, hvis hver enkelt kos ydelsesresultat multipliceres med forholdet mellem racens og besætningsens gennemsnit. En sådan løsning vil medføre, at såfremt variationskoefficienten, som anført, er konstant på tværs af besætningsniveau, vil sandsynligheden for, at en given ko opnår en given afvigelse, være uafhængig af besætningsniveauet.

Der er imidlertid et forhold, som ikke må overses i denne sammenhæng, nemlig den kendsgerning, at den genetiske variation i næsten alle undersøgelser har vist sig at *stige relativt mere* end den fænotypiske ved stigende besætningsniveau (jævnfør litteraturoversigt af Petersen 1972 og Majjala og Hanna 1974). Dette medfører, at heritabiliteten generelt er højere i højtydende besætninger end i lavtydende. (Med andre ord vil der – andre forhold lige – kunne foretages en sikrere avlsværdivurdering af køer i højtydende besætninger end i de lavtydende). I Majjala og Hannas undersøgelser blev den gennemsnitlige afvejede heritabilitet for mælkeydelse i lavtydende og højtydende besætninger således henholdsvis 0,21 og 0,28. Disse resultater var baseret på 12 meget omfattende undersøgelser fra flere lande. Tages disse heritabiliteter for deres pålydende, vil man ved den sædvanlige anvendelse af den gennemsnitlige heritabilitet på alle besætningsniveauer undervurdere højtydende køer i de højtydende besætninger og lavtydende køer i lavtydende besætninger og omvendt overvurdere

lavtydende køer i højtydende besætninger og højtydende køer i lavtydende besætninger. Denne effekt (fejlkilde) er altså modsatrettet den ovenfor omtalte skalaeffekt og med god tilnærmelse af samme størrelsesorden.

Lad os eksempelvis forudsætte, at spredningen på besætningsgennemsnittet er 20 kg smørfedt, racens gennemsnit er 200 kg smørfedt og variationskoefficienten inden for besætningerne 15%. Forudsættes endvidere, at besætningerne opdeles i tre grupper efter ydelsesniveau, således at den højstydende gruppe omfatter alle besætninger, som er mere end én spredningsenhed (20 kg) bedre end racens gennemsnit, og den lavtydende gruppe omfatter alle, der er mere end én spredningsenhed lavere end racens gennemsnit, vil den gennemsnitlige ydelse i de to ydergrupper blive henholdsvis 230 kg og 170 kg smørfedt.

Lad endelig heritabiliteten være henholdsvis 0,28, 0,25 og 0,21 på det høje, det mellemste og det lave besætningsniveau, således som fundet i Majjala og Hannas (1974) undersøgelser. Lad os nu betragte tre køer, én fra hver af de tre besætningsniveauer. Lad hver ko have én laktation, som er f.eks. 20% bedre end det respektive besætningsgennemsnit. Den pågældende situation er vist i *tabel 17*. Ved avlsværdiurderingen af de tre køer er der, som vist i denne tabel, fire muligheder. Ved *den første* tages hensyn til såvel skalaeffekten som til

Tabel 17. Eksempel på avlsværdiurdering af køer under hensyntagen til skalaeffekt og forskellig heritabilitet ved forskelligt besætningsniveau (jævnfør tekst)

Table 17. Example of cow evaluation taking into account scale-effects and different heritability at different herd levels (see text)

Ko Cow	Besætnings- niveau Herd level	Afvigelse % Deviation %	Aktuel ydelse Actual yield	Aktuel afvigelse Actual deviation	Korrigeret afvigelse Corrected deviation	Herita- bilitet Herita- bility
A	230	20	276	46	40	0.28
B	200	20	240	40	40	0.25
C	170	20	204	34	40	0.21

Avlsmæssig overlegenhed beregnet på fire måder*) Genetic superiority estimated in four ways*)				
	I	II	III	IV
A	11.2	10.0	12.9	11.5
B	10.0	10.0	10.0	10.0
C	8.4	10.0	7.1	8.5

*)	Korrigeret for skalaeffekter Corrected for scale-effects	Taget hensyn til forskel i heritabilitet The difference in heritability considered
I	ja (yes)	ja (yes)
II	ja (yes)	nej (no)
III	nej (no)	ja (yes)
IV	nej (no)	nej (no)

forskellen i heritabilitetens størrelse på de tre niveauer. Ved anvendelse af denne metode, som er den teoretisk bedste, men også den vanskeligste at bruge i praksis, vil de beregnede avlsværdital i de højtydende besætninger variere mere end de tilsvarende avlsværdital for køer i lavtydende besætninger. *Dette medfører, at med stigende besætningsniveau vil en stigende procentdel af køerne kunne nå en given positiv avlsmæssig overlegenhed.* Denne metode vil med andre ord med rette favorisere højtydende besætningers højtydende køer.

Ved *den anden metode*, hvor der tages hensyn til skalaeffekten, men ikke til heritabilitetsforskellen, vil de beregnede avlsværditals variation være uafhængig af besætningsniveau, og køer fra lavtydende besætninger vil have samme chance for at opnå et givet avlsværdital, som køer fra højtydende besætninger. Metoden vil altså medføre, at højtydende køer i højtydende besætninger undervurderes i forhold til højtydende køer i lavtydende besætninger. Nøjagtigt det omvendte er tilfældet ved anvendelse af *den tredje metode*, hvor skalaeffekten negligeres, og der anvendes forskellige heritabilitetskoefficienter.

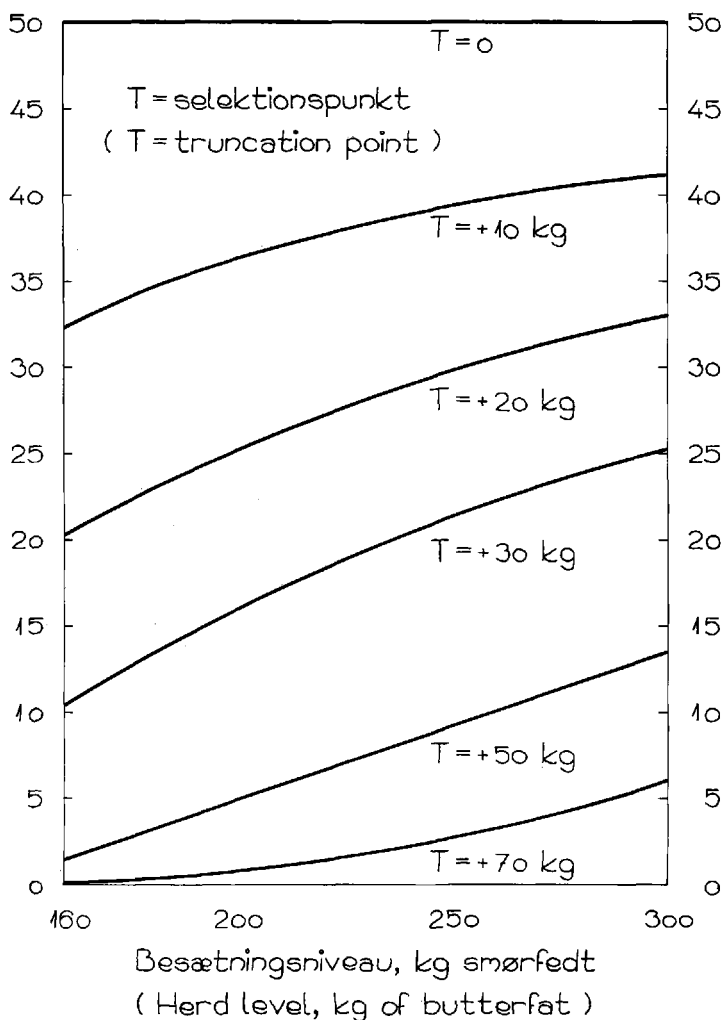
Anvendes derimod *den fjerde metode*, som hverken tager hensyn til skalaeffekten eller forskel i heritabilitet, vil der ske en udligning, således at resultaterne bliver næsten identiske med resultaterne fra metode I, hvor der blev taget hensyn til begge dele. Konklusionen bliver følgelig, at hensyntagen til enten forskellige heritabilitetskoefficienter ved forskellige besætningsniveauer eller til skalaeffekter vil medføre nedsat effekt ved udvælgelse af køer på tværs af besætninger. Enten må der tages hensyn til begge dele, eller også må begge forhold ignoreres. Da den avlsmæssige fordel ved det første synes at være minimal i forhold til de praktiske ulemper, må det sidste foretrækkes. Med andre ord anbefales det at bibeholde den gængse fremgangsmåde, der jo gør brug af absolutte ydelsesafvigelser og samme heritabilitet uanset besætningsniveau.

Som det fremgår af *figur 8* vil denne fremgangsmåde medføre, at ved faste positive selektionsgrænser vil sandsynligheden for, at en ko kan opnå selektion, være næsten direkte proportional med koens besætningsgennemsnit. Sættes selektionsgrænsen meget højt, vil selektionen fortrinsvis tage plads i de højtydende besætninger. Det skal bemærkes, at de her anførte forhold ikke påvirker udvælgelsen af køer inden for besætninger, men udelukkende selektion på tværs af besætningerne, hvilket jo fortrinsvis er tyremødreselektionen. Denne selektion bør imidlertid foretages på grundlag af et *kombinationsindeks*, hvis variation i mindre grad end afprøvningsindekset er påvirket af besætningsniveauet. Favoriseringen af højtydende køer i højtydende besætninger som tyremødre vil derfor ikke være så markant, som *figur 8* umiddelbart lader formode.

Sluttelig skal bemærkes, at den vekselvirkning mellem arv og miljø, som i givet fald vil resultere i, at samme dyr får forskellig rangering afhængig af besætningsniveauet, er antaget at være uden betydning i denne sammenhæng.

Procent af kørerne

(Percent of the cows)



Figur 8. Sammenhæng mellem besætningsniveau og den procentdel af kørerne, der overstiger en given ydelsesafvigelse (T). Det er forudsat, at der kun ses på én laktation pr. ko, og at spredningen inden for besætningerne udgør 15% af besætningsgennemsnittet på alle niveauer

Figure 8. Relationship between the herd level and the percentage of the cows, which exceed a given deviation in yield (T). It is assumed that only one lactation per cow is considered and that the standard deviation within herds amounts to 15% of the herd average at all herd levels

5.4 Sammendrag

Dette kapitel behandler indledningsvis, hvilke faktorer køernes ydelsestal bør korrigeres for, inden de indgår i den egentlige avlsværdivurdering. I de følgende afsnit er søgelyset rettet mod to meget vigtige forhold, nemlig besætningsstørrelsen og besætningernes avlsmæssige og miljømæssige niveau. Sluttelig er diskuteret, hvilken betydning skalaeffekter og forskelle i heritabilitet fra besætningsniveau til besætningsniveau har for avlsværdivurderingen af køer.

Følgende hovedkonklusioner og -synspunkter kan fremdrages:

1. Før en kos laktationsydelse anvendes i en avlsværdivurderingsprocedure, bør den korrigeres for effekten af kælvningsalder, kælvningsnummer, tomperiodens længde, kælvningsinterval og kælvningstidspunkt. Korrigeringen for kælvningsnummer bør være multiplikativ, korrigeringen for tomperiodens længde kurvelineær, medens korrigeringen for kælvningstidspunktet (sæson) sandsynligvis med fordel kan ske ved at måle de enkelte køers ydelser som afvigelse fra ydelsen hos køer, der kælver i samme sæson.
2. Måles en kos ydelse som afvigelse fra et besætningsgennemsnit, der inkluderer koen selv, fås nøjagtigt samme resultat som ved at måle koens ydelse som afvigelse fra staldkammeraternes gennemsnit og multiplicere denne afvigelse med $(n-1)/n = m/(m+1)$, hvor n er antal køer i besætningen, og m er antal staldkammerater.
3. For at kunne sammenligne ydelsen hos køer tilhørende forskellige besætninger må køernes ydelsesresultater korrigeres for de respektive besætningers permanente miljøforhold. På basis af teoretiske overvejelser suppleret med simuleringsstudier konkluderes, at der i denne sammenhæng må tages hensyn til såvel korrelationer mellem køer tilhørende samme besætning (t) som til antal køer pr. besætning (n). Følgende ligning til beregning af en besætningskorrigerede ydelsesafvigelse (B_k) fra racens gennemsnit foreslås anvendt:

$$B_k = \frac{n t}{n t - t + 1} B_n$$

hvor B_n er besætningens ukorrigerede afvigelse fra racens gennemsnit. Idet t i de fleste undersøgelser er af størrelsesordenen $1/3$, kan denne ligning reduceres til

$$B_k = \frac{n}{n + 2} B_n$$

4. Såfremt staldkammeraterne til døtre efter tyre under afprøvning er avlsmæssig overlegne, vil de pågældende tyres avlsmæssige værdi undervurderes. Modsatningsvis vil tyre, hvis døtre har dårlige staldkammerater, blive overvurderet. Forskelle i staldkammeraternes avlsmæssige niveau kan blandt andet opstå som følge af varierende kvalitet af brugstyre fra område

til område og fra år til år. Ligeledes kan der være forskel mellem avlsværdien hos de grupper af køer, de enkelte tyre anvendes til. Det er derfor vigtigt at korrigere hver enkelt kos ydelse for staldkammeraternes avlsmæssige niveau.

5. Der er i dette kapitel skelnet mellem to former for besætningsheritabilitet $h_{B_n}^2$ og $h_{B_p}^2$. Den første af disse heritabilitetskoefficienter ($h_{B_n}^2$) er et udtryk for, hvor stor en del af variationen mellem besætningerne der kan henføres til forskelle mellem de enkelte besætningers *aktuelle* avlsværdi. Den anden ($h_{B_p}^2$) er et udtryk for, hvor stor en del af variationen mellem besætningerne der skyldes *permanent* avlsmæssige forhold. I mange lande anvendes $h_{B_p}^2$ direkte i avlsværdivurderingen af køer og tyre, men såfremt køernes afstamning er inddraget i avlsværdivurderingerne, vil dette give anledning til fejl. $h_{B_n}^2$, der altid er større end $h_{B_p}^2$, kan anvendes til at få et skøn over besætningernes avlsmæssige niveau, men sikkerheden på dette skøn er meget ringe.
6. Ved at anvende køernes afstammingsindekser kan de enkelte besætningers genetiske niveau fastlægges med ret stor sikkerhed. Denne sikkerhed er først og fremmest bestemt af besætningernes størrelse. For 30 køer pr. besætning vil sikkerheden være af størrelsesordenen 0,6–0,7 stigende til 0,8–0,9 ved 100 køer pr. besætning.
7. Anvendes køernes kombinationsindekser til fastlæggelse af besætningernes avlsmæssige niveau, kan der muligvis opnås endnu større sikkerhed end ved anvendelse af afstammingsindekserne. Resultatet vil imidlertid afhænge meget af størrelsen af korrelationen mellem kombinationsindekset for køer tilhørende samme besætning. Denne korrelation kendes ikke for tiden, men kan fastlægges ved en analyse af kontrollforeningsdata.
8. Ved hjælp af den beregnede avlsmæssige overlegenhed for hver enkelt besætning kan der tillige dannes et sikkert skøn over besætningernes miljøbetingede overlegenhed. Dette udtryk (E_p) kan anvendes til at øge sikkerheden ved avlsværdivurderingen af tyre og opdræt. Anvendelse af E_p vil således bevirke, at avlsværdivurderingen bliver uafhængig af, om de enkelte køer (døtre) har haft gode eller dårlige staldkammerater, uanset om staldkammeraternes afvigelser skyldes, at de har afvigende fædre eller afvigende mødre eller begge dele.
9. Den fænotypiske variation i ydelse stiger med stigende besætningsniveau. Denne skalaeffekt medfører, at køer i højtydende besætninger har større chance for at opnå en given ydelsesafvigelse end køer fra lavere ydende besætninger. Heritabiliteten er imidlertid højere i højtydende end i lavtydende besætninger, hvilket er udtryk for, at den genetiske variation stiger relativt mere end den fænotypiske variation. Dette bevirker, at køer fra højtydende besætninger generelt kan vurderes med større sikkerhed end køer fra lavtydende besætninger. Den fejl, der begås ved at ignorere skala-

effekten ved avlsværdivurderingen, vil være af stort set samme størrelse, men modsat rettet effekten af at ignorere forskellen i heritabilitet fra besætningsniveau til besætningsniveau. Det er derfor konkluderet, at enten må begge disse forhold lades ude af betragtning ved avlsværdivurderingen, eller også må der tages hensyn til dem begge. Uanset hvad der vælges, vil højtydende besætninger *med rette* få en fortrinsstilling ved udvælgelsen af tyremødreemner, idet der i begge tilfælde vil være størst sandsynlighed for at finde en tyremor i en højtydende besætning.

KAPITEL VI

6 Ufuldstændige laktationer

Ved avlsværdivurdering af tyre vil hensyntagen til ufuldstændige laktationer hos døtrene ofte kunne bidrage væsentligt til sikkerheden ved tyrens indeks (Searle 1961b og Van Vleck og Henderson 1961a og 1961c) eller bevirke, at en given sikkerhed kan opnås på et tidligere tidspunkt (Van Vleck og Henderson 1961a og 1961d, Searle 1961b, Lamb og McCilliard 1967 og Powell et al. 1975). Begge dele vil medføre, at den avlsmæssige fremgang pr. tidsenhed øges. Ifølge Powell et al. (1975) kan denne forøgelse udgøre hele 10% af den fremgang, der ellers ville ske i den pågældende population.

Ved ydermere at inkludere den opnåede ydelse for døtre, der er afgået, inden laktationen er fuldført, elimineres også den ofte alvorlige fejlkilde, som skyldes, at der er sammenhæng mellem tyrenes ydelsesmæssige avlsværdi og afgangsprocenten i de tilsvarende dötregupper (Van Vleck 1962, Christensen 1970 og Hickmann 1977a). Der er derfor væsentlige grunde til at anbefale, at 1. kalvs køers ufuldstændige laktationer medtages ved avlsværdivurderingen af tyre. Enhver ufuldstændig laktation bør medtages i vurderingen, uanset om den pågældende datter er afgået, eller laktationens ufuldstændighed simpelthen skyldes, at datteren endnu er lakterende på opgørelsestidspunktet.

Diskussionen om anvendelse af ufuldstændige laktationer i avlsarbejdet har i de allerfleste undersøgelser været centreret om, hvilke metoder der er bedst egnede til at danne et skøn over en fuldstændig laktation ved hjælp af den afkortede laktation. Værdien af en række metoder, som især er aktuelle i den forbindelse, er indgående beskrevet og diskuteret af Miller et al. (1972), Auran (1973), Auran (1976b) og senest af Powell et al. (1978) og skal derfor ikke diskuteres nærmere her. Idet det må formodes, at både heritabiliteten af ufuldstændige laktationer og den genetiske korrelation mellem ufuldstændige og fuldstændige laktationer ikke påvirkes væsentligt af en eventuel forlængelse af de ufuldstændige laktationer, er det fra et avlsmæssigt synspunkt nødvendigt at forlænge de ufuldstændige laktationer. I praksis vil det imidlertid være en fordel, om der foretages en sådan forlængelse for derved at få et skøn over køernes forventede laktationsydelser.

I det følgende diskuteres, hvilken vægt en ufuldstændig laktation skal tillægges ved avlsværdivurderingen. Litteraturen herom er sparsom, og de metoder, der i dag anvendes i praksis, bygger som regel på et løst teoretisk grundlag. Eksempelvis er der, mig bekendt, ikke noget sted taget hensyn til det vigtige forhold, at den *genetiske korrelation* mellem en ufuldstændig og en fuldstændig laktation er forskellig fra 1,0.

Som regel anvendes laktationer, der er forlænget på forskellig måde. Disse laktationer afvejes undertiden yderligere ofte under hensyntagen til de ufuldstændige laktationers længde eller ved hjælp af den *fænotypiske korrelation* mellem en ufuldstændig og en fuldstændig laktation. Det sidste er eksempelvis tilfældet i det nye system til afprøvning af tyre i USA »The USDA-DHIA Modified Contemporary Comparison« Dickinson et al. (1976b).

6.1 Heritabiliteten for ufuldstængie laktationer

Undersøgelser af Madden et al. (1955), Searle (1961a), Van Vleck og Henderson (1961a), Keown og Van Vleck (1971), Auran (1976a) og Danell (1979) viser samstemmende, at heritabiliteten for enkeltkontrolleringer er forholdsvis konstant gennem laktationen, dog med tendens til lidt højere værdier midt i laktationen end i dens begyndelse og slutning. Både Van Vleck og Henderson (1961a) og Auran (1976a) finder, at heritabiliteten for den *akkumulerede ydelse* er stort set konstant gennem hele laktationen. På denne baggrund synes det rimeligt at antage, at heritabiliteten for ufuldstændige og fuldstændige laktationer er af samme størrelse uafhængig af, hvor mange dage den ufuldstændige laktation er baseret på.

6.2 Korrelationen mellem ufuldstændige og fuldstændige laktationer

Undersøgelser af blandt andre Van Vleck og Henderson (1961a) og senere Auran (1976a) viser overensstemmende, at den genetiske korrelation mellem ufuldstændige laktationer og fuldstændige laktationer hos 1. kalvs køer stiger jævnt fra ca. 0,80 til 1,00, når længden af den afkortede laktation stiger fra 1 til 10 måneder. De tilsvarende fænotypiske korrelationer er ifølge Auran (1976a) af samme størrelsesorden eller en smule lavere. Dette, at den genetiske korrelation er mindre end 1,0, indikerer, at mange af de gener, der er af betydning for ydelseshøjden i første del af laktationen, måske har ringe eller ingen effekt på koens udholdenhed i ydelse. Det er derfor klart, at der ved beregning af et dyrs ydelsesmæssige avlsværdi på grundlag af én eller flere afkortede laktationer må tages hensyn til den genetiske korrelation mellem den ufuldstændige og den fuldstændige laktation.

Størrelsen af den *fænotypiske korrelation* mellem en ufuldstændig og en fuldstændig laktation er derimod af *mindre interesse* ved avlsværdiurderingen, men har naturligvis betydning for, hvor sikkert en forventet laktation kan beregnes ud fra en afkortet laktation.

6.3 Avlsværdiurdering på grundlag af ufuldstændige og fuldstændige laktationer

I praksis er kørerne i størstedelen af deres liv lakterende og vil følgelig kunne avlsværdiurderes på grundlag af såvel igangværende som eventuelle fuldstændige laktationer. For tyre under afprøvning vil døtregrupperne som regel

bestå af køer, hvis laktationslængde strækker sig fra 0 til mere end 305 dage. I det følgende diskuteres, hvorledes der kan tages hensyn til den ekstrainformation, som ufuldstændige laktationer repræsenterer ved avlsværdiurderingen af køer og tyre. I overensstemmelse med de refererede litteraturstudier forudsættes, at heritabiliteten for ufuldstændige laktationer er af samme størrelsesorden som heritabiliteten for fuldstændige laktationer, og at den genetiske korrelation mellem en ufuldstændig og en fuldstændig laktation er mindre end 1,0.

6.3.1 Vurdering af køer

Beregningen af en kos afprøvningsindeks på grundlag af en ufuldstændig laktation kan foretages efter følgende formel:

$$I_2 = b_1 p \quad (67)$$

hvor p = den ufuldstændige laktations korrigerede afvigelse fra et racegenemsnit, baseret på ufuldstændige laktationer af samme længde som p

Ifølge *appendiks 4.1* bliver vægtfaktoren i denne ligning:

$$b_1 = r_a h^2 \sigma_p \sigma_p \quad (68)$$

hvor r_a = den genetiske korrelation mellem en ufuldstændig og en fuldstændig laktation.

$P \sim p$ men er baseret på fuldstændige laktationer.

Sikkerheden på I_2 kan – ligeledes ifølge *appendiks 4.1* – beregnes som:

$$r_2^2 = r_a^2 h^2 \quad (69)$$

Heraf ses, at såvel vægtfaktoren som sikkerheden i høj grad er afhængig af den genetiske korrelation mellem den ufuldstændige og den fuldstændige laktation, men *uafhængig af den tilsvarende fænotypiske korrelation*.

Såfremt den ufuldstændige laktation på forhånd afvejes, vil dette ikke påvirke I_2 og r_2^2 positivt. Sker afvejningen eksempelvis ved at multiplicere med en vægtfaktor, f.eks. den fænotypiske korrelation (r_p) mellem den ufuldstændige og den fuldstændige laktation, fås ifølge *appendiks 4.1*:

$$b_1 = \frac{r_a h^2}{r_p} \cdot \frac{\sigma_p}{\sigma_p}$$

som indsat i den nye ligning:

$$I_2 = b_1 r_p p$$

$$\text{giver: } I_2 = r_a h^2 \frac{\sigma_p}{\sigma_p} p$$

der er identisk med ligning (67).

Den generelle formel til opdatering af en kos afprøvningsindeks kan skrives:

$$I_2 = b_1 I_1 + b_2 p \quad (70)$$

hvor I_1 = koens afprøvningsindeks, baseret på n fuldstændige laktationer

p = koens nye (ufuldstændige) laktation.

Ifølge *appendiks 4.2* kan vægtfaktorerne b_1 og b_2 i denne ligning beregnes som:

$$b_1 = \frac{h^2 - r_a r_p h^2}{n^2 - r^2 r_p^2} \quad (71)$$

$$b_2 = \frac{(1 - b_1) h^2}{r_p} \cdot \frac{\sigma_p}{\sigma_p} \quad (72)$$

hvor r_p = gennemsnittet af korrelationen mellem den ufuldstændige laktation p og hver af de n fuldstændige laktationer,

r^2 = sikkerheden på koens »gamle« afprøvningsindeks, der jo er baseret på n fuldstændige laktationer.

Sikkerheden på det nye kombinationsindeks bliver ifølge *appendiks 4.2*

$$r_2^2 = b_1 r^2 + \frac{(1 - b_1) h^2 r_a}{r_p} \quad (73)$$

Korrelationen r_p kan med god tilnærmelse sættes lig med gentagelseskoefficienten r , men er sandsynligvis en smule lavere, især ved meget korte laktationer. Det er værd at bemærke, at variansen på den ufuldstændige laktation *ikke* påvirker sikkerheden ved avlsværdiurderingen, men alene den vægt, den pågældende laktation skal tillægges. Anvendelse af forlængede laktationer i stedet for ufuldstændige vil *ikke* øge sikkerheden, medmindre heritabiliteten og/eller den genetiske korrelation (r_a) stiger som følge af forlængelsen.

Det bør endvidere bemærkes, at indekssligningen (70) er generel på den måde, at den også gælder, hvis $n = 0$ – altså når den ufuldstændige laktation er koens første laktation. I givet fald er:

$$I. = r^2 = 0$$

$$b_1 = (1 - r_a r_p)$$

$$b_2 = h^2 r_a \sigma_p / \sigma_p$$

$$r_2^2 = h^2 r_a^2$$

Da den nye laktation (p) er koens eneste, er b_1 en imaginær størrelse, men b_2 er identisk med b_1 i (68) og r_2^2 er identisk med r_1^2 i ligning (69).

Ligning (70) kan ligeledes anvendes generelt, hvis den nye laktation er en fuldstændig laktation. I dette tilfælde er $r_p = r$, $\sigma_p = \sigma_r$ og $r_a = 1,0$, og formlerne (70), (71), (72) og (73) bliver lig med henholdsvis formel (4), (5), (6) og (7) i kapitel III.

I tabel 18 er vist, hvorledes værdien af at anvende en ufuldstændig laktation i avlsværdivurderingen dels er afhængig af den genetiske korrelation mellem den afkortede og den fuldstændige laktation og dels af, om koen i forvejen har afsluttet én eller flere laktationer. Af tabellens første linie fremgår, at hvis den ufuldstændige laktation er koens første, vil afprøvningsindeksets sikkerhed udgøre ($r_a^2 \cdot 100$)% af den sikkerhed, der fås, hvis koen vurderes på grundlag af en fuldstændig laktation. Er koen eksempelvis i forvejen vurderet på grundlag af én fuldstændig laktation, d.v.s. med en sikkerhed på 0,25, vil en ny fuldstændig laktation ($r_a = 1,00$) få sikkerheden til at stige til 0,38. I tabel 18 er stigningen

Tabel 18. Den totale sikkerhed (r_2^2) samt den relative stigning i sikkerheden (ΔR) ved at medtage en ny ufuldstændig laktation i en kos afprøvningsindeks baseret på n fuldstændige laktationer ($h^2 = 0.25$ og $r_p = r = 0.4$)

Table 18. The accuracy (r_2^2) and the relative gain in accuracy (ΔR) obtained by including an incomplete lactation in a cow's testindex, based on n complete lactations ($h^2 = 0.25$ and $r_p = r = 0.4$)

n	$r_a = 1.00$		$r_a = 0.95$		$r_a = 0.90$		$r_a = 0.85$		$r_a = 0.80$	
	r_2^2	ΔR	r_2^2	ΔR	r_2^2	ΔR	r_2^2	ΔR	r_2^2	ΔR
0	0.25	100	0.23	90	0.20	81	0.18	72	0.16	64
1	0.38	100	0.34	84	0.32	69	0.31	56	0.30	44
2	0.42	100	0.40	78	0.39	59	0.38	42	0.37	28
3	0.45	100	0.44	72	0.44	49	0.42	30	0.42	16
4	0.48	100	0.47	67	0.46	40	0.46	20	0.46	7
5	0.50	100	0.49	61	0.49	32	0.48	12	0.48	2

i sikkerheden ved at medtage en ny fuldstændig laktation sat lig med 100, og den tilsvarende stigning i sikkerheden ved i stedet at medtage en *ufuldstændig* laktation er sat i forhold dertil. Tillige er den samlede sikkerhed anført. Som det ses af tabellen, falder værdien af at medtage en ny ufuldstændig laktation stærkt med faldende genetisk korrelation, og desuden falder den relative værdi af at medtage den ufuldstændige laktation med stigende laktations nummer. Det kan derfor konkluderes, at hensyntagen til en ufuldstændig laktation ved beregning af en kos afprøvningsindeks især har værdi, hvis der er tale om koens første, evt. anden laktation, og at denne værdi falder med faldende genetisk korrelation mellem den ufuldstændige og den fuldstændige laktation.

6.3.2 Vurdering af tyre på grundlag af ufuldstændige laktationer

For at få et udtryk for tyrenes ydelsesmæssige avlsværdi på så tidligt et tidspunkt som muligt publiceres ofte foreløbige resultater baseret på ufuldstændige laktationer af en given længde. Det danske P-tal, der er baseret på de første 130 dage af døtrenes første laktation, er et typisk eksempel på dette.

Når alle laktationer har samme længde, kan tyrenes afprøvningsindeks beregnes som:

$$I_2 = b_1 \bar{I}_D \quad (74)$$

hvor $\bar{I}_D$ er døtrenes gennemsnitlige afprøvningsindeks. Hver datters indeks tænkes beregnet ved hjælp af ligning (67).

Ifølge *appendiks 4.3* bliver vægtfaktoren i denne ligning:

$$b_1 = \frac{\frac{1}{2} n}{1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2} \quad (75)$$

Bemærk, at b_1 udelukkende afhænger af heritabiliteten og antallet af døtre. Dette skyldes, at der allerede ved beregningen af døtrenes indekser er taget hensyn til såvel den genetiske korrelation mellem ufuldstændige og fuldstændige laktationer og til forskellen i variation mellem disse to typer af laktationer.

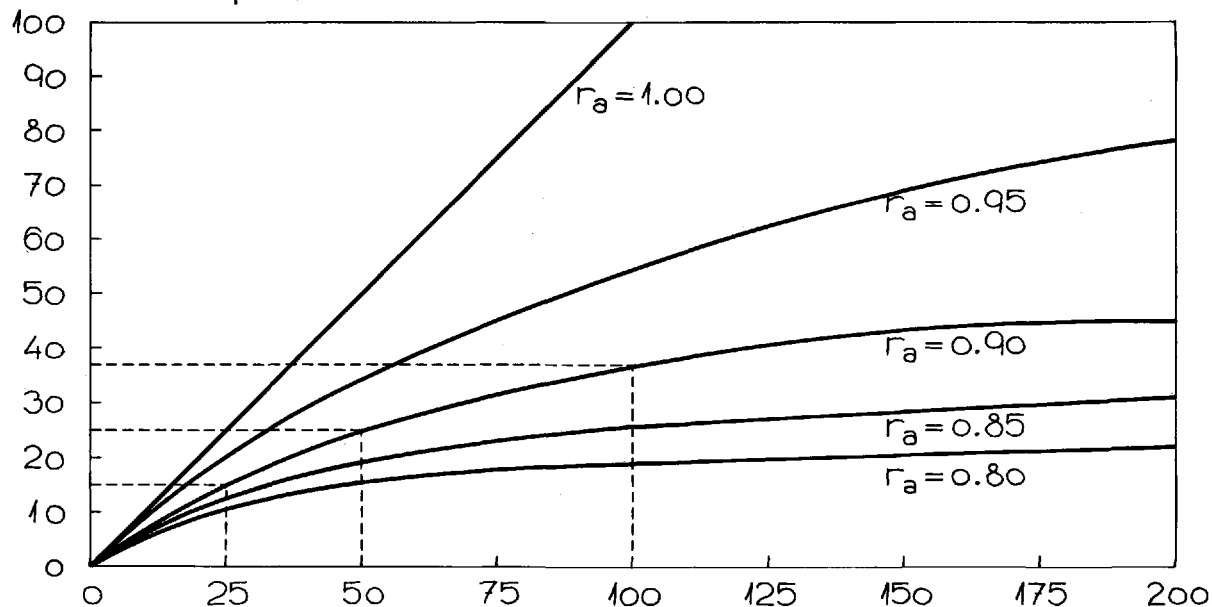
Sikkerheden på indekset, der også er udledt i *appendiks 4.3*, bliver:

$$r_2^2 = \frac{n \frac{1}{4} h^2}{1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2} r_a^2 \quad (76)$$

Heraf ses, at sikkerheden ved en tyrs afprøvningsindeks baseret på døtrenes ufuldstændige laktationer er lig med den velkendte formel for sikkerheden ved afkomsundersøgelse *multipliseret med* r_a^2 . Med stigende antal døtre vil sikkerheden nærme sig r_a^2 , som altså er den øvre grænse for r_2^2 .

I *figur 9* er vist, hvorledes den genetiske korrelation (r_a) påvirker det antal døtre med ufuldstændige laktationer, der skal til for at opnå samme sikkerhed som ved anvendelse af et givet antal døtre med fuldstændige laktationer. Som

Antal fuldstændige laktationer
(Number of complete lactations)



Antal ufuldstændige laktationer
(Number of incomplete lactations)

Figur 9. Det antal døtre med ufuldstændige laktationer, der kræves for at opnå samme sikkerhed ved afkomsundersøgelsen som den sikkerhed, der fås ved anvendelse af et givet antal døtre med fuldstændige laktationer ($h^2 = 0,25$)

Figure 9. The number of daughters with incomplete lactations, which are required to obtain the same accuracy of the progeny test as that obtained by using a given number of daughters with complete lactations ($h^2 = 0.25$)

det fremgår af denne figur, er det især de *første* ufuldstændige laktationer, der har værdi. Med stigende antal falder effekten hurtigt, og hurtigere jo lavere den genetiske korrelation er. I en undersøgelse på dansk materiale (Christensen 1974) fandtes, at den genetiske korrelation mellem en 130-dages og en 305-dages laktation var 0,9. Efter dette vil et P-tal baseret på uendelig mange døtre kunne tillægges samme værdi som et R-tal baseret på 59 døtre. Af figur 9 fremgår endvidere, at et P-tal baseret på henholdsvis 25, 50 og 100 døtre i givet fald modsvarer henholdsvis 15, 25 og 36 døtre i et R-tal.

Såfremt $\bar{I}_D$ i (74) erstattes med gennemsnittet af døtrenes fænotypiske ydelsesafvigelse $\bar{p}$, må vægtfaktoren b_1 i (75) multipliceres med udtrykket $r_a h^2 \sigma_P / \sigma_P$ og bliver følgende

$$b_1 = \frac{\frac{1}{2} n h^2}{1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2} r_a \sigma_P / \sigma_P \quad (77)$$

Sikkerheden r^2_2 er naturligvis uafhængig af, om man anvender $\bar{I}_D$ eller $\bar{p}$ i indeksligningen.

6.3.3 Vurdering af tyre på grundlag af en blanding af fuldstændige og ufuldstændige laktationer

Ved afkomsundersøgelse af tyre vil der i praksis altid være en konflikt mellem ønsket om at få resultaterne frem på et så tidligt tidspunkt som muligt, og ønsket om at få pålidelige resultater.

Som vist i følgende afsnit, går der over et år, fra de første kvier i en afkomsgruppe kælver, og til hovedparten af gruppen har kælvnet. Dette medfører, at når de *sidste* kvier i en gruppe påbegynder første laktation, har de første kvier allerede afsluttet deres 305-dages laktation, medens alle de øvrige står med laktationer af varierende længde.

Det er derfor klart, at den løsning, der til enhver tid kombinerer ønsket om et tidligt resultat med ønsket om et pålideligt resultat bedst muligt, er en avlsværddivurdering baseret på *alle* de informationer, der er tilgængelige på det pågældende tidspunkt. Med andre ord en avlsværddivurdering baseret på såvel fuldstændige som ufuldstændige laktationer.

Såfremt der anvendes *direkte opdatering*, og der i første omgang ses bort fra døtrenes mødre, kan tyrens afprøvningsindeks skrives som:

$$I_2 = b_1 I_1 + b_2 I_D \quad (78)$$

hvor I_1 = tyrens »gamle« afprøvningsindeks, der kan være baseret på såvel fuldstændige som ufuldstændige laktationer,

I_D = den nye datters afprøvningsindeks, der enten er baseret på en fuldstændig eller en ufuldstændig laktation.

Vægtfaktorerne (b_1 og b_2) i denne ligning er naturligvis afhængige af, om $I.$ og I_D hver især er baseret på fuldstændige eller ufuldstændige laktationer. Dette fremgår tydeligt af følgende udtryk for beregningen af disse vægtfaktorer. De pågældende formler er udledt i *appendiks 4.4.*:

$$b_1 = \frac{4 - h^2 a}{4 - r^2 h^2 a^2 / r_a} \quad (79)$$

$$b_2 = \frac{2(1 - b_1)}{h^2 a} \quad (80)$$

Sikkerheden på indekset kan ligeledes ifølge *appendiks 4.4* beregnes som:

$$r_2^2 = b_1^2 r^2 + b_2^2 r_D^2 + b_1 b_2 r^2 h^2 a \quad (81)$$

$$\text{hvor } a = r_a r_x / r_a. \quad (82)$$

r_a = den genetiske korrelation mellem den nye datters laktation p og den tilsvarende fuldstændige laktation. Er p en fuldstændig laktation, er $r_a = 1$

$r_{a.}$ = den genetiske korrelation mellem et afvejet gennemsnit ($p.$) af de laktationer $I.$ er baseret på og gennemsnittet af de tilsvarende fuldstændige laktationer

r_x = den genetiske korrelation mellem den nye datters ufuldstændige laktation og en tilsvarende laktation af samme »længde« som $p.$ (jævnfør *appendiks 4.4*).

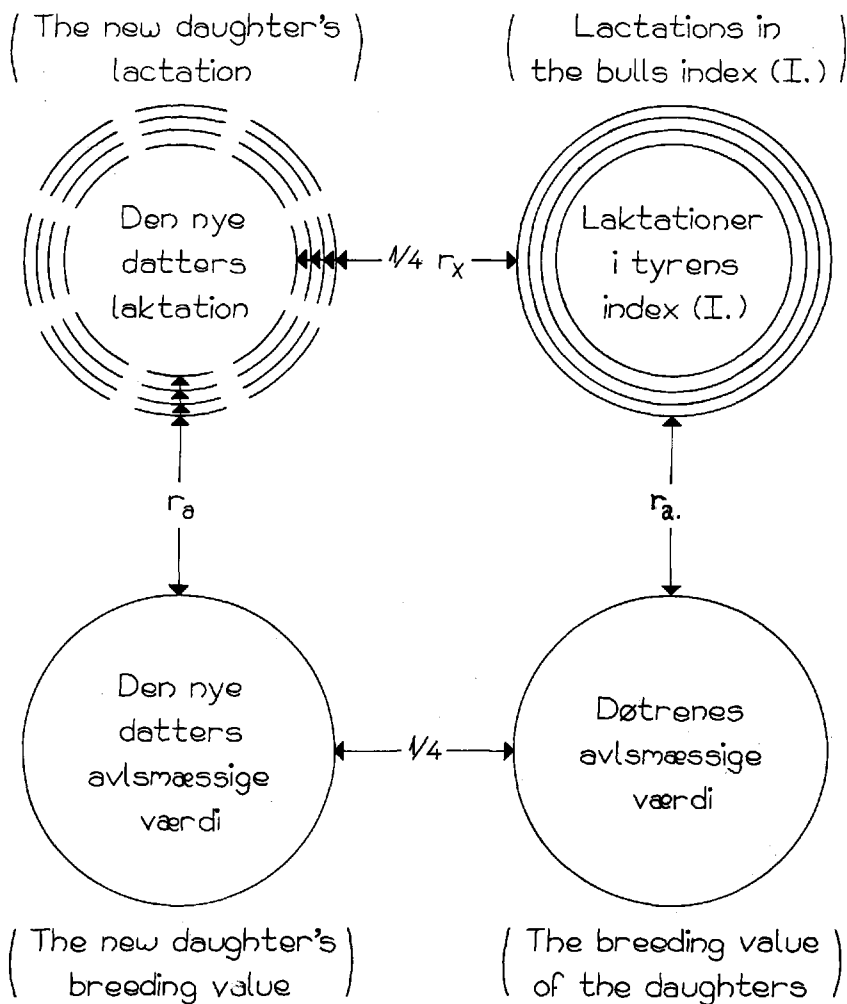
Figur 10 illustrerer, hvorledes disse tre korrelationer er afhængige af hinanden. Af figuren fremgår, at såfremt $r_a = 1,0$ – altså når den nye datters indeks er baseret på en fuldstændig laktation – er $r_x = r_{a.}$, og a vil følgelig være lig med $1,0$. Såfremt $r_{a.} = 1,0$ – altså når tyrens indeks er baseret på fuldstændige laktationer – er $r_x = r_a$, og følgelig vil a være lig med r_a^2 .

Såfremt $r_a \neq r_{a.}$, vil r_x falde med stigende forskel mellem r_a og $r_{a.}$, og r_x vil gå mod $1,0$, når forskellen mellem r_a og $r_{a.}$ går mod 0 . Heraf følger, at hvis $r_a > r_{a.}$, vil produktet $r_a r_x$ med tilnærmelse være lig med $r_{a.}$, og a vil i givet fald være lig med $1,0$.

Hvis $r_a < r_{a.}$ vil produktet $r_a r_x$ med tilnærmelse være lig med r_a , og $r_x \sim r_a / r_{a.}$.

Indsættes det sidste udtryk i formel (82), fås:

$$a \sim r_a^2 / r_{a.}^2 \quad (83)$$



Figur 10. Skitse over, hvilke genetiske korrelationer der må kendes for at beregne en tyrs afprøvningsindeks på grundlag af en blanding af ufuldstændige og fuldstændige laktationer

Figure 10. Outline of the genetic correlations which have to be known to estimate the test-index of a bull based on a combination of incomplete and complete lactations

Det bør bemærkes, at når (78) anvendes første gang, altså når første datter inddrages, er a og r^2 ikke defineret, men må gives værdierne $a = r_a^2$ og $r^2 = 0$ for at få det rigtige resultat.

Den genetiske korrelation mellem en ufuldstændig og en fuldstændig laktation er, som tidligere anført, en funktion af den ufuldstændige laktations længde. Dette afhængighedsforhold er vist i flere undersøgelser (f.eks. Auran 1976a). Dette medfører, at der relativt let kan fås et udtryk for r_a for hver datter i en tyrs afkomsgruppe. Er der tale om laktationer af forskellig længde, kan r_a ikke beregnes direkte. Ved anvendelse af *direkte opdatering* er det imidlertid, som vist i det følgende, muligt at beregne r_a indirekte. Såfremt alle laktationer hos en tyrs afkomsgruppe er af samme længde, vil r_a være lig med r_a , og formel (76) for sikkerheden ved tyrens afprøvningsindeks kan derfor skrives som:

$$r_2^2 = \frac{n \frac{1}{4} h^2}{1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2} r_a^2. \quad (84)$$

Denne formel gælder også, når der er tale om flere laktationer af forskellig længde, men i så fald er r_a *ubekendt*. Såfremt der kun er én datter i indekset, er $r_a = r_a$. Når næste datter inkluderes, beregnes r_2^2 ved hjælp af (81). Dette kan gøres uden videre, fordi I. kun er baseret på én laktation, og r_a er følgelig lig med r_a for denne laktation (jvf. efterfølgende numeriske eksempel). Efter at 2. datter er inkluderet, får r_a en ny værdi. Da r_2^2 imidlertid kendes, bliver den eneste ubekendte i (84) netop den nye r_a^2 , der følgelig kan beregnes som:

$$r_a^2 = \frac{(1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2) r_2^2}{n \frac{1}{4} h^2} \quad (85)$$

Dette udtryk kan så bruges, når tyrens næste (tredie) datter inddrages i tyrens indeks (78). Sikkerheden (r_2^2) på dette indeks beregnes ved hjælp af (84) og anvendes i (85) til at beregne en ny r_a^2 , som anvendes, når næste datter medtages og således fremdeles. I formlerne (79), (80) og (81) anvendes r_a ikke direkte, men kun indirekte gennem a , der beregnes ved hjælp af ligning (83). Indsættes udtrykket for r_a^2 (ligning 85) i (83), fås:

$$a = \frac{n \frac{1}{4} h^2 r_a^2}{(1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2) r_2^2} \quad (86)$$

Ligning (86) kan anvendes generelt, blot a sættes lig med 1,0 i de tilfælde, hvor a ifølge formlen (86) er større end 1,0. Bemærk, at r_2^2 i formlerne (84), (85) og (86) er identiske med r^2 når ligningerne (79), (80) og (81) anvendes for at inkludere en ny datter. Ved anvendelse af metoden bruges formlerne (79), (80)

og (81), når første datter inkluderes, idet a i dette tilfælde er lig med r_a^2 og $r^2 = 0$. Når de følgende døtre inkluderes, anvendes (86), (79), (80) og (81) i anførte rækkefølge. Det er vigtigt at bemærke, at når (86) anvendes, refererer n til det antal døtre, der allerede er inkluderet i tyrens indeks, og den nye datter, der skal optages, må ikke tælles med. Ligeledes refererer r_2^2 til sikkerheden på dette indeks, og r_2^2 i (86) er således identisk med r^2 i (79), (80) og (81). Som det vil fremgå af følgende eksempel, kan opdateringen ske i en arbejdsgang, og foruden ydelsen kræves der kun kendskab til r_a ($\sim$ laktationslængden) for hver ny datter, der inddrages. Endvidere må der holdes kontrol med, hvor mange døtre der allerede er inddraget i indekset, ligesom indeksets størrelse og sikkerhed naturligvis må kendes.

Numerisk eksempel: Lad en tyr have tre døtre i sin afkomsgruppe:

1. datter (D_1) har en meget kort laktation ($r_{a_1} = 0,8$)
2. datter (D_2) har en fuldstændig laktation ($r_{a_2} = 1,0$)
3. datter (D_3) har en forholdsvis kort laktation ($r_{a_3} = 0,9$)

I beregningerne forudsættes, at $h^2 = 0,25$, og der er regnet med stor nøjagtighed, selv om resultaterne kun anføres med tre betydende cifre.

Første datter inkluderes ved anvendelse af formlerne:

$$(78): I_2 = b_1 I. + b_2 I_{D_1}; I. = 0$$

$$(79): b_1 = (4 - 0,25 \cdot 0,64) / (4 - 0) = 0,96$$

$$(80): b_2 = 2(1 - 0,96) / (0,25 \cdot 0,64) = 0,50$$

$$(81): r_2^2 = (0,96)^2 \cdot 0 + 0,25 \cdot 0,25 \cdot 0,64 + 0,96 \cdot 0,5 \cdot 0 \cdot 0,25 \cdot 0,64 = 0 + 0,4 + 0 = 0,04$$

Anden datter: I_2 og r_2^2 fra første datter kaldes nu henholdsvis $I.$ og r^2 :

$$(78): I_2 = b_1 I. + b_2 I_{D_2}$$

$$(86): a = (0,25 \cdot 0,25 \cdot 1) / ((1+0) \cdot 0,04). \text{ Da dette udtryk er større end } 1,0, \text{ sættes } a = 1,0 \text{ (jvf. tekst).}$$

$$(79): b_1 = (4 - 0,25) / (4 - 0,04 \cdot 0,25 \cdot 1/1) = 3,75/3,99 = 0,940$$

$$(80): b_2 = 2(1 - 0,940) / 0,25 = 0,481$$

$$(81): r_2^2 = (0,94)^2 \cdot 0,04 + (0,481)^2 \cdot 0,25 + 0,94 \cdot 0,481 \cdot 0,04 \cdot 0,25 \cdot 1 = 0,0353 + 0,0579 + 0,0045 = 0,0977$$

Tredie datter:

$$(78): I_2 = b_1 I_1 + b_2 I_{D_3}$$

$$(86): a = (2 \cdot 0,25 \cdot 0,25 \cdot 0,81) / ((1 + 0,25 \cdot 0,25) \cdot 0,0977) \\ = 0,101/0,104 = 0,975$$

$$(79): b_1 = (4 - 0,25 \cdot 0,975) / (4 - 0,0977 \cdot 0,25(0,975)^2/0,81) \\ = 3,756/3,971 = 0,946$$

$$(80): b_2 = 2(1 - 0,946) / (0,25 \cdot 0,975) = 0,444$$

$$(81): r_2^2 = (0,946)^2 \cdot 0,0977 + (0,444)^2 \cdot 0,25 \cdot 0,81 \\ + 0,946 \cdot 0,444 \cdot 0,0977 \cdot 0,25 \cdot 0,975 \\ = 0,0874 + 0,0400 + 0,0100 = 0,137$$

Denne sikkerhed svarer til den sikkerhed, der vil opnås ved at inkludere »2,4 døtre« med fuldstændige laktationer.

Ønskes et udtryk for, hvor stor vægt hver enkelt datters indeks er tillagt ved beregning af tyrens indeks, kan dette fås som følger:

I_{D_1} blev i første omgang multipliceret med $b_2 = 0,5$, i anden omgang blev $I_1 = 0,5 I_{D_1}$ multipliceret med 0,940 og i sidste omgang med 0,946. Alt i alt afvejes I_{D_1} derfor i tyrens indeks med faktoren $0,5 \cdot 0,940 \cdot 0,946 = 0,444$

I_{D_2} blev i første omgang multipliceret med 0,481 og i anden omgang med 0,946. Alt i alt er I_{D_2} derfor tillagt vægten $0,481 \cdot 0,946 = 0,455$

I_{D_3} blev kun tillagt værdi i sidste omgang og fik vægten 0,444

Heraf ses, at de *tre indekser* er tillagt stort set samme vægt, selv om de er baseret på laktationer af vidt forskellig længde. Forklaringen på dette er, at der allerede ved beregningen af *døtrenes* indekser blev taget hensyn til laktationernes længde. Et realistisk udtryk for den vægt, hver af de *tre laktationer* har bidraget med i tyrens indeks, kan fås ved at gange ovenstående udtryk med $r_{a_1} h^2$. Herved fås, at 1. laktation er tillagt værdien 0,0889, 2. laktation 0,114 og 3. laktation 0,1000. Sættes værdien af den fuldstændige laktation lig med 1,00, bliver værdien af første laktation 0,781 og værdien af tredje laktation 0,878, hvilket er mindre end de tilsvarende genetiske korrelationer.

Ved at anvende de her udviklede formler (79), (80), (81) og (86) viser det sig, at værdien af at inkludere en ny ufuldstændig laktation i en tyrs afprøvningsindeks ikke alene afhænger af den nye laktations længde og af sikkerheden på tyrens indeks, men tillige af, hvilke informationer – fuldstændige eller ufuldstændige laktationer – tyrens indeks er baseret på.

Dette er illustreret i *figurerne 11a, 11b og 11c*. Ved udarbejdelsen af disse figurer blev værdien af at inkludere en ny laktation i tyrens indeks målt som stigningen i indeksets sikkerhed i forhold til den stigning, som laktationen ville have frembragt, dersom den havde været fuldstændig. Dette forhold er i det følgende betegnet som den relative værdi af en ny laktation. I figur 11a er tyrens indeks udelukkende baseret på fuldstændige laktationer og den genetiske korrelation mellem laktationerne i indekset og de tilsvarende fuldstændige laktationer (r_a) er følgelig lig med 1,0.

I dette tilfælde ses af figuren, at den relative værdi af at inddrage en ny laktation i tyrens indeks er lig med kvadratet på den genetiske korrelation (r_a) mellem den nye datters aktuelle laktation og tilsvarende fuldstændige laktation. Dette gælder, uanset om tyrens indeks i forvejen er usikkert eller sikkert bestemt, og gælder altså også, selv om tyrens indeks er bestemt med en sikkerhed, der overstiger r_a^2 .

I figur 11b og 11c indgår der ufuldstændige laktationer i tyrens indeks.

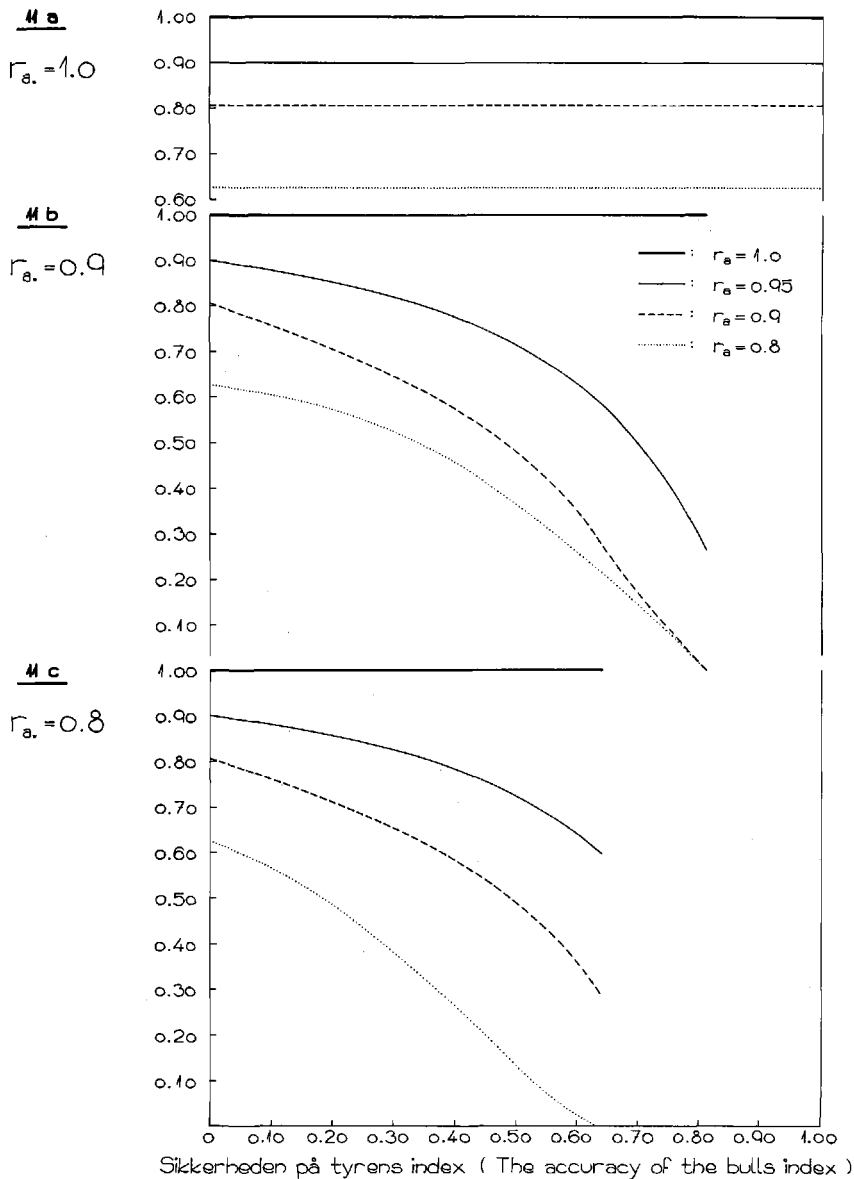
I dette tilfælde er den relative værdi af at medtage en ny datters laktation i tyrens indeks ikke alene bestemt af den nye laktations længde – altså af r_a – men i høj grad også af sikkerheden på tyrens indeks. Af figur 11b og 11c fremgår således, at den relative værdi af at medtage en ny ufuldstændig laktation falder med stigende sikkerhed på tyrens indeks, og hastigere jo lavere r_a er. Er r_a mindre end eller lig med r_a , vil den relative værdi af at medtage den nye laktation gå mod 0, når sikkerheden på tyrens indeks går mod r_a^2 . Med andre ord vil det have meget lille effekt at inddrage nye ufuldstændige laktationer i et indeks, der i forvejen er bestemt på grundlag af ufuldstændige laktationer i sammenligning med den effekt, det vil have at inddrage fuldstændige laktationer i indekset. De her udviklede formler vil i modsætning til de metoder, der hidtil er anvendt i praksis, f.eks. i »Modified Contemporary Comparisons« (Dickinson 1976) tage hensyn til dette forhold.

I ligningen (78) til beregning af en tyrs afprøvningsindeks på grundlag af såvel fuldstændige som ufuldstændige laktationer er der ikke taget hensyn til den beregnede avlsmæssige værdi af mødrene til tyrenes døtre. Som tidligere diskuteret kan det imidlertid være af stor betydning at inddrage disse køer i vurderingen af tyre. Indekslikningen bliver i givet fald:

$$I_2 = b_1 I. + b_2 I_D + b_3 I_M \quad (87)$$

Denne lignings forskel fra ligning (13) ligger kun i, at såvel $I.$ som I_D i (87) kan være baseret på ufuldstændige laktationer. Ifølge *appendiks 4.4.1* bliver vægtfaktorerne i denne ligning:

$$b_1 = \frac{4 - r_D^2 r_M^2 - r_D^2 a/r_a^2}{4 - r_D^2 r_M^2 - r_D^2 r^2 a^2/r_a^4} \quad (88)$$



Figur 11. Værdien af at inkludere en ufuldstændig laktation i en tyrs afprøvningsindeks i forhold til værdien af at inkludere en fuldstændig laktation

Figure 11. The value of including an incomplete lactation in a bull's test-index relative to that obtained using a complete lactation

$$b_2 = \frac{2(1-b_1)r_a^2}{r_D^2 a} \quad (89)$$

$$b_3 = \frac{(b_1 - 1)r_a^2}{a} \quad (90)$$

Sikkerheden på indekset er ligeledes udledt i *appendiks 4.5* og bliver:

$$r_2^2 = b_1^2 r^2 + b_2^2 r_D^2 + b_3^2 r_M^2 + b_1 b_2 r_D^2 r_1^2 a/r_a^2 + b_2 b_3 r_D^2 r_M^2 \quad (91)$$

For at kunne beregne de tre vægtfaktorer samt sikkerheden på indekset er det nødvendigt at kende følgende størrelser:

Sikkerheden på tyrens »gamle« afprøvningsindeks,
 på den nye datters afprøvningsindeks, samt
 på datterens moders kombinationsindeks.

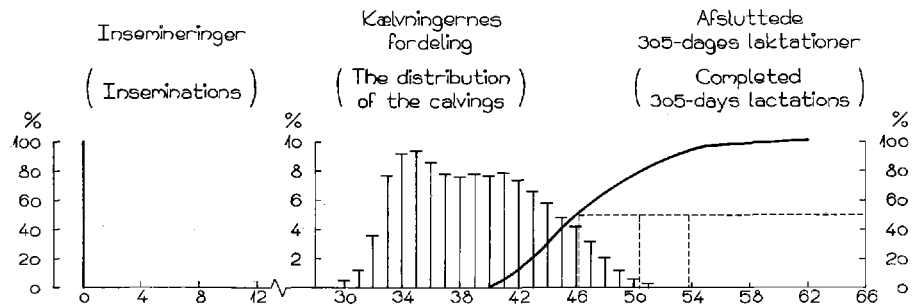
Disse parametre bør som tidligere anført være lagret sammen med de tilsvarende indekser. Derudover er det kun nødvendigt at kende antallet af mødre-døtrepar samt den genetiske korrelation mellem *den nye datters* aktuelle laktation og den tilsvarende fuldstændige laktation. Den sidstnævnte størrelse indgår både direkte i formlerne og skal endvidere anvendes sammen med antallet af døtre til beregning af størrelsen *a* ved hjælp af (86).

Vægtfaktorerne b_1 og b_2 er næsten uafhængige af, om *mødrene* til døtrene medtages eller ej, men ved at medtage mødrenes indekser vil der, som omtalt i *kapitel III*, blive korrigeret for den undertiden alvorlige fejlkilde, som skyldes, at der er avlsmæssig forskel mellem mødrene til de enkelte døtregrupper.

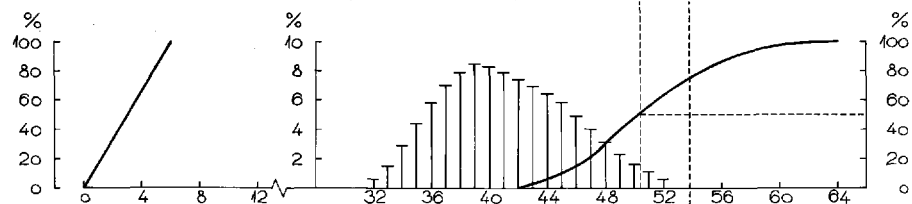
6.3.4 Simuleringsresultater vedrørende afkomsundersøgelsernes varighed

Det forhold, at der for alle racers vedkommende er stor spredning på kviernes alder ved første kælvning, medfører, at selv om en tyr kun anvendes til prøveinsemineringerne i en meget kort tidsperiode, vil der gå lang tid, fra de første kvier i en gruppe kælver, til de sidste kvier i gruppen har kælvet. Dette er illustreret i *figur 12a*, som er konstrueret på grundlag af resultater fra upublicerede beregninger af Madsen (1978). Den pågældende undersøgelse, der var baseret på 99.174 RDM-kiver, viste, at kviernes alder ved første kælvning har en to-toppet fordeling og er højreskæv. Hovedårsagen til, at fordelingen afviger signifikant fra en normal fordelingskurve, er utvivlsomt, at kvægbrugeren i høj grad selv har indflydelse på, hvornår kvierne kælver. Ved denne planlægning tages der hensyn til såvel kviernes alder ved kælvning som til kælvningsårstiden. Således er kurvens anden top sandsynligvis et resultat af, at mange kviekalve fra den store kælvningsbølge sidst på vinteren først tillades at kælte tidligt om efteråret, altså ved ca. 2½ års alderen. Kviekalve, som er født om

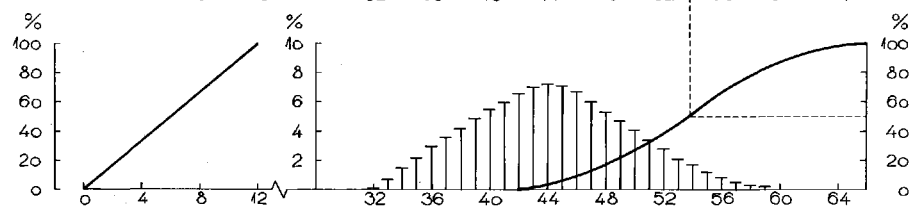
12 a



12 b



12 c



Tid, mdr.
(Time, months)

Figur 12. Skematisk fremstilling af, hvorledes fordelingen af kælvingerne hos en tyrs døtre afhænger af prøveinsemineringsperiodens længde
Figure 12. Diagramme indicating how the distribution of the calvings of a bull's daughters depends on the length of the period in which the inseminations are carried out

efteråret, tilstræbes det også at få til at kælte om efteråret eller først på vinteren to år senere, og disse kælvninger udgør den første og største top på fordelingen.

Den gennemsnitlige alder ved første kælvning blev *896 dage* med en spredning på *123 dage* svarende til henholdsvis 29,4 mdr. og 4,1 mdr. Ved udarbejdelsen af *figur 12a* er det antaget, at alle prøveinsemineringer finder sted på *én og samme dag*, således at kælvningerne for de kvier, der fremkommer på grundlag af disse insemineringer, fordeles sig som kælvningerne for første kalvs køer i almindelighed. Henvend 30 mdr. efter prøveinsemineringerne begynder kælvningerne, men som det ses af figuren, går der ca. 8 mdr., før halvdelen af kvierne har kælvnet, og først efter yderligere 8–10 mdrs. forløb har hovedparten af køerne kælvnet. Det ses endvidere, at når de sidste kvier kælder, har *over halvdelen* af køerne i afkomsgruppen allerede *afsluttet* første laktation. Såfremt prøveinsemineringerne fordeles jævnt over en *6 mdrs.* periode, vil der – som vist i *figur 12b* – ske en udjævning af kælvningerne, og det gennemsnitlige kælvningstidspunkt vil forskyde sig med *3 mdr.* Fordeler prøveinsemineringerne sig jævnt over et år, vil det gennemsnitlige kælvningstidspunkt forøges med yderligere 3 mdr. Som det fremgår af *figur 12c*, vil kælvningerne i det sidste tilfælde strække sig over *mere end 2 år*, og når de sidste køer kælder, har *over 80%* af de første køer i gruppen allerede afsluttet 1. laktation.

Ved at sammenligne de tre figurer ses, at hvis afprøvningsresultaterne ønskes offentliggjort, når 50% af køerne har afsluttet laktationen, vil tidspunktet for offentliggørelsen forskydes med mere end $\frac{1}{2}$ måned, for hver måned prøveinsemineringsperioden forlænges. Denne forskydning øges, hvis en større procentdel af køerne ønskes medtaget i afkomsundersøgelsesresultatet.

Det bør endvidere bemærkes, at der i bedste fald vil gå over 4 år fra prøveinsemineringernes påbegyndelse, til hovedparten af kvierne har afsluttet første laktation.

For at sammenligne »direkte opdatering« under anvendelse af såvel ufuldstændige som fuldstændige laktationer med en afkomsundersøgelse baseret alene på 130-dages laktationer (P-tal) og 305-dages laktationer (R-tal) blev der ved hjælp af simulering dannet en række afkomsgrupper. I første omgang valgtes en afkomsgruppestørrelse på 200 kvier, hvis kælvningstidspunkter blev fastlagt på grundlag af resultaterne fra de ovenfor refererede undersøgelser fra praksis. Desuden valgtes de samme alternative situationer, som illustreret i *figur 12*:

- A: Alle prøveinsemineringer foretages på *én og samme dag* (*figur 12a*)
- B: Prøveinsemineringerne fordeles jævnt *over 6 måneder* (*figur 12b*)
- C: Prøveinsemineringerne fordeles jævnt over en periode på *12 måneder* (*figur 12c*).

For at foretage en korrekt afkomsundersøgelse på grundlag af afkortede laktationer er det nødvendigt at kende den genetiske korrelation mellem ufuld-

stændige og fuldstændige laktationer. Af denne grund blev der beregnet en genetisk korrelation (r_a) for hver laktation, inden den blev inddraget i avlsværdiurderingen. Til dette formål blev der med udgangspunkt i de af Auran (1976b) anførte genetiske korrelationer mellem laktationer af forskellig længde konstrueret en simpel model til beregning af de enkelte laktationers genetiske korrelation med de tilsvarende fuldstændige laktationer. Den pågældende metode bevirkede, at laktationer på mindre end 50 dages varighed blev udeladt. For laktationer på mellem 50 og 90 dage steg r_a jævnt fra 0,8 til 0,9. For laktationer på mellem 91 og 200 dage steg r_a fra 0,9 til 0,96 og for laktationer på 201–305 dage steg r_a fra 0,96 til 1,00.

Så snart den første datter i en afkomsgruppe havde opnået en 50-dages laktation, påbegyndtes den pågældende tyrs afkomsundersøgelser, og disse blev derefter gentaget hver 15' dag, indtil tyrens sidste datter havde afsluttet sin 305-dages laktation. Der blev ikke taget hensyn til afgang blandt tyrenes døtre.

De vigtigste resultater er vist i *tabel 19*.

Det fremgår af denne tabel, at hvis kravet om sikkerhed på de første afkomsundersøgelsesresultater er ringe, f.eks. 0,6 eller derunder, vil P-tallet kunne offentliggøres 5–6 mdr. før R-tallet, medens resultatet fra direkte opdatering vil fremkomme 7–8 mdr. før R-tallet og altså *ca.* 2 mdr. før P-tallet. Som det ses, gælder dette, uanset om prøveinsemineringerne er foretaget over en kort eller længere tidsperiode.

Tabel 19. Antal måneder fra prøveinsemineringerne påbegyndes til afprøvningen har en given sikkerhed. P = P-tal, R = R-tal og D = direkte opdatering baseret på såvel ufuldstændige som fuldstændige laktationer

Table 19. Number of months elapsing from the outset of the testinseminations until the progeny test has a given accuracy. P = P-index, R = R-index** and D = direct updating based on both incomplete and complete lactations*

Sikkerhed Accuracy	Prøveinsemineringsperiode Period for the test-inseminations								
	En dag One day			Seks mdr. Six months			Et år One year		
	P	R	D	P	R	D	P	R	D
0.20	36	42	34	38	44	36	39	44	37
0.30	37	42	35	39	44	37	40	45	38
0.40	37	43	35	40	45	37	41	46	39
0.50	38	43	36	41	46	38	42	47	40
0.60	39	43	37	42	46	39	44	48	41
0.70	41	44	38	44	47	40	47	49	43
0.80	—	46	40	—	49	43	—	52	45
0.90	—	51	44	—	54	47	—	57	51

* Based on 130-days' lactations only

** Based on 305-days' lactations only

Kræves der stor sikkerhed (0,8–0,9), før afkomsundersøgelsesresultaterne offentliggøres, kan P-tallet ikke anvendes, fordi den genetiske korrelation mellem en 130- og 305-dages laktation kun er ca. 0,9. Derimod vil anvendelse af direkte opdatering også i dette tilfælde medføre, at resultatet fremkommer *mere end et halvt år tidligere* end et R-tal med samme sikkerhed.

Endelig fremgår det af tabellen, at hvis der kræves stor sikkerhed, vil resultaterne fra direkte opdatering i *bedste fald* kunne fremkomme $3\frac{1}{2}$ år og R-tallet 4 år efter prøveinsemineringernes begyndelse, og *dette tidspunkt vil forsinkes med ca. $\frac{1}{2}$ måned, for hver måned prøveinsemineringsperioden forlænges.*

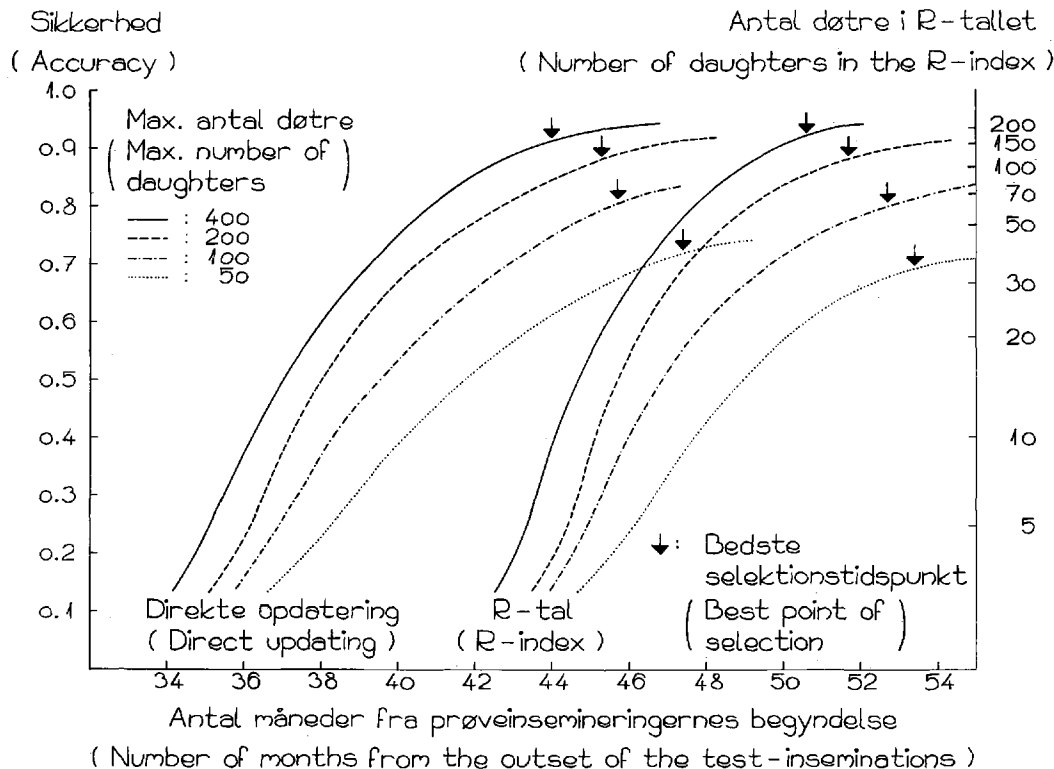
I de her omtalte undersøgelser blev der som anført ikke taget hensyn til, at afgangsprocenten blandt 1. kalvs køer er høj og varierer betydeligt fra tyr til tyr. Dette kan, som tidligere anført, bevirke, at R-tallet bliver behæftet med systematiske fejl, idet det oftest er de dårligste døtre, der udsættes, og da disse døtre ikke indgår i beregningerne, vil dårlige tyre overvurderes, og gode tyre undervurderes, når R-tallet beregnes. Hensyntagen til såvel ufuldstændige som fuldstændige laktationer ved anvendelse af direkte opdatering vil rette op på dette forhold, idet de afgåede døtre indgår i beregningerne på lige fod med de øvrige døtre, hvorved den omtalte systematiske fejlkilde elimineres. Dertil kommer, at for et givet antal insemineringer vil den maksimale sikkerhed ved afkomsundersøgelsen være højere ved anvendelse af direkte opdatering end ved anvendelse af R-tal, fordi der i første tilfælde tages hensyn til flere døtre, idet de afgåede køer medtages i beregningerne.

6.3.5 Det optimale selektionstidspunkt

I sagens natur vil sikkerheden ved en tyrs afprøvningsindeks fortsætte med at stige omend langsommere og langsommere, indtil den sidste datter har fuldført en 305-dages laktation. Der er især tre forhold, som er bestemmende for, hvor stor stigningstakten i sikkerheden bliver pr. tidsenhed. For det *første* har det betydning, om prøveinsemineringerne foretages over en kort eller en lang tidsperiode. Som det fremgår af *tabel 19*, vil stigningstakten i sikkerheden naturligvis falde, hvis prøveinsemineringerne strækkes over en længere tidsperiode.

For det *andet* har det stor betydning, hvor mange prøveinsemineringer der foretages. Jo flere prøveinsemineringer tyren anvendes til, desto større bliver afkomsgrupperne, og desto hurtigere kan der opnås en given sikkerhed. Dette fremgår tydeligt af *figur 13*, som viser stigningen i sikkerheden ved henholdsvis 50, 100, 200 og 400 døtre pr. afkomsgruppe, når prøveinsemineringerne er fordelt jævnt over seks måneder.

Det *tredie* forhold af betydning for stigningstakten er, hvilken tidsperiode under tyrens afprøvning der betragtes. Som det fremgår af *figur 13*, er stigningen meget moderat ved slutningen af undersøgelsen. Ved at vente længe med selektionen opnås naturligvis maksimal sikkerhed i afkomsundersøgelsen, men



Figur 13. Det optimale seleksionstidspunkt, når prøveinsemineringerne er jævnt fordelt over en 6 mdrs. periode

Figure 13. The optimum point of selection if the test-inseminations are evenly distributed within a period of 6 months

samtidig øges tyrenes alder og dermed generationsintervallets længde. Maksimal sikkerhed er derfor *ikke* nødvendigvis ensbetydende med maksimal avlsmæssig fremgang. En nedgang i sikkerheden kan muligvis opvejes af et kortere generationsinterval. At afgøre hvornår selektionen – andre forhold lige – med størst fordel kan finde sted er ensbetydende med at finde det tidspunkt, hvor den positive effekt af en stigning i sikkerheden ikke længere kan opveje den negative effekt af den deraf følgende stigning i generationsintervallets længde. Den første betingelse for at få fastlagt dette tidspunkt er at få et udtryk for, hvor stor stigning i sikkerheden ved tyrenes afprøvningsindeks, der skal til for at kompensere for en given stigning i tyrenes generationsinterval.

Under visse forudsætninger kan der fås et sådant udtryk ved hjælp af den tidligere anførte formel for genetisk fremgang (39) samt de i *tabel 8* anførte tal for den avlsmæssige overlegenhed og generationsintervallets længde for de forskellige kategorier af avlsdyr.

Antag eksempelvis, at vi ønsker et udtryk for, hvor stor stigning i sikkerheden ved tyrefædrenes afprøvningsindeks der skal til for at kompensere for en given stigning i tyrefædrenes generationsinterval, og at de i *tabel 8* anførte tal fra modelstudiet af Petersen et al. (1973) er gældende. Vi kan da indsætte disse størrelser i ligning (39) og får:

$$\Delta G = \frac{1,9 + 0,5 \cdot 25 + 22 + I_{TF}}{4,5 + 0,5 \cdot 3 + 0,5 \cdot 2 + L_{TF}}$$

Løses denne ligning med hensyn til I_{TF} fås:

$$I_{TF} = 15 \Delta G - 36,4 + L_{TF} \Delta G$$

men $I_{TF} = r_{IA} i \sigma_A$

hvor i = selektionsintensiteten for tyrefædre

r_{IA} = kvadratroden af sikkerheden ved tyrefædrenes afprøvning.

Indsættes dette udtryk i ligningen, kan denne omskrives til:

$$r_{IA} = \frac{15 \Delta G - 36,4}{i \sigma_A} + \frac{\Delta G}{i \sigma_A} L_{TF}$$

Idet selektionsintensiteten og den avlsmæssige fremgang ønskes holdt konstant, bliver første led i denne ligning en konstant. Deraf følger, at en ændring af L_{TF} med én enhed medfører, at r_{IA} må ændres med $\Delta G/(i \sigma_A)$ i samme retning.

I det her anvendte eksempel fra modelstudiet var $(i\sigma_A) = 36$ og $\Delta G = 3,2$. Følgelig fås, at en stigning i L_{TF} på et år kan forsvares, såfremt r_{IA} samtidig stiger med $3,2/36 = 0,089$ enheder. Det tilsvarende resultat for brugstyrenes vedkommende blev 0,12. Ved i stedet for at anvende de værdier for alvstyrenes generationsintervaller og avlsmæssige overlegenhed, der er fundet i praksis (jvf. tabel 8), fås resultater af samme størrelsesorden.

Såfremt man anvender sikkerheden r_{IA}^2 i stedet for r_{IA} og måler generationsintervallet i måneder, fås med stor tilnærmelse, at en ændring af tyrenes afprøvningsperiode og dermed generationsinterval med én måned har samme effekt som en ændring af sikkerheden r_{IA}^2 med 0,013 for tyrefældenes vedkommende og 0,018 for brugstyrene. Med andre ord kan selektionen med fordel udskydes, indtil der ikke længere kan forventes en stigning i sikkerheden på henholdsvis 0,013 og 0,108 pr. måned for de to kategorier af avlsdyr.

I figur 13 er sikkerheden ved brugstyrenes afkomsundersøgelsesresultater anført som en funktion af tiden. Det optimale selektionstidspunkt er fastlagt som det punkt på kurven, i hvilket en ret linie med en stigning på 0,018 tangerer kurverne. Som det ses, afhænger det optimale selektionstidspunkt af, hvor mange prøveinsemineringer tyrene anvendes til, og om de ufuldstændige laktationer medtages eller ej.

Af figuren fremgår, at der kræves en relativ høj sikkerhed, inden det optimale selektionstidspunkt nås. Ved anvendelse af direkte opdatering indtræffer det optimale selektionstidspunkt således først, når der er opnået en sikkerhed svarende til ca. 93% af den maksimale sikkerhed, d.v.s. den sikkerhed, der opnås ved at vente, til alle døtre har afsluttet en 305-dages laktation. Dette gælder uanset, hvor mange prøveinsemineringer tyrene anvendes til. Den tilsvarende procentdel ved anvendelse af R-tal var af samme størrelse, når det maksimale antal døtre er stort, men en smule lavere ved de mindre afkomsgruppestørrelser. Ikke desto mindre vil der ved anvendelse af R-tal være en stor procentdel af kvierne, der kælder så sent, at der ikke fra et avlsmæssigt synspunkt er grundlag for at udsætte selektionen, til disse kvier har afsluttet første laktation.

Af figur 13 ses således, at for de store afkomsgruppers vedkommende har mindre end 50% af kvierne afsluttet første laktation på det optimale selektionstidspunkt, når R-tallet lægges til grund for selektionen. Ved mindre afkomsgruppestørrelser er det en fordel at vente med selektionen, til en større procentdel af kvierne kan medtages. Såvel i praksis som ved modelstudier vedrørende den optimale udformning af avlsplaner må der naturligvis tages hensyn til, at det som følge af stigende generationsinterval ikke er forsvarligt at vente med selektionen, til alle døtrene har afsluttet første laktation. Der må således regnes med, at den »effektive« afkomsgruppestørrelse er langt mindre end det tal, der fremkommer ved at dividere antallet af døtre efter ungtyre med antallet af ungtyre.

Af figur 13 fremgår endvidere, at det optimale selektionstidspunkt fremkommer 6–7 *mdr.* tidligere ved anvendelse af direkte opdatering end ved anvendelse af R-tal, og at sikkerheden ved afprøvningen på dette tidspunkt er ens for de to metoder ved store gruppestørrelser, men størst ved anvendelse af direkte opdatering, når grupperne er små.

Ved en given længde af prøveinsemineringsperioden vil stærk brug af ungtyre således medføre:

at det optimale selektionstidspunkt fremskyndes,

at sikkerheden ved afprøvningen på dette tidspunkt stiger, og

at en stigende procentdel af kvierne kælver for sent til at blive inkuderet i afkomsundersøgelsen.

Sluttelig skal anføres, at det optimale selektionstidspunkt gennemgående falder 1–2 *mdr.* senere for tyrefædrene end for brugstyrene.

6.4 Sammen drag

I dette kapitel er diskuteret, hvorledes ufuldstændige laktationer kan inddrages i avlsværdivurderingen samt de muligheder og begrænsninger, der knytter sig til anvendelse af ufuldstændige laktationer. I den sidste del af kapitlet er endvidere gjort rede for, hvorledes det optimale selektionstidspunkt kan fastlægges.

Følgende vigtige forhold skal fremhæves:

1. Heritabiliteten for ufuldstændige laktationer er ifølge litteraturen af samme størrelse som heritabiliteten for fuldstændige laktationer.
2. Den genetiske korrelation (r_a) mellem ufuldstændige og fuldstændige laktationer stiger fra 0,80 til 1,00, når længden af den ufuldstændige laktation stiger fra 30 til 305 dage.
3. Ved anvendelse af ufuldstændige laktationer til avlsværdivurdering er det unødvendigt at forlænge de ufuldstændige laktationer. Derimod er det afgørende, at der tages hensyn til den genetiske korrelation (r_a).
4. I afsnit 6.3.1 er diskuteret, hvorledes der ved hjælp af direkte opdatering kan tages hensyn til såvel ufuldstændige som fuldstændige laktationer ved avlsværdivurdering af køer, og de dertil nødvendige formler er anført.
5. Sikkerheden ved en avlsværdivurdering baseret *alene* på ufuldstændige laktationer er direkte proportional med r_a^2 . Ved afprøvning af tyre på grundlag af ufuldstændige laktationer er r_a^2 den øvre grænse for den sikkerhed, der kan opnås. Det er således især de første ufuldstændige laktationer, der har værdi. En avlsværdivurdering baseret på 25 *døtre* med 130 dages laktationer (P-tal) vil således have samme sikkerhed som en vurdering baseret på 15 *døtre* med fuldstændige laktationer (R-tal). Er P-tallet baseret på 200 *døtre*, skal der være 45 *døtre* i R-tallet for at opnå samme sikkerhed.
6. I afsnit 6.3.3 er diskuteret, hvorledes tyrenes afprøvningsindeks kan baseres på en blanding af ufuldstændige og fuldstændige laktationer og den

fremgangsmåde og de formler, der skal anvendes i denne sammenhæng, er anført og illustreret ved hjælp af et numerisk eksempel. På grundlag af de pågældende formler blev værdien af at medtage en ufuldstændig laktation i en tyrs afprøvningsindeks vurderet under en række alternative situationer. De vigtigste resultater er illustreret ved hjælp af *figur 11*.

7. I *figur 12* er vist, hvorledes fordelingen af kælvningerne hos en tyrs døtregruppe er afhængig af spredningen i alderen ved første kælvning og af prøveinsemineringernes varighed, som i forening bevirker, at kælvningerne let kommer til at strække sig over to år, og at der går mindst 4 år, fra prøveinsemineringerne påbegyndes, og til hovedparten af kvierne har afsluttet en 305 dages laktation.
8. En sammenligning af avlsværdivurdering af tyre ved hjælp af direkte opdatering under hensyntagen til såvel ufuldstændige som fuldstændige laktationer og avlsværdivurdering foretaget alene på 130-dages og 305-dages laktationer (P- og R-tal) viste, at den førstnævnte metode er de to andre metoder overlegen.
Hvis prøveinsemineringerne eksempelvis resulterer i 200 første kalvs køer i alt, vil der ved hjælp af direkte opdatering kunne opnås en given sikkerhed *ca. 2 mdr. tidligere* end ved anvendelse af P-tallet og *6–8 mdr. tidligere* end ved anvendelse af R-tallet.
9. For et givet antal prøveinsemineringer vil direkte opdatering ikke alene kunne fremskynde det tidspunkt, hvor de foreløbige resultater kan offentliggøres, men da metoden også tager hensyn til de kvier, der afgår, inden laktationen er afsluttet, vil også den maksimale sikkerhed, der kan opnås, overstige den maksimale sikkerhed ved anvendelse af R-tal.
Samtidig sikres, at afgående døtre indgår på lige fod med andre døtre, hvorved det undgås, at dårlige tyre overvurderes som følge af stor afgang af dårlige døtre.
10. Det optimale selektionstidspunkt for brugstyre fandtes at være det tidspunkt, hvor der ikke længere kan forventes, at sikkerheden på tyrens indeks stiger med 0,018 enheder ved at udsætte selektionen én måned. Det tilsvarende tal for tyrefædre blev 0,013.
11. Såfremt prøveinsemineringerne fordeles over 6 mdr., vil det optimale selektionstidspunkt indtræffe, når sikkerheden på tyrenes afprøvningsresultater er nået op på 90–95% af den sikkerhed, der fås ved at vente, til alle kvier har afsluttet første laktation.
12. Ved en given længde af prøveinsemineringsperioden vil en stigning i brugen af ungtyre med henblik på at få store døtregrupper medføre, at det optimale selektionstidspunkt fremskyndes, at afprøvningens sikkerhed på dette tidspunkt stiger, og at en stigende procentdel af kvierne kælder for sent til at blive inkluderet i afkomsundersøgelsen.

KAPITEL VII

7 Særskilt afvejning af hver laktation

I de foregående kapitler (III, IV, V og VI) er det forudsat, at den genetiske korrelation mellem de enkelte laktationer er lig med 1,0, og at alle laktationer – efter korrigering for laktationsnummer m.v. – har samme fænotypiske og genetiske varians og dermed samme heritabilitet.

Som omtalt i *kapitel I og II* er disse forudsætninger ikke holdbare. Heritabiliteten for første laktation er tilsyneladende *højere* end heritabiliteten for anden og senere laktationer, uanset hvilken race der er tale om. Majjala og Hannas (1974) litteraturstudium viste således, at heritabiliteten for smørfedt i gennemsnit af flere store undersøgelser er henholdsvis 0,25 for første, 0,16 for anden og 0,17 for tredje og senere laktationer. Ifølge blandt andre Barker og Robertson (1966) og Butcher og Freeman (1968) er den lavere heritabilitet for anden og senere laktationer først og fremmest et udtryk for, at disse laktationer i højere grad end første laktation er påvirket af miljømæssige faktorer, idet den *genetiske varians* synes at være af samme størrelse for alle laktationer.

Der er endvidrer i en lang række undersøgelser (Freeman 1960, Van Vleck og Henderson 1963, Barker og Robertson 1966, Bar-Anan 1975, Vogt-Rohlf og Ledere 1977) fundet, at den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer er mindre end 1,0, og at de fænotypiske korrelationer mellem laktationerne varierer, afhængig af hvilke laktationsnumre der er tale om.

For at sikre den bedst mulige avlsværdivurdering er det nødvendigt at tage hensyn til disse forhold. Syrstad (1969) anvendte fænotypiske og genetiske parametre fra litteraturen til at konstruere selektionsindekser for køer. På basis af de fundne resultater konkluderer han, at der skal lægges to til tre gange så stor vægt på første som på hver af de følgende laktationer. Tilsvarende resultater blev fundet af Barker og Robertson (1966). Den lavere heritabilitet for anden og senere laktationer vil især spille en rolle ved vurdering af køer med flere laktationer, medens den genetiske korrelations afvigelse fra 1,0 har betydning, både når køerne og tyrene vurderes. Det sidstnævnte er senest påpeget af Wickham og Henderson (1976), der udtrykker undren over, at den genetiske korrelations afvigelse fra 1,0 har været ofret så lidt opmærksomhed ved avlsværdivurderingen af tyre. I det følgende er disse problemer diskuteret nærmere.

7.1 Vægtfaktorerne i avlsmålet

Dette, at den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer er forskellig fra 1,0, er i sigens natur ensbetydende med, at det fra et genetisk

synspunkt er nødvendigt at betragte ydelsen i første laktation som én egenskab, og ydelsen i senere laktationer som en anden. Konsekvensen heraf er blandt andet, at smørfedtydelsen i en 305 dages laktation ikke kan betragtes som et éntydigt avlsmål, idet det ikke er nøjagtigt samme arveanlæg, der ligger til grund for en given kos produktion i første laktation og samme kos produktion i senere laktationer. Dette forhold er der taget hensyn til i den tidligere anførte formel (1):

$$A = v_1 A_1 + v_2 A_2$$

I det følgende skal derfor diskuteres, hvorledes et sådant udvidet avlsmål påvirker avlsværdiurderingen. Forholdet mellem de to vægtfaktorer (v_1 og v_2) i denne formel angiver, hvor stor vægt der skal tillægges køernes sande avlsværdi for ydelse i første laktation (A_1) i forhold til den sande avlsværdi for ydelsen i de senere laktationer (A_2). Variansen på avlsmålet er dels afhængig af variansen på A_1 og A_2 og dels af kovariansen mellem A_1 og A_2 . Endelig afhænger variansen på A i høj grad af størrelsen af de vægtfaktorer, der vælges.

Fra et teoretisk synspunkt er det uden betydning for avlsværdiurderingen, hvilken værdi vægtfaktorerne gives, blot de har det ønskede indbyrdes forhold. Vælges eksempelvis som foreslået i kapitel II at lægge lige så stor vægt på ydelsesanlæggene i første laktation som på ydelsesanlæggene i de senere laktationer, altså at sætte $v_1 = v_2$, er det uden betydning for avlstøyrenes rangering, om $v_1 = v_2$ gives værdien $\frac{1}{2}$, 1, 100 eller et hvilket som helst andet tal. Men variansen på avlsmålet og dermed spredningen på de beregnede avlsværdital vil i høj grad påvirkes af vægtfaktorenes størrelse. Jo højere vægtfaktorer, desto større spredning. Dette ses tydeligt af følgende udtryk for variansen på avlsmålet:

$$\Delta G \quad \sigma_A^2 = v_1^2 \sigma_{A_1}^2 + v_2^2 \sigma_{A_2}^2 + 2 v_1 v_2 r_a \sigma_{A_1} \sigma_{A_2} \quad (92)$$

hvor r_a = den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer.

Som anført ovenfor er der i flere undersøgelser fundet, at den genetiske varians er af samme størrelse for alle laktationer. I det følgende forudsættes denne antagelse at have gyldighed. Kaldes den genetiske varians på en vilkårlig laktation for $\sigma_{A_1}^2$ fås derfor:

$$\sigma_{A_1}^2 = \sigma_{A_1}^2 = \sigma_{A_2}^2 \quad (93)$$

Udtrykket (92) for variansen på avlsmålet kan derfor reduceres til:

$$\sigma_A^2 = \sigma_{A_1}^2 (v_1^2 + v_2^2 + 2 r_a v_1 v_2) \quad (94)$$

Ved at vælge vægtfaktorerne således, at udtrykket i parentesen på højresiden i denne ligning bliver lig med 1,0, opnås, at variansen på avlsmålet bliver identisk med den genetiske varians for hver enkelt laktation. Fordelen ved dette ligger blandt andet i, at *alle beregnede indekser derved kan betragtes som værende udtryk for avlsmæssig overlegenhed udtrykt i kg smørfedt på laktationsbasis.*

Kaldes forholdet mellem v_1 og v_2 – altså mellem den vægt, der skal tillægges den sande avlsværdi for første laktation og den vægt, der skal tillægges avlsværdien for senere laktationer – for X , kan de to vægtfaktorer findes ved at løse ligningerne:

$$v_1^2 + v_2^2 + 2 r_a v_1 v_2 = 1$$

$$X = v_1/v_2$$

Herved fås:

$$v_1 = X v_2 \quad (95)$$

$$\text{og } v_2 = \sqrt{\frac{1}{X^2 + 2 r_a X + 1}} \quad (96)$$

En anvendelse af disse formler vil medføre, at summen af de to vægtfaktorer altid er større end eller lig med 1,0 og mindre end eller lig med $2\sqrt{1/2} = 1,41$. Det sidste fås, når $r_a = 0$ og $X = 1,0$. Generelt gælder, at $v_1 + v_2$ går mod 1,0, når r_a går mod 1,0. For $r_a = 1,0$ gælder, at v_1 og v_2 er størst, når $X = 1$, og at $v_1 + v_2$ går mod 1,0, når X bevæger sig væk fra 1,0 og enten går mod 0 eller mod uendelig. I det realistiske område $r_a \geq 0,8$ vil $v_1 + v_2$ kun variere mellem 1,0 og 1,05.

Såfremt der som her foreslået lægges lige så stor vægt på første som på senere laktationer ($X = 1,0$), og der endvidere regnes med en genetisk korrelation (r_a) på 0,85, fås:

$$v_1 = v_2 = 0,52 \quad (97)$$

7.2 Afvejning af første laktation

Hovedparten af de i foregående kapitler anførte formler til brug ved avlsværdiurderingen forudsætter som anført, at den genetiske korrelation (r_a) mellem de enkelte laktationer indbyrdes og mellem de enkelte laktationer og avlsmålet er lig med 1,0. Da denne forudsætning ikke er til stede, er det af afgørende betydning at få klarlagt, hvorledes anvendelsen af et mere realistisk avlsmål påvirker avlsværdiurderingen. Tyrenes afprøvningsindekser er jo som regel udelukkende baseret på døtrenes første laktation. Kørnens afprøvningsindek-

ser er ligeledes baseret på første laktation enten alene eller i kombination med flere laktationer. Af denne grund skal først diskuteres, hvorledes det ændrede avlsmål påvirker et afprøvningsindeks beregnet på grundlag af første laktation alene.

7.2.1 Koens afprøvningsindeks

Idet der kun er tale om *første laktation*, kan indekset beregnes som:

$$I_2 = b_1 P_1 \quad (98)$$

Men da avlsmålet jo er ændret til $A = v_1 A_1 + v_2 A_2$, er b_1 ikke længere lig med h^2 , men kan som vist i *appendiks 5.1* skrives som:

$$b_1 = h^2 k_1 \quad (99)$$

$$\text{hvor } k_1 = v_1 + r_a v_2 \quad (100)$$

k_1 , er altså en konstant, som er bestemt af de valgte vægtfaktorer og af den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer.

Sikkerheden på indekset bliver:

$$r_2^2 = h^2 k_1^2 \quad (101)$$

7.2.2 Tyrens afprøvningsindeks

Det ændrede avlsmål vil naturligvis også påvirke tyrenes afprøvningsindeks, men de tidligere anførte formler (13) og (87) til beregning af dette indeks:

$$I_2 = b_1 I. + b_2 I_D + b_3 I_M \quad (102)$$

hvor $I.$ = tyrens gamle afprøvningsindeks

I_D = den nye datters afprøvningsindeks

I_M = den nye datters moders kombinationsindeks

kan fortsat anvendes.

Ifølge udledningerne i *appendiks 5.2* bliver b -værdierne i (102) *identiske med de tilsvarende b -værdier beregnet under de tidligere anvendte forudsætninger, og de er således upåvirkede af det ændrede avlsmål*. Forklaringen på dette er, at der allerede ved beregningen af I_D og I_M og dermed også ved beregningen af $I.$ både er taget hensyn til, hvilket avlsmål der er gældende og til den anvendte genetiske korrelation mellem første og senere laktationer.

Derimod vil indeksets størrelse, dets spredning og sikkerhed påvirkes af de nye forudsætninger, men som vist i *appendiks 5.2* kan effekten af denne påvirkning udtrykkes ved simple relationer. Således gælder, at:

$$b_1 = b'_1$$

$$I_2 = k_1 I'_2$$

$$r_2^2 = k_1^2 r_2'^2$$

hvor mærkerne (') viser, at det drejer sig om størrelser beregnet under de tidligere anvendte forudsætninger ($r_a = 1$).

Dette medfører, at uanset hvilket ydelsesmæssigt avlsmål der vælges, vil en avlsværdivurdering på grundlag af ydelsen i første laktation kunne foretages ved hjælp af de i foregående kapitler anførte formler, blot de beregnede indekser multipliceres med k_1 og sikkerheden på disse multipliceres med k_1^2 .

I *tabel 20* er vist, hvorledes k_1^2 dels afhænger af, hvor stor vægt der vælges at tillægge første laktation i forhold til de senere laktationer og af den genetiske korrelation (r_a) mellem første og senere laktationer. Som det fremgår af tabellen, er $k_1^2 = 1,0$ både når den genetiske korrelation mellem laktationerne er lig med 1,0, og når der lægges meget stor vægt på første laktation. Det ses endvidere, at k_1^2 går mod r_a^2 , når den vægt, der tillægges første laktation i forhold til senere laktationer, går mod 0. Såfremt den genetiske korrelation (r_a) er af størrelsesordenen 0,85, som fundet i de allerede citerede undersøgelser, og man endvidere vælger at tillægge første og senere laktationer samme vægt i avlsmålet, ses af *tabel 20*, at $k_1^2 = 0,93$. Dette betyder, at de tidligere anførte formler for beregning af sikkerheden på en kos eller en tyrs afprøvningsindeks må ganges med 0,93 for at få det rigtige resultat, forudsat at indekserne er baseret på de første laktationer alene. Samtidig må selve afprøvningsindekserne multipliceres med $k_1^2 = 0,96$. Denne ændring af avlsmålet vil altså ikke få særlig stor betydning for avlsværdivurderingen. *Tyrenes indbyrdes rangering vil naturligvis ikke påvirkes, men ved afstammingsvurdering, og dermed også ved en kombineret vurdering, vil det ændrede avlsmål medføre, at fædrenes indekser vil få mindre vægt i forhold til mødrenes indekser, der jo oftest er baseret på mere end én laktation. Effekten vil dog med det her anførte avlsmål være forholdsvis ringe. Hvis der derimod, som foreslået af Barker og Robertson (1966), vælges at tillægge senere laktationer tre gange så stor vægt som første, og der endvidere regnes med en genetisk korrelation på kun 0,80, bliver k_1^2 som vist i *tabel 20* lig med 0,78.*

Med andre ord vil sikkerheden på et afprøvningsindeks baseret på første laktation(er) i så fald være 22% lavere end den sikkerhed, en anvendelse af de gængse formler vil resultere i.

Tabel 20. Forholdet $k^2 = (v_1 + r_a v_2)^2 = r_2'^2 / r_2^2$, hvor $r_2'^2 =$ sikkerheden ved avlsværdiurdering på grundlag af første laktation(er), når avlsmålet omfatter både første og senere laktationer og $r_2^2 =$ den tilsvarende sikkerhed, når avlsmålet er første laktation alene. $v_1 =$ vægten på første og $v_2 =$ vægten på senere laktationer i avlsmålet

Table 20. The ratio $k^2 = (v_1 + r_a v_2)^2 = r_2'^2 / r_2^2$, where $r_2'^2 =$ accuracy of an estimated breeding value based on first lactation given that the aggregate genotype includes both first and subsequent lactations and $r_2^2 =$ the corresponding accuracy in case when the aggregate genotype is the true breeding value of first lactation. v_1 and v_2 are the weighting factors for first and subsequent lactations in the aggregate genotype, respectively

Vægtforholdet The weight ratio $x = v_1/v_2$	Den genetiske korrelation (r_a)* The genetic correlation (r_a)*				
	0.80	0.85	0.90	0.95	1.00
∞	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
10	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
5	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00
4	0.98	0.99	0.99	1.00	1.00
3	0.98	0.98	0.99	0.99	1.00
2	0.96	0.97	0.98	0.99	1.00
1	0.90	0.93	0.95	0.98	1.00
0.5	0.82	0.87	0.91	0.96	1.00
0.33	0.78	0.83	0.89	0.94	1.00
0.25	0.75	0.81	0.87	0.94	1.00
0.20	0.74	0.80	0.86	0.93	1.00
0.10	0.69	0.76	0.84	0.92	1.00
0	0.64	0.72	0.81	0.90	1.00

* $r_a =$ den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer

* $r_a =$ the genetic correlation between first and subsequent lactations

Under disse forhold, altså med så stærk vægt på senere laktationer i avlsmålet, må det overvejes at inkludere anden og eventuelt senere laktationer i tyrenes afprøvningsindeks. Effekten af dette synes dog selv under disse betingelser at være beskednen, fordi det medfører en forlængelse af generationsintervallet. Dertil kommer, at mange af de dårligste døtre udsættes i løbet af første laktation. Da det således ikke er et tilfældigt udpluk, der får chancen for at påbegynde anden laktation, vil anvendelse af anden laktation bringe et nyt usikkerhedsmoment ind i avlsværdiurderingen. I en stor undersøgelse af Vogt-Rohlf og Ledere (1976) fandtes således, at selektion for ydelse først og fremmest sker i første laktation, og at det især er de dårligste tyres døtre, der udsættes. Ligeledes fandtes, at der var betydelig forskel fra afkomsggruppe til afkomsggruppe med hensyn til, hvor stor en procentdel af køerne der opnåede at afslutte anden laktation (51%–86%). Lignende resultater er fundet af Elleby (1975). Ved en eventuel anvendelse af døtrenes anden laktation ved avlsværdiurdering må der derfor nødvendigvis tages hensyn til disse forhold.

7.3 Afvejning af flere laktationer

Den klassiske formel til avlsværdivurdering af køer på grundlag af *flere* laktationer kan skrives:

$$I = \frac{n h^2}{1 + (n-1)r} \bar{P} \quad (103)$$

hvor $\bar{P}$ = et simpelt gennemsnit af ydelsesafvigelse for koens n laktationer.

Denne lignings gyldighed forudsætter, at alle laktationer har samme fænotypiske og genetiske varians og dermed også samme heritabilitet, at den fænotypiske korrelation mellem to vilkårlige laktationer er lig med gentagelseskoefficienten (r), at den genetiske korrelation mellem to vilkårlige laktationer har værdien 1,0, og at avlsmålet er den additive genetiske værdi af en vilkårlig laktation. Disse forudsætninger er som omtalt ikke holdbare i praksis. Som tidligere anført er der indicier på, at heritabiliteten for første laktation er større end heritabiliteten for senere laktationer, og at denne forskel først og fremmest skyldes en lavere fænotypisk varians for første end for senere laktationer. Ligeledes er den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer mindre end 1,0. Også den fænotypiske korrelation mellem laktationerne afhænger i nogen grad af, hvilke laktationer der er tale om, og især afstanden mellem laktationerne synes at have betydning i denne sammenhæng (jævnfør Majjala og Hanna 1974).

Ved avlsværdivurderingen af køer på grundlag af flere laktationer er det især forskellen mellem den fænotypiske varians – og dermed i heritabiliteten for de enkelte laktationer – samt den genetiske korrelations afvigelse fra 1,0, der har betydning. I det følgende diskuteres, hvorledes avlsværdivurderingen påvirkes af disse forhold.

7.3.1 Effekten af forskellig heritabilitet og gentagelseskoefficient

Som anført er det i de foregående kapitler forudsat, at den genetiske korrelation mellem de enkelte laktationer er lig med 1,0, og at den genetiske varians er af samme størrelse for de enkelte laktationer. *Fastholdes* disse forudsætninger, giver det ydelsesmæssige avlsmål sig selv, idet alle laktationer i så fald har nøjagtig samme genetiske baggrund.

Forudsættes endvidere, at den fænotypiske varians for første laktation er *mindre* end den fænotypiske varians for senere laktationer, vil heritabiliteten for første laktation (h_1^2) naturligvis være større end heritabiliteten for senere laktationer (h_2^2). Dette medfører, at de tidligere anførte formler til avlsværdivurdering af køer på grundlag af flere laktationer må revideres.

Ved anvendelse af direkte opdatering vil beregningen af køernes afprøv-

ningsindekser fortsat kunne ske ved hjælp af følgende ligning (104), men formelne til beregning af b-værdierne og sikkerheden på indekset påvirkes af de nye forudsætninger. Indeks-ligningen skrives som tidligere:

$$I_2 = b_1 I_1 + b_2 P_1 \quad (104)$$

hvor P_1 = koens ydelsesafvigelse i den i'ende laktation.

Såfremt der er tale om koens første laktation, er I_1 ikke defineret og sættes lig med 0. I dette tilfælde er $P_1 = P_1$ = koens første laktation og $h_1^2 = h_1^2$.

I *appendiks 5.3* er vist, hvorledes såvel b-værdierne i (104) som sikkerheden på indekset kan udtrykkes ved hjælp af heritabiliteten på første laktation (h_1^2), heritabiliteten på den nye laktation (h_2^2), gentagelseskoefficienten (r) og sikkerheden (r^2) på det gamle indeks. Således fås:

$$b_1 = \frac{h_1^4 - r^2 h_1^2 h_2^2}{h_1^4 - r^2 h_1^2 h_2^2} \quad (105)$$

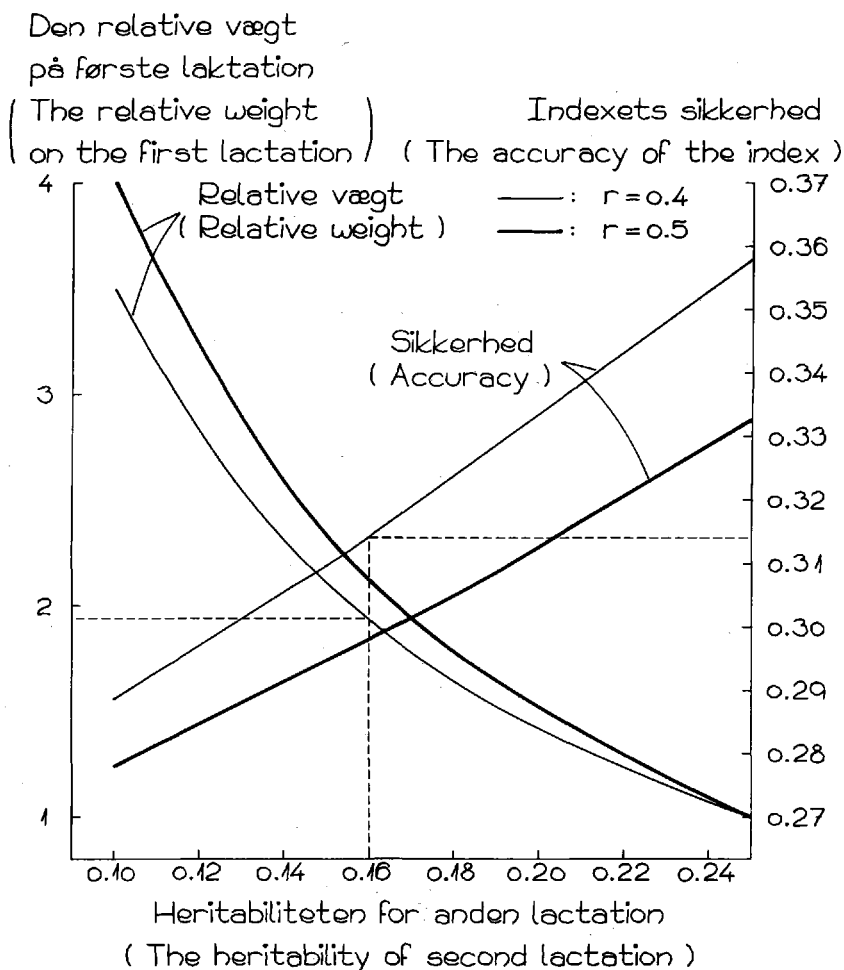
$$b_2 = (1 - b_1) h_2^2 / r \quad (106)$$

$$r_2^2 = r^2 b_1 + b_2 \quad (107)$$

Disse formler er udledt under forudsætning af, at kovariansen mellem to vilkårlige laktationer er lig med $r \sigma_{P_1}^2$, hvor r er gentagelseskoefficienten og $\sigma_{P_1}^2$ er den fænotypiske varians for første laktation. Denne forudsætning er næppe opfyldt i praksis, idet kovariansen mellem to laktationer, som tidligere anført, har tendens til at falde med stigende afstand mellem de pågældende laktationer. Imidlertid skal der ret store afvigelser til for at påvirke resultaterne væsentligt, og fra et praktisk synspunkt vil gevinsten ved at anvende de aktuelle (fejlbæftede) kovarianser for hver kombination af laktationer være yderst ringe, hvorimod beregningerne vil kompliceres.

I *figur 14* er vist, hvorledes forholdet mellem den vægt, der skal tillægges første laktation, og den tilsvarende vægt på anden laktation, dels afhænger af forholdet mellem heritabiliteten for de to laktationer og dels af gentagelseskoefficienten. Som det ses, stiger betydningen af første laktation drastisk med faldende heritabilitet for anden laktation. Derimod har gentagelseskoefficienten ikke særlig stor betydning, medmindre heritabiliteten for anden laktation er meget lav.

Såfremt de af Majjala og Hanna (1974) fundne gennemsnitlige heritabilitetskoefficienter for første og anden laktation tages for deres pålydende ($h_1^2 = 0,25$ og $h_2^2 = 0,16$), og der regnes med en gentagelseskoefficient på 0,4–0,5, fås som



Figur 14. Værdien af første laktation i forhold til værdien af senere laktationer ved forskellige heritabiliteter ($h_1^2 \neq h_2^2$) og gentagelseskoefficient (r)

Figure 14. The weight of first lactation relative to that of subsequent lactations at different heritabilities ($h_1^2 \neq h_2^2$) and repeatability (r)

vist i figuren, at første laktation skal tillægges omkring dobbelt så stor vægt som anden. Endvidere ses, at sikkerheden på indekset stiger næsten retlinet med stigende heritabilitet på anden laktation.

I tabel 21 er vist, hvorledes den vægt (B_1), der skal tillægges hver enkelt laktation, og indeksets sikkerhed afhænger af de pågældende laktationers heri-

tabilitet og af gentagelseskoefficienten (r). Alle tre B-værdier refererer til den vægt, der skal tillægges den tilsvarende laktations fænotypiske afvigelse. Disse værdier kan beregnes indirekte ved hjælp af formlerne (105), (106) og (107). Eksempelvis er B-værdierne i første linie af *tabel 21* beregnet på følgende måde:

1. laktation

$$b_{11} = \frac{0,0625 - 0,4 \cdot 0,25 \cdot 0,25}{0,0625 - 0 \cdot 0,16 \cdot 0,25} = 0,6$$

$$b_{21} = (1 - 0,6) 0,25/0,4 = 0,25$$

$$r_{21}^2 = 0 \cdot 0,6 + 0,25 = 0,25$$

2. laktation

$$b_{12} = \frac{0,0625 - 0,4 \cdot 0,25 \cdot 0,15}{0,0625 - 0,25 \cdot 0,16 \cdot 0,15} = 0,8407$$

$$b_{22} = (1 - 0,8407) 0,25/0,4 = 0,0996$$

$$r_{22}^2 = 0,25 \cdot 0,8407 + 0,0996 = 0,3097$$

3. laktation

$$b_{13} = \frac{0,0625 - 0,4 \cdot 0,25 \cdot 0,15}{0,0625 - 0,3097 \cdot 0,16 \cdot 0,15} = 0,9626$$

$$b_{23} = (1 - 0,8626) 0,25/0,4 = 0,0859$$

$$r_{23}^2 = 0,3097 \cdot 0,8626 + 0,0859 = 0,3530$$

Den vægt, der alt i alt er tillagt første laktation, kan herefter beregnes som:

$$\begin{aligned} B_1 &= b_{21} \cdot b_{12} \cdot b_{13} \\ &= 0,25 \cdot 0,8407 \cdot 0,8626 = 0,1813 \end{aligned}$$

Vægten på anden laktation bliver tilsvarende:

$$\begin{aligned} B_2 &= b_{22} \cdot b_{13} \\ &= 0,0996 \cdot 0,8626 = 0,0859 \end{aligned}$$

$$\text{Medens } B_3 = b_{23} = 0,0859$$

Tabel 21. Eksempel på, hvorledes de enkelte laktationers heritabilitet (h^2) samt gentagelseskoefficienten (r) øver indflydelse på vægtfaktorer og sikkerhed ved avlsværdiurdering af en ko med tre laktationer

Table 21. Examples of the influence of the heritability (h^2) of each lactation repeatability (r) on the weighting factors and the accuracy when estimating a cow's breeding value on basis of three lactations

Heritabilitet <i>Heritability</i>			Gentagelseskoefficient Repeatability r	Vægtfaktorer*) <i>Weighting factors*)</i>			Sikkerhed Accuracy r^2
h_1^2	h_2^2	h_3^2		B_1	B_2	B_3	B_1/B_2
0.25	0.15	0.15	0.4	0.181	0.086	0.086	2.1
—	—	0.20	—	0.170	0.081	0.120	2.1
—	—	0.25	—	0.157	0.074	0.157	2.1
—	0.20	0.15	—	0.170	0.120	0.081	1.4
—	—	0.20	—	0.160	0.113	0.113	1.4
—	—	0.25	—	0.149	0.105	0.105	1.4
—	0.25	0.25	—	0.139	0.139	0.139	1.0
—	0.15	0.15	0.5	0.175	0.075	0.075	2.3
—	—	0.20	—	0.161	0.069	0.108	2.3
—	—	0.25	—	0.146	0.063	0.146	2.3
—	0.20	0.15	—	0.161	0.108	0.069	1.5
—	—	0.20	—	0.150	0.100	0.100	1.5
—	—	0.25	—	0.136	0.091	0.136	1.5
—	0.25	0.25	—	0.125	0.125	0.125	1.0

*) B_i = den vægt, der skal tilægges den i 'ende laktation (P_i) (se numerisk eksempel i teksten)

*) B_i = the weight attributed to the i 'th lactation (P_i) (see numerical example in the text)

Som det fremgår af tabellen, medfører en ændring af heritabiliteten en betydelig ændring af vægtfaktoren for den pågældende laktation. Det ses endvidere, at en ændring af heritabiliteten for en given laktation medfører, at vægtfaktorerne for de to andre laktationer bevæger sig i modsat retning, men forholdet mellem dem bibeholdes. Med stigende gentagelseskoefficient falder vægtfaktorerne, og dette fald er *relativt størst for laktationer med lav heritabilitet*. Endelig bør det bemærkes, at laktationer med samme heritabilitet tillægges samme vægt, og at *summen af vægtfaktorerne er identisk med indeksets sikkerhed*.

Ved avlsværdiurdering på grundlag af to eller flere laktationer vil anvendelse af den velkendte formel (103) naturligvis være uheldig, såfremt heritabiliteten for de enkelte laktationer er forskellig. Laktationer med lave heritabiliteter vil blive overvurderet i forhold til laktationer med høje heritabiliteter, idet de sidstnævnte laktationers mindre fænotypiske variation medfører, at de ikke har så stor indflydelse på gennemsnittet ($\bar{P}$) som de øvrige laktationer.

I *appendiks 5.4* er vist, at sikkerheden ved beregningen af I_2 ved hjælp af (103) kan beregnes som:

$$r_2^2 = \frac{n^2}{\sum_{i=1}^n a_i + n(n-1) r a_1} \quad (108)$$

hvor n = antal laktationer

og $a_i = 1/h_i^2$ = det reciprokke af heritabiliteten for den i 'ende laktation.

Antages eksempelvis, at $r = 0,4$ og $h_1^2 = 0,25$, $h_2^2 = 0,15$ og $h_3^2 = h_4^2 = \dots = h_n^2 = 0,20$, vil den *beregnete sikkerhed* ved avlsværdivurderingen af en ko som vist i følgende oversigt afhænge af, hvilken »metode« der anvendes:

Antal laktationer	Sikkerheden beregnet efter formlerne:			
	107	103*	103**	108
1	0,250	0,250	0,200	0,250
2	0,310	0,357	0,286	0,288
3	0,370	0,417	0,333	0,356
4	0,411	0,455	0,364	0,401
5	0,441	0,481	0,385	0,433

*) $h^2 = h_1^2 = 0,25$

**) h^2 = gennemsnittet af heritabiliteterne $\sim 0,20$

Ved anvendelse af direkte opdatering (formel 107) er hver enkelt laktation afvejet efter den pågældende laktations heritabilitet. Sammenlignes sikkerheden ved denne metode med den *faktiske sikkerhed* ved anvendelse af gennemsnit (formel 108) ses, at forskellen er lille, men som ventet til fordel for direkte opdatering. Anvendelse af den gængse metode til beregning af sikkerheden (formel 103) vil resultere i fejlbehæftede resultater. Anvendes eksempelvis heritabiliteten for første laktation i formlen, vil der ske en overvurdering af sikkerheden, medens anvendelse af den gennemsnitlige heritabilitet vil føre til en undervurdering af sikkerheden.

7.3.2 Effekten af den genetiske korrelation og af forholdet mellem vægtfaktorerne i avlsmålet

Når den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer er forskellig fra 1,0, må avlsmålet – som omtalt i *kapitel II* og i nærværende kapitels *afsnit 7.1* – defineres som:

$$A = v_1 A_1 + v_2 A_2$$

Det ændrede avlsmål betyder, at formel (105) og (106) ikke længere kan anvendes til at finde de vægtfaktorer, der skal bruges ved beregningen af en kos afprøvningsindeks.

Bibeholdes imidlertid forudsætningerne om, at alle laktationer har samme genetiske varians, at kovariansen mellem to vilkårlige laktationer er lig med $r\sigma_{p_1}^2$ og – som diskuteret i afsnit 7.1 – at avlsmålets varians (σ_A^2) er lig med den genetiske varians for de enkelte laktationer, kan vægtfaktorerne i ligning (104), som vist i *appendiks 5.5*, beregnes som:

$$b_1 = \frac{r^2 h_1^4 - d_n h_1^2 h_2^2 k_2 r}{r^2 h_1^4 - d_n^2 r^2 h_2^2} \quad (109)$$

$$b_2 = (1-b_1) \frac{h_1^2}{d_n r} \quad (110)$$

$$\text{hvor } k_2 = v_1 r_a + v_2 \quad (111)$$

Vægtfaktorerne i avlsmålet (v_1 og v_2) forudsættes beregnet ved hjælp af ligningerne (95) og (96). Udtrykket d_n er summen af de vægtfaktorer, som de tidligere laktationer er blevet multipliceret med for at beregne I.. Beregningen af d_n kan, som beskrevet i *appendiks 5.5*, foretages samtidig med opdateringen, idet d_n alene bygger på de b-værdier, der allerede er anvendt, når indekset skal opdateres med en ny laktation.

Såfremt $v_1 = v_2$ – altså hvis første og senere laktationer indgår med samme vægt i avlsmålet – er $k_1 = k_2$, og d_n kan ifølge *appendiks 5.5* erstattes med r^2/k_2 . Herved kan ligningerne (109) og (110) reduceres til:

$$b_1 = \frac{h_1^4 - r h_1^2 h_2^2}{h_1^4 - r^2 h_2^2/k^2} \quad (112)$$

$$b_2 = (1-b_1) h_1^2 k/r \quad (113)$$

$$\text{hvor } k = k_1 = k_2$$

Disse to formlers fordele frem for (109) og (110) ligger alene i, at det er unødvendigt at beregne d_n , og at de kan anvendes generelt, i modsætning til (109) og (110), der ikke kan anvendes til første laktation.

Sikkerheden på indekset kan beregnes som:

$$r_2^2 = r^2 b_1 + k_2 b_2 \quad (114)$$

uanset om b-værdierne er beregnet ved hjælp af (109) og (110) eller ved brug af (111) og (112).

Sammenlignes vægtfaktorerne, indekset og dets sikkerhed beregnet ved hjælp af henholdsvis (112), (113) og (114) med de tilsvarende størrelser (105), (106) og (107) beregnet under de tidligere anvendte forudsætninger ($r_a = 1$), fås:

$$b_1 = b_1'$$

$$b_2 = k \cdot b_2'$$

$$I_2 = k \cdot I_2'$$

$$r_2^2 = k^2 \cdot r_2'^2$$

hvor mærkerne (') symboliserer, at de pågældende størrelser er beregnet under de tidligere anvendte forudsætninger ($r_a = 1$).

Følgende *numeriske eksempel* viser, hvorledes en kos afprøvningsindeks kan beregnes ved hjælp af de anførte formler.

Forudsætninger: $h_1^2 = 0,25$, $h_2^2 = 0,16$, $h_3^2 = 0,17$, $r_a = 0,85$ og $r = 0,45$. Endvidere forudsættes, at første og senere laktationer har samme vægt i avls-målet, d.v.s. at forholdet (X) mellem disse vægtfaktorer (v_1 og v_2) er lig med 1,0. Ifølge formel (96) side 145, fås da, at

$$v_1 = v_2 = \sqrt{1/(1+1,7+1)} = 0,520$$

Også de to k-værdier (formel (100) og (111)) bliver identiske:

$$\begin{aligned} k_1 = k_2 &= v_1 + r_a v_2, (= r_a v_2 + v_1) \\ &= 0,520 \cdot 0,85 + 0,520 = 0,962 \end{aligned}$$

1. laktation: + 30 kg smørfedt.

$$\text{Vægtfaktorerne (112): } b_{11} = \frac{0,0625 - 0,45 \cdot 0,25 \cdot 0,25}{0,0625 - 0} = 0,55$$

$$(113): b_{21} = (1-0,55) 0,25 \cdot 0,962/0,45 = 0,241$$

$$\text{Indekset (98): } I_{21} = 0,55 \cdot 0 + 0,241 \cdot 30 = 7,230$$

$$\text{Sikkerheden (114): } r_{21}^2 = 0 \cdot 0,55 + 0,962 \cdot 0,241 = 0,231$$

Sidste ciffer i suffikserne refererer til laktationsnummer.

2. laktation: -30 kg smørfedt.

$$\text{Vægtfaktorer (112):} \quad b_{12} = \frac{0,0625 - 0,45 \cdot 0,25 \cdot 0,16}{0,0625 - 0,232 \cdot 0,2025 \cdot 0,16/0,925} = 0,818$$

$$b_{22} = (1 - 0,818) 0,25 \cdot 0,962/0,45 = 0,0973$$

$$\text{Indekset (98):} \quad I_{22} = 0,818 \cdot 7,23 + 0,0973 \cdot (-30) = 3,00$$

$$\text{Sikkerheden (114):} \quad r_{22}^2 = 0,232 \cdot 0,818 + 0,962 \cdot 0,0973 = 0,283$$

3. laktation: -20 kg smørfedt.

$$\text{Vægtfaktorer (112):} \quad b_{13} = \frac{0,0625 - 0,45 \cdot 0,25 \cdot 0,17}{0,0625 - 0,283 \cdot 0,2025 \cdot 0,17/0,925} = 0,835$$

$$b_{23} = (1 - 0,834) 0,25 \cdot 0,962/0,45 = 0,0882$$

$$\text{Indekset (98):} \quad I_{23} = 0,834 \cdot 3,00 + 0,0882 (-20) = 0,74$$

$$\text{Sikkerheden (114):} \quad r_{23}^2 = 0,283 \cdot 0,835 + 0,962 \cdot 0,0882 = 0,321$$

Som følge af koens gode første laktation, som jo har den høje heritabilitet, er koens indeks stadig svagt *positivt* efter *trede* laktation, selv om ydelsen i både denne og anden laktation er meget lav.

Den samlede vægt, som er tillagt de tre laktationer, kan findes som:

$$B_1 = b_{21} \cdot b_{12} \cdot b_{13}$$

$$= 0,241 \cdot 0,818 \cdot 0,835 = 0,1646$$

$$B_2 = b_{22} \cdot b_{13} = 0,0973 \cdot 0,835 = 0,0812$$

$$B_3 = b_{23} = 0,0882$$

Heraf ses klart, at første laktation grundet den høje heritabilitet er tillagt ca. dobbelt så stor vægt i indekset som anden og tredje laktation. Det skal bemærkes, at:

$$r_2^2 = k_1 (B_1 + B_2 + B_3) = 0,962 \cdot 0,334 = 0,321$$

I tabel 22 er givet en række eksempler på, hvorledes den vægt, (B_1) der tillægges første laktation i forhold til den vægt (B_i), der tillægges senere laktati-

Tabel 22. Forholdet mellem vægten på første laktation (B_1) og vægten på senere laktationer (B_i) samt indeksets sikkerhed (r_i^2) ved forskellige avlsmål ($A = v_1A_1 + v_2A_2$), genetisk korrelation (r_a) og antal laktationer (n), forudsat at $h_1^2 = 0,25$, $h_2^2 = 0,16$ og $r = 0,45$
Table 22. The ratio of the weight on first lactation (B_1) to the weight on subsequent lactations (B_i) and the accuracy of the index at different aggregate genotypes ($A = v_1A_1 + v_2A_2$), genetic correlations (r_a) and number of lactations (n) assuming $h_1^2 = 0,25$, $h_2^2 = 0,16$ and $r = 0,45$

x = v_1/v_2	n	$r_a = 0.8$		$r_a = 0.9$		$r_a = 1.0$	
		B_1/B_i	r_i^2	B_1/B_i	r_i^2	B_1/B_i	r_i^2
∞	1	—	0.25	—	0.25	—	0.25
∞	3	3.7	0.29	2.6	0.31	2.0	0.34
∞	10	5.5	0.33	3.0	0.39	2.0	0.45
10	1	—	0.25	—	0.25	—	0.25
10	3	3.3	0.29	2.5	0.32	2.0	0.34
10	10	4.1	0.35	2.8	0.40	2.0	0.45
3	1	—	0.24	—	0.25	—	0.25
3	3	2.7	0.30	2.3	0.32	2.0	0.34
3	10	3.0	0.37	2.4	0.41	2.0	0.45
1	1	—	0.23	—	0.24	—	0.25
1	3	2.0	0.31	2.0	0.33	2.0	0.34
1	10	2.0	0.41	2.0	0.43	2.0	0.45
1/3	1	—	0.20	—	0.22	—	0.25
1/3	3	1.5	0.30	1.8	0.32	2.0	0.34
1/3	10	1.4	0.43	1.8	0.44	2.0	0.45
1/10	1	—	0.17	—	0.21	—	0.25
1/10	3	1.3	0.29	1.6	0.32	2.0	0.34
1/10	10	1.2	0.43	1.5	0.44	2.0	0.45
0	1	—	0.16	—	0.20	—	0.25
0	3	1.2	0.29	1.6	0.31	2.0	0.34
0	10	1.0	0.43	1.4	0.44	2.0	0.45

oner i *indekset* samt indeksets sikkerhed afhænger af følgende forhold: Antal laktationer, vægten (v_1) på første laktation i forhold til vægten (v_2) på senere laktationer i *avlsmålet*, og den genetiske korrelation (r_a) mellem første og senere laktationer. Tabellen er udarbejdet under forudsætning af, at heritabiliteten på første laktation (h_1^2) er lig med 0,25, heritabiliteten på senere laktationer (h_2^2) lig med 0,16 og gentagelseskoefficienten (r) er lig med 0,45.

Som det fremgår af tabellen, indgår første laktation med større vægt i *indekset* end de senere laktationer. Dette gælder især, når den genetiske korrelation er lav, og første laktation samtidig tillægges stor vægt i *avlsmålet*. Er den genetiske korrelation lig med 1,0, vil første laktation grundet sin høje heritabilitet indgå i *indekset* med dobbelt så stor vægt som senere laktationer. Det ses endvidere, at stigende genetisk korrelation generelt giver større sikkerhed, uanset om hovedvægten er lagt på første eller senere laktationer i *avlsmålet*. Såfremt *indekset* baseres på første laktation alene, vil sikkerheden falde med

stigende vægt på senere laktationer i avlsmålet. Er indekset baseret på tre laktationer, vil dets sikkerhed stort set være *uafhængig* af forholdet mellem de to vægtfaktorer v_1 og v_2 .

Dette skyldes, at når v_1 er stor, vil første laktation grundet sin høje heritabilitet give et stort bidrag til sikkerheden; er v_2 derimod stor, vil sikkerheden kunne opretholdes, fordi anden og tredje laktation i givet fald er stærkere korreleret til avlsmålet. Som det fremgår af tabellen vil der dog være betydelig forskel på, hvor stor vægt der skal tillægges de tre laktationer i indekset, afhængigt af, om avlsmålet er første laktation eller senere laktationer. I første tilfælde skal der lægges ca. tre gange større vægt på første end på anden og tredje laktation. Med stigende antal laktationer i indekset vil dets *sikkerhed* stige med stigende vægt (v_2) på anden og senere laktationer i *avlsmålet*. Denne stigning er især markant, så længe forholdet v_1/v_2 er større end 1,0. Af tabellen fremgår således, at fastlæggelsen af avlsmålet har betydelig indflydelse på, hvorledes de enkelte laktationer skal afvejes ved avlsværdiurderingen og endvidere har betydning for, hvilken sikkerhed det beregnede avlsværdital skal tillægges. Dette gælder især, hvis den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer er lav.

Af figur 15 fremgår, at for $v_1/v_2 = 3$ – altså hvis der i *avlsmålet* lægges størst vægt på første laktation – vil værdien af første laktation i forhold til værdien af anden laktation i *indekset* stige med faldende genetisk korrelation, og denne stigning forstærkes med faldende heritabilitet på 2. laktation. For $r_a = 0,85$ skal der i givet fald lægges henholdsvis 2,6, 1,8 og 1,2 gange så stor vægt på første som anden laktation ved $h_2^2 =$ henholdsvis 0,15, 0,20 og 0,25.

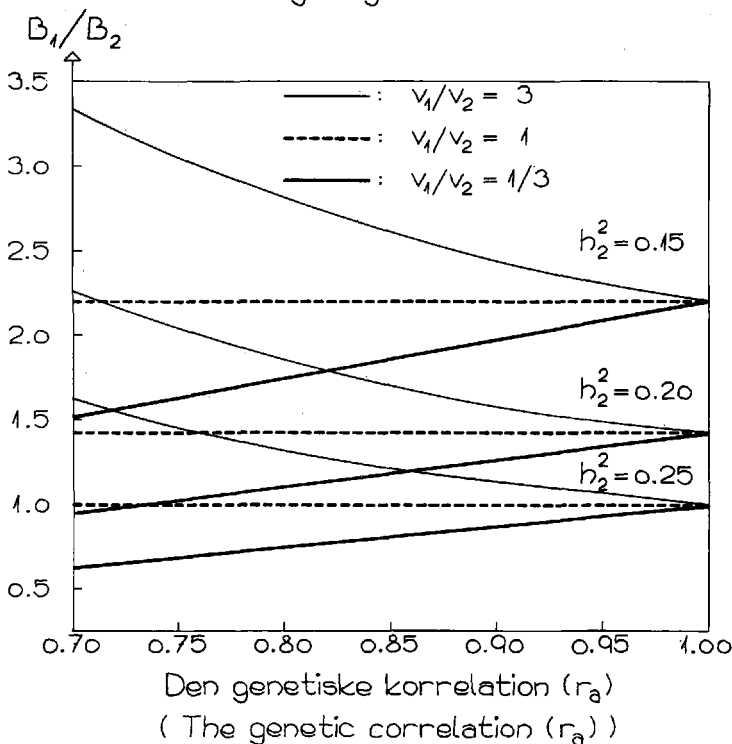
Såfremt $v_1 = v_2$, altså når første og senere laktationer tillægges samme vægt i avlsmålet, er forholdet B_1/B_2 uafhængig af den genetiske korrelation, men stærkt afhængig af heritabiliteten på anden laktation. Endelig fremgår af figuren, at hvis $v_1/v_2 = 1/3$, altså når hovedvægten placeres på de senere laktationer ved avlsmålets fastlæggelse, vil den vægt (B_1), der skal tillægges *første* laktation, i forhold til vægten (B_2) på *anden* laktation i indekset, *stige* med stigende genetisk korrelation. Dette skyldes, at med stigende genetisk korrelation vil første laktation være et bedre og bedre mål for avlsværdien for senere laktationer og skal følgelig tillægges større og større vægt.

7.4 Beregning af afstammingsindekset og kombinationsindekset

Ved udledningen af formlerne (22) – (28) til fastlæggelse af de vægtfaktorer, der er nødvendige for at beregne dyrenes afstammings- og kombinationsindekser samt sikkerheden på disse, blev det antaget, at $r_a = 1$, og at avlsmålet følgelig kun omfattede en enkelt egenskab.

For *afstammingsindeksets* vedkommende er de anførte formler (22) og (23) imidlertid generelle, idet de kan anvendes uanset den genetiske korrelationsstørrelse, og uanset hvilket avlsmål der vælges.

Forholdet mellem vægtfaktorerne i indexet
(The ratio of the weighting factors in the index)



Figur 15. Den genetiske korrelations indflydelse på forholdet mellem vægtfaktorerne B_1 og B_2 ved forskelligt forhold mellem v_1 og v_2 og forskellig heritabilitet for anden laktation, forudsat at $h_1^2 = 0,25$ og $r = 0,45$

Figure 15. The influence of the genetic correlation on the ratio of B_1 to B_2 at different ratios of v_1 to v_2 and different heritability of second lactation (h_2^2), assuming that $h_1^2 = 0.25$ and $r = 0.45$

Derimod stiller sagen sig anderledes ved beregningen af kombinationsindekset, idet et ændret avlsmål vil medføre, at formlerne (25)–(28) ikke længere kan anvendes. Dette skyldes, at kovariansen mellem et dyrs afstammingsindeks og samme dyrs afprøvningsindeks i så fald ikke mere kan udtrykkes alene ved hjælp af den genetiske varians og sikkerheden på de to indekser, men tillige bliver afhængig af k_1 og k_2 .

Såfremt første og senere laktationer, som her foreslået, tillægges samme

vægt i avlsmålet, kan vægtfaktorerne til beregning af kombinationsindekset, som vist i *appendiks 5.6*, findes ved hjælp af de forholdsvis simple formler:

$$b_1 = \frac{k^4 - r_2^2 k^2}{k^4 - r_1^2 r_2^2} \quad (115)$$

$$b_2 = \frac{k^4 - r_1^2 k^2}{k^4 - r_1^2 r_2^2} \quad (116)$$

hvor $k = k_1 = k_2 = v_1 r_a + v_2 = v_1 + v_2 r_a$

Sikkerheden på kombinationsindekset bliver:

$$r_3^2 = \frac{k^2 r_1^2 + k^2 r_2^2 - 2 r_1^2 r_2^2}{k^2 - r_1^2 r_2^2 / k^2} \quad (117)$$

Som vist i *appendiks* er disse b -værdier identiske med de b -værdier, der kan beregnes ved hjælp af (25) og (26) under den tidligere forudsætning om, at $r_a = 1,0$. Men selve indekset og dets sikkerhed påvirkes naturligvis af avlsmålet. Således gælder, at:

$$I_3 = k I_3'$$

$$\text{og } r_3^2 = k^2 I_3'$$

hvor mærkerne igen symboliserer, at de pågældende størrelser er beregnet under forudsætning af, at $r_a = 1$. Heraf ses, at såfremt man vælger at lægge lige stor vægt på første og senere laktationer, vil dette alene påvirke indeksernes størrelse og sikkerhed, men *ikke* avlsdyrenes indbyrdes rangering. Kun hvis $v_1 \neq v_2$, og k_1 følgelig er forskellig fra k_2 , vil dyrenes rangering ændres.

7.5 Sammendrag

Omfattende litteraturstudier har vist, at heritabiliteten for de enkelte laktationer er forskellig, og at den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer er mindre end 1,0. For at sikre en effektiv avlsværdivurdering må der tages hensyn til disse forhold, både når det ydelsesmæssige avlsmål defineres, og når køernes og tyrenes afprøvningsindekser beregnes.

I kapitlet er vist, hvorledes der ved direkte opdatering kan tages hensyn til disse nye forudsætninger. Endvidere er diskuteret, hvilke konsekvenser dette har for avlsværdivurderingens resultater. Følgende resultater og konklusioner skal fremhæves:

1. Heritabiliteten for første laktation er højere end for anden og senere laktationer. Dette skyldes som regel, at den fænotypiske varians er mindre for første laktation end for senere laktationer.
2. Den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer har i mange undersøgelser vist sig at være signifikant forskellig fra 1,0, nemlig af en størrelsesorden på omkring 0,85, medens den genetiske korrelation mellem senere laktationer som regel *ikke* har været forskellig fra 1,0. Dette medfører, at det ydelsesmæssige avlsmål bør defineres som

$$A = v_1 A_1 + v_2 A_2$$

hvor v_1 = den vægt, der skal tillægges køernes sande avlsværdi for ydelsen i første laktation (A_1), og v_2 er den tilsvarende vægt for den sande avlsværdi for ydelse i senere laktationer (A_2).

3. Avlsværdivurderingens sikkerhed er afhængig af forholdet mellem v_1 og v_2 , men er uafhængig af v_1 og v_2 's absolutte størrelser, der til gengæld har betydning for spredningen på de beregnede avlsværdital.
4. Fastlægges vægtfaktorerne v_1 og v_2 ved hjælp af formlerne (95) og (96) opnås, at de beregnede indekser kan betragtes som værende udtryk for de pågældende dyrs avlsmæssige overlegenhed udtrykt i kg smørfedt pr. laktation.
5. Ved afprøvning af tyre på grundlag af første laktation vil hensyntagen til, at $r_a < 1,0$ – og dermed til et ændret avlsmål – medføre, at tidligere beregnede indekser må multipliceres med k_1 og sikkerheden med k_1^2 , hvor $k_1 = v_1 + r_a v_2$.

Kun hvis der regnes med forholdsvis lav genetisk korrelation, og/eller man vælger at lægge stor vægt på de senere laktationer i avlsmålet, vil tyrenes indekser og dissers sikkerhed påvirkes væsentligt af et ændret avlsmål.

Selv ved lav genetisk korrelation og stor vægt på de senere laktationer er det tvivlsomt, om anden laktation bør inddrages i avlsværdivurderingen af tyre, dels fordi dette medfører en forlængelse af generationsintervallet, og dels fordi selektionen blandt køer i første laktation er meget forskellig fra afkomsgruppe til afkomsgruppe.

6. Ved avlsværdivurdering af køer på grundlag af flere laktationer er det vigtigt at anvende de aktuelle heritabiliteter for de enkelte laktationer.

Med stigende genetisk korrelation mellem første og senere laktationer stiger sikkerheden ved en avlsværdivurdering på grundlag af et givet antal laktationer, uanset om hovedvægten placeres på første eller senere laktationer i avlsmålet.

Fastlæggelsen af forholdet mellem v_1 og v_2 i avlsmålet har ikke alene indflydelse på, hvilken vægt de enkelte laktationer skal tillægges ved avlsværdivurderingen, men har tillige betydning for sikkerheden ved avlsværdivurderingen.

7. Hensyntagen til, at $r_a < 1,0$ og at $h_1^2 \neq h_2^2$ og til forholdet v_1/v_2 har især betydning ved rangeringen af køer med forskellige antal laktationer samt ved afstamningsvurderingen og dermed også ved den kombinerede vurdering af både køer og tyre.
8. For $v_1 = v_2$ vil dyrenes rangering ikke påvirkes af den genetiske korrelation, der i givet fald kun har indflydelse på indeksernes spredning og sikkerhed.

8 Effektive døtre og C-effekt

I de foregående kapitler er der ved beregningen af tyrenes afprøvningsindeks lagt lige stor vægt på alle døtres ydelsesafvigelser, uanset om døtrene har haft mange eller kun få staldkammerater, og uanset om der blandt staldkammeraterne var døtre efter samme tyr – altså halvsøstre til den pågældende datter.

Det er imidlertid klart, at ydelsesafvigelsen for en datter er mere sikkert bestemt, hvis den har mange staldkammerater, end hvis den kun har få staldkammerater. Ligeledes må det antages (jvf. Norman 1974), at en ny datter af en tyr vil give et større bidrag til fastlæggelsen af tyrens avlsværdi, såfremt den pågældende datter står i en besætning, hvor tyren ikke har andre døtre, end hvis datteren står i samme besætning som én eller flere af dens halvsøskende. I det følgende diskuteres, hvorledes der ved hjælp af direkte opdatering kan tages højde for disse forhold.

8.1 Døtrenes fordeling på besætninger

Allerede i midten af 50'erne opstod de to begreber »Contemporary Comparison« og »effektive døtre«. Til grund for begge disse udtryk lå Robertson og Rendels (1954) arbejde. Antallet af effektive døtre, der i det følgende er givet betegnelsen n_e , fremkommer ved at afveje døtrenes ydelsesafvigelse med det reciprokke af variansen på denne afvigelse. Herved fås med tilnærmelse:

$$n_e = \frac{n_D \cdot n_S}{n_D + n_S} \quad (118)$$

hvor n_e = det effektive antal døtre

n_D = antal døtre (halvsøskende) i den pågældende besætning

n_S = antal staldkammerater eksklusive halvsøskende.

Dette udtryk kan også skrives som:

$$n_e = n_D (1 - n_D/n_B) \quad (119)$$

hvor n_B = antal køer i besætningen i alt.

Tabel 23. Den relative effektivitet af en datter afhængig af besætningsstørrelsen og antallet af døtre efter den pågældende tyr i besætningen

Table 23. The relative efficiency including a daughter in the evaluation of a bull's test-index as a function of the herdsize and the number of daughters in the herd

Besætnings- størrelse Herd- size	Antal døtre Number of daughters						
	1	2	3	4	5	10	20
3	0.67	0.33	—	—	—	—	—
5	0.80	0.60	0.40	0.20	—	—	—
10	0.90	0.80	0.70	0.60	0.50	—	—
15	0.93	0.87	0.80	0.73	0.67	0.33	—
20	0.95	0.90	0.85	0.80	0.75	0.50	—
30	0.97	0.93	0.90	0.87	0.83	0.67	0.33
40	0.98	0.95	0.93	0.90	0.88	0.75	0.50
50	0.98	0.96	0.94	0.92	0.90	0.80	0.60
75	0.99	0.97	0.96	0.95	0.93	0.87	0.73
100	0.99	0.98	0.97	0.96	0.95	0.90	0.80
150	0.99	0.99	0.98	0.97	0.97	0.93	0.87
200	1.00	0.99	0.99	0.98	0.98	0.95	0.90
300	1.00	0.99	0.99	0.99	0.98	0.97	0.93
400	1.00	1.00	0.99	0.99	0.99	0.98	0.95

I tabel 23 er vist, hvorledes en enkelt datters relative effektivitet er afhængig af besætningsstørrelsen og antallet af halvsøskende. Ved udarbejdelsen af denne tabel er der ikke taget hensyn til den miljømæssige korrelation mellem halvsøskende stående i samme besætning. Dette problem behandles i følgende afsnit.

Som det fremgår af tabellen, går det alvorligt ud over effektiviteten, når der kun er få staldkammerater i forhold til antallet af døtre. Men allerede ved et forhold på 1:4 er effektiviteten oppe på 80% stigende til 91% ved forholdet 1:10 og til 95% ved forholdet 1:20.

I de foregående kapitler er anvendt forskellige formler til beregning af en tyrs afprøvningsindeks. Uanset hvilken af disse formler der vælges, kan den beregnede sikkerhed udtrykkes som:

$$r_2^2 = \frac{n' \frac{1}{4} h^2}{1 + (n'-1) t} \quad (120)$$

hvor n' = det antal døtre, der skal til for at give den beregnede sikkerhed, forudsat at alle døtre har en fuldstændig laktation, har uendelig mange staldkammerater og har mødre, som udgør et tilfældigt udpluk af racens køer.

Idet der ses bort fra fælles miljøeffekt ($c^2 = 0$), er $t = \frac{1}{4} h^2$ og n' kan følgelig beregnes ved at omskrive formel (120) til:

$$n' = \frac{r_2^2 (4 - h^2)}{h^2 (1 - r_2^2)} \quad (121)$$

Som regel vil n' ikke afvige ret meget fra det nominelle antal døtre (n_D) efter den pågældende tyr, men er der eksempelvis mange døtre med ufuldstændige laktationer i gruppen, vil n' være mindre end n_D .

Ved anvendelse af direkte opdatering under hensyntagen til døtrenes fordeling på besætninger må der beregnes et afprøvningsindeks for hver besætning, som tyren har døtre i. Det effektive antal døtre for en given besætning kan da beregnes ved at erstatte n_D i (119) med n' for den pågældende besætning.

Herved fås:

$$n_e = n' (1 - n'/n_B) \quad (122)$$

Den reelle (effektive) sikkerhed på tyrens afprøvningsindeks beregnet på grundlag af døtrene i besætningen bliver derfor:

$$r_e^2 = \frac{n_e \frac{1}{4} h^2}{1 + (n_e - 1) t} \quad (123)$$

Såfremt $n_e < 1$ sættes $t = 0$.

Selve afprøvningsindekset (I_2) skal også afvejes under hensyntagen til det effektive antal døtre i besætningen. Forholdet mellem den vægt, dötregruppens ydelsesafvigelse er blevet tillagt, inden der blev taget hensyn til antallet af effektive døtre og den vægt, afvigelsen skal tillægges, når der tages hensyn til døtrenes fordeling, er imidlertid identisk med forholdet mellem r_2^2 og r_e^2 . Det korregerede (effektive) afprøvningsindeks kan derfor beregnes som:

$$I_e = r_e^2 / r_2^2 \cdot I_2 \quad (124)$$

Eksempel: En tyr har 3 døtre i en besætning på 15 køer i alt. Alle døtre har +10 i ydelsesafvigelse. Der ses bort fra mødrene til de 3 døtre. Numrene på de anvendte formler er i eksemplet anført foran hver udregning.

A: Alle tre døtre har en fuldstændig laktation hver

Først beregnes døtrenes indeks og dets sikkerhed efter de gængse metoder

$$(31): I_2 = \frac{2 \cdot 3}{3 + 15} \cdot 10 = 3,333$$

$$(32): r_2^2 = 3/(3+15) = 0,167$$

Da alle laktationer er fuldstændige, og der ikke er taget hensyn til mødrenes indekser, er $n' = n_D = 3$.

Det effektive antal døtre bliver derfor:

$$(122): n_e = 3(1-3/15) = 2,4$$

Og det korrigerede indeks og dets sikkerhed bliver:

$$(123): r_e^2 = 2,4/(2,4+15) = 0,138$$

$$(124): I_e = 0,138/0,167 \cdot 3,333 = 2,754$$

Nøjagtig samme resultater vil fremkomme ved anvendelse af den oprindelige metode »Contemporary Comparison«.

B. Alle døtre har ufuldstændige laktationer ($r_a = 0,9$)

$$(75): I_2 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 0,9}{3 + 15} \cdot 10 = 3,0$$

$$(76): r_2^2 = 3 \cdot 0,81/(3 + 15) = 0,135$$

Idet der er tale om ufuldstændige laktationer, bliver n' mindre end n_D

$$(121): n' = \frac{0,135 (4 - 0,25)}{0,25 (1 - 0,135)} = 2,34$$

Dette viser, at de tre døtre har samme værdi som 2,34 døtre med fuldstændig laktation. Omregnes til effektive døtre fås:

$$(122): n_e = 2,34 (1 - 2,34/15) = 1,97$$

De tre døtre svarer altså kun til knap to effektive døtre, dels fordi de har ufuldstændige laktationer, og dels fordi de udgør en forholdsvis stor procentdel af besætningens køer.

Det nye indeks og dets sikkerhed bliver derfor:

$$(123): r_e^2 = 1,97/(1,97 + 15) = 0,116$$

$$(124): I_e = 0,116/0,135 \cdot 3,0 = 2,58$$

Selve opdateringen over besætningerne tænkes gennemført ved hjælp af følgende formel:

$$I_E = b_1 I. + b_2 I_e \quad (125)$$

hvor I_E = tyrens afprøvningsindeks, efter at der er taget hensyn til døtrenes fordeling på besætninger.

I_e = tyrens »effektive« afprøvningsindeks i den nye besætning.

$I.$ = tyrens »gamle« afprøvningsindeks, svarende til I_E før den nye besætnings døtre inkluderes ved hjælp af I_e .

Ifølge *appendiks 6* kan vægtfaktorerne i (125) beregnes som:

$$b_1 = \frac{1 - r_e^2}{1 - r_e^2 r^2} \quad (126)$$

$$b_2 = \frac{1 - r^2}{1 - r_e^2 r^2} \quad (127)$$

Og sikkerheden på I_E som:

$$r_E^2 = \frac{r^2 + r_e^2 - 2 r_e^2 r^2}{1 - r_e^2 r^2} \quad (128)$$

8.2 Fælles miljøeffekt (C-effekt)

Et vigtigt spørgsmål ved avlsværddivurderingen af tyre er, hvorledes der kan tages højde for, at en afprøvning af tyre i én eller få besætninger er mindre pålidelig, end hvis de samme døtre var fordelt på flere besætninger. Problemet er naturligvis især stort for private tyre, men også kvægavlsforeningernes tyre

vil ofte have flere døtre stående i samme besætning, hvilket kan give anledning til fejlvurderinger. Årsagen til, at en sådan fejlvurdering finder sted, er, at halvsøskende stående i samme besætning vil have mere ensartede miljøforhold end halvsøskende fra forskellige besætninger. Med andre ord er korrelationen mellem halvsøskende stående i samme besætning større, end korrelationen mellem halvsøskende fra forskellige besætninger. Forskellen mellem disse korrelationer skyldes altså fælles miljø og er kendt i litteraturen under betegnelsen c^2 eller C-effekt (C for common). Årsagerne til C-effekt kan eksempelvis være, at det ikke helt lykkes at fjerne besætningseffekter, sæsoneffekter og samspilseffekter mellem sæson og besætning. I de fleste undersøgelser (f.eks. Van Vleck 1966a og 1966b, Thompson og Freeman 1970 og Arora og Freeman 1971) er den miljøbetingede korrelation (c^2) fundet at være af størrelsesordenen 0,08–0,14. Som diskuteret af Norman (1974) kan der være mange andre årsager til C-effekt end de allerede anførte. På denne baggrund må det antages, at der eksisterer en C-effekt, som sandsynligvis er af størrelsen $c^2 = 0,1$. Følgelig vil det være af stor betydning, om der ved avlsværdivurderingen af tyre tages hensyn til denne effekt.

Ved anvendelse af direkte opdatering vil dette kunne ske automatisk, idet der blot kræves, at intraklassekorrelationen (t) i (123) sættes lig med $\frac{1}{4}h^2 + c^2$, når opdateringen gennemføres.

Den i dette kapitel beskrevne udvidelse af metoden til også at omfatte døtrenes fordeling på besætningerne og besætningernes størrelse ændrer ikke den tidligere beskrevne fremgangsmåde udover, at hver besætning må behandles for sig. Beregningen af en tyrs afprøvningsindeks kan fortsat ske i én arbejdsgang, f.eks. ved at anvende følgende fremgangsmåde:

1. Anvend formel (87) til beregning af tyrens afprøvningsindeks (I_2) og dets sikkerhed (r_2^2) baseret på tyrens døtre – og disses mødre – i den »første« besætning, som har én eller flere døtre efter tyren.
2. Den pågældende sikkerhed (r_2^2) konverteres til et vist antal døtre med fuldstændig laktation ved hjælp af (121).
3. Det effektive antal døtre (n_e) i besætningen beregnes ved hjælp af (122).
4. Det »effektive« indeks (I_e) og dets sikkerhed (r_e^2) beregnes ved hjælp af henholdsvis (124) og (123).
5. Gentag proceduren punkt 1–4 for den næste besætning, som har døtre efter tyren.
6. Det »effektive« afprøvningsindeks (I_E) og dets sikkerhed (r_E^2) baseret på både døtre fra foregående besætning(er) og den nye besætning beregnes ved hjælp af henholdsvis (125) og (128).
7. Som punkt 5.
8. Som punkt 6.
9. Som punkt 5.
10. Som punkt 6.

Og således fremdeles, indtil alle besætninger med døtre efter tyren er medtaget. Det skal bemærkes, at proceduren også kan ske ved først at beregne et indeks for tyren for hver af de besætninger, som tyren har en eller flere døtre i (punkt 1-4), og dernæst beregne tyrens endelige indeks ved at anvende (125) lige så mange gange, som der er besætninger repræsenteret (punkt 6).

Såfremt der ses bort fra ufuldstændige laktationer, avlsmæssig fremgang, mødrenes avlsmæssige niveau, C-effekt m.v., og der tillige kun regnes med jævnaldrende køer, vil anvendelse af direkte opdatering efter anførte fremgangsmåde frembringe resultater, som er identiske med de resultater, der vil fremkomme ved anvendelse af »Contemporary Comparison«.

Såfremt det skønnes formålstjenligt, kan metoden let udbygges på en sådan måde, at der lægges mere vægt på en datter, der har mange *jævnaldrende* staldkammerater, end hvis staldkammeraterne hovedsagelig er *ældre* køer. Dette kan eksempelvis ske ved at tillægge jævnaldrende staldkammerater større vægt end de øvrige køer, når besætningsstørrelsen (n_B) beregnes.

Hensyntagen til C-effekten vil medføre, at det ikke er muligt at opstille en generel formel for afkomsundersøgelsernes sikkerhed, selv om det effektive antal døtre kendes. Dette skyldes, at sikkerheden vil være stærkt afhængig af antallet af døtre pr. besætning. Mange døtre pr. besætning vil reducere sikkerheden betydeligt, uanset besætningernes størrelse. Såfremt der kun er en enkelt datter pr. besætning, og der endvidere regnes med, at $h^2 = 0,25$ og $c^2 = 0,10$, vil sikkerheden kunne beregnes som:

$$r_e^2 = \frac{n_e}{n_e + 15} \quad (129)$$

hvor n_e = antal effektive døtre i gruppen.

Det andet yderpunkt er, at alle døtre står i samme besætning. I så fald kan sikkerheden beregnes som:

$$r_e^2 = \frac{n_e}{2,4 n_e + 13,6} \quad (130)$$

Disse to udtryk for sikkerheden er altså henholdsvis højeste og laveste værdi for et givet antal effektive døtre. Ved alle mulige andre fordelinger vil sikkerheden placere sig et sted mellem disse yderpunkter, afhængigt af hvorledes døtrene er fordelt.

I *tabel 24* er anført en række eksempler på sikkerheden ved afprøvningen afhængig af såvel døtrenes fordeling på besætningerne som af besætningernes størrelse. For hver kombination er anført to tal for sikkerheden. Det øverste af disse er beregnet under forudsætning af, at $c^2 = 0$, og det nederste under

Tabel 24. Sikkerheden på en tyrs afprøvningsindeks, når døtrene er ligeligt fordelt på et varieret antal besætninger af forskellig størrelse, forudsat at $h^2 = 0,25$, og at c^2 er lig med henholdsvis 0 (øverste tal) og 0,10 (nederste tal)

Table 24. The accuracy of a bull's test-index, when his daughters are equally distributed in varying number of herds of different sizes, assuming $h^2 = 0.25$ and c^2 equal to 0 (upper figure) and 0.10 (lower figure), respectively

Antal døtre <i>Number of daughters</i>	Antal besætninger <i>Number of herds</i>	Antal døtre pr. besætning <i>Number of daughters per herd</i>	Besætningsstørrelse <i>Herd size</i>				
			10	20	30	50	100
20	1	20	—	0	0.31	0.44	0.52
					0.22	0.27	0.29
	2	10	0	0.40	0.47	0.52	0.55
					0.32	0.36	0.38
	5	4	0.40	0.50	0.53	0.55	0.56
					0.37	0.44	0.47
	10	2	0.51	0.55	0.55	0.56	0.57
					0.50	0.53	0.54
	20	1	0.55	0.56	0.56	0.57	0.57
					0.55	0.56	0.57
30	1	30	—	—	0	0.44	0.58
						0.27	0.31
	2	15	—	0.33	0.50	0.58	0.63
					0.28	0.37	0.41
	5	6	0.44	0.58	0.62	0.64	0.65
					0.41	0.51	0.53
	10	3	0.58	0.63	0.64	0.65	0.66
					0.56	0.59	0.60
	15	2	0.62	0.64	0.65	0.66	0.66
					0.60	0.62	0.63
50	30	1	0.65	0.66	0.66	0.66	0.66
					0.65	0.66	0.66
	1	50	—	—	—	0	0.63
							0.32
	2	25	—	—	0.36	0.63	0.71
					0.29	0.43	0.46
	5	10	0	0.63	0.69	0.72	0.75
					0.54	0.58	0.60
	10	5	0.63	0.71	0.74	0.75	0.76
					0.59	0.66	0.67
	25	2	0.73	0.75	0.76	0.76	0.77
					0.71	0.73	0.74
	50	1	0.75	0.76	0.76	0.77	0.77
					0.75	0.76	0.77

(Fortsættes næste side)

Tabel 24. (fortsat)

Antal døtre <i>Number of daughters</i>	Antal besæt- ninger <i>Number of herds</i>	Antal døtre pr. besætning <i>Number of daughters per herd</i>	Besætningsstørrelse				
			<i>Herd size</i>				
			10	20	30	50	100
80	2	40	—	—	—	0.52	0.76
						0.38	0.48
	5	16	—	0.52	0.71	0.78	0.81
				0.46	0.60	0.64	0.66
	10	8	0.52	0.76	0.80	0.82	0.83
			0.50	0.69	0.72	0.74	0.75
	20	4	0.76	0.81	0.82	0.83	0.84
			0.74	0.78	0.79	0.79	0.80
	40	2	0.81	0.83	0.83	0.84	0.84
			0.80	0.82	0.82	0.82	0.83
	80	1	0.83	0.84	0.84	0.84	0.84
			0.83	0.84	0.84	0.84	0.84
120	5	24	—	—	0.62	0.81	0.86
					0.53	0.65	0.68
	10	12	—	0.76	0.83	0.86	0.88
				0.69	0.74	0.77	0.78
	20	6	0.76	0.85	0.86	0.88	0.88
			0.74	0.81	0.82	0.83	0.84
	30	4	0.83	0.86	0.87	0.88	0.88
			0.81	0.84	0.85	0.85	0.86
	60	2	0.86	0.88	0.88	0.88	0.89
			0.86	0.87	0.87	0.87	0.88
	120	1	0.88	0.88	0.89	0.89	0.89
			0.88	0.88	0.89	0.89	0.89

forudsætning af, at $c^2 = 0,10$. For at begrænse antallet af kombinationer er der regnet med, at døtrene er ligeligt fordelt på besætningerne.

Som det fremgår af tabellen, er det særdeles vigtigt at få døtrene delt ud på så mange besætninger som muligt. Såfremt der ses bort fra C-effekten, er det først og fremmest døtrenes *totale antal af staldkammerater*, der er afgørende for prøvens sikkerhed. Med andre ord vil en fordeling af døtrene på få besætninger i givet fald være uden særlig betydning, blot de pågældende besætninger er store.

Men jo mindre besætningerne er, desto vigtigere er det at få døtrene fordelt på så mange besætninger som muligt. Det ses endvidere af tabellen, at såfremt der regnes med en C-effekt af størrelsen $c^2 = 0,10$, er det meget afgørende, at døtrene bliver fordelt på så mange besætninger som muligt, og dette uanset om der er tale om små eller store besætninger. Det fremgår således af tabellen, at såfremt man vil sikre en virkelig effektiv afprøvning, er det ikke tilstrækkeligt at

have store døtregrupper, men døtrene skal tillige være fordelt på mindst 10 besætninger og helst endnu flere.

Såfremt der ikke tages hensyn til C-effekten og til døtrenes fordeling på besætningerne ved avlsværdivurderingen af tyre, vil dette være ensbetydende med, at sikkerheden ved denne vurdering generelt overvurderes. Denne overvurdering vil naturligvis videreføres, idet tyrenes indekser vil blive tillagt for stor vægt både ved beregningen af afstammingsindekser og kombinationsindekser.

Det må derfor konkluderes, at det er meget vigtigt, at der ved avlsværdivurdering af tyre tages hensyn til både tyrens effektive antal døtre og til C-effekten. En sådan hensyntagen vil utvivlsomt på længere sigt kunne føre frem til en mere hensigtsmæssig fordeling af prøveinsemineringerne, idet det i modsat fald vil være næsten umuligt for en kvægavlsforening at få tyre med høje avlsværdital.

8.3 Sammen drag

I dette kapitel er diskuteret, hvorledes antallet af døtre og antallet af staldkammerater i de enkelte besætninger samt den fælles miljøeffekt (C-effekt) for halvsøskende i samme besætning påvirker afkomsundersøgelsernes pålidelighed.

Følgende forhold skal fremhæves:

1. Den relative effektivitet af en datter falder stærkt, når antallet af staldkammerater bliver lille i forhold til antallet af døtre efter tyren (jævnfør *tabel 23*).
2. På grundlag af resultater fra udenlandske undersøgelser er C-effekten, udtrykt som den miljømæssige korrelation (c^2) mellem døtre i samme besætning, anslået at være af en størrelsesorden på ca. 0,10.
3. Ved anvendelse af direkte opdatering kan der let tages hensyn til såvel antallet af effektive døtre som til C-effekten.
4. Sikkerheden ved avlsværdivurdering af tyre, hvis døtre står i en enkelt eller i få besætninger, vil blive drastisk overvurderet, medmindre der tages hensyn til døtrenes fordeling og C-effekten. For at sikre en virkelig effektiv afprøvnings skal døtrene helst fordeles på mindst 10 besætninger (jævnfør *tabel 24*).
5. Hensyntagen til døtrenes fordeling og til C-effekten vil medvirke til en mere realistisk rangering af tyrene og kan samtidig virke befordrende på en mere hensigtsmæssig fordeling af prøveinsemineringerne. Såfremt der ikke tages hensyn til de anførte forhold, vil sikkerheden ved afkomsundersøgelserne generelt overvurderes, og dette vil naturligvis smitte af på afstammingsindekser og kombinationsindekser for både køer og tyre.

KAPITEL IX

9 Sammenligning af metoder og sammenfattende diskussion

Som vist i *kapitel IV* har avlsarbejdet inden for malkekvægholdet i mange lande medført, at der nu må regnes med en betydelig avlsmæssig fremgang for mælkeproduktionsegenskaberne. Denne fremgang er først og fremmest bragt til veje gennem en sikker afprøvning, udvælgelse og anvendelse af tyrene. Den avlsmæssige fremgang og det gode kendskab til afprøvede tyres avlsværdi er imidlertid med til at komplicere den fremtidige avlsværdivurdering af tyre, idet det er blevet nødvendigt at tage hensyn til både den avlsmæssige fremgang og til avlsmæssige forskelle mellem staldkammeraterne til de enkelte døtregrupper. Dette er hovedårsagerne til, at mange lande påtænker at ændre avlsværdivurderingsmetoden. Nogle har allerede ændret metode og andre er gået over til helt nye metoder i indeværende årti. Følgende fire metoder har især været i søgelyset i de allerseneste år:

BLUP er den generelle betegnelse for den metode, der har påkaldt sig størst opmærksomhed.

Metoden, der er udviklet af Henderson (1973 og 1974) blev først taget i anvendelse i de nordøstlige stater i USA under betegnelsen NEAISC (North-east A.I. Sire Comparison) (Everet 1974) og senere i Canada (Burnside 1978). Overfor denne metode står især tre andre metoder, som alle er taget i anvendelse i midten af 70'erne.

MCC(Modified Contemporary Comparison) er betegnelsen for den nye officielle metode i USA. Ved hjælp af denne metode beregnes der to gange årligt et avlsværdital med betegnelsen *PD 74* for samtlige tyre i USA. Metoden er ifølge Dickinson et al. (1976a) resultatet af 4 års forsknings- og udviklingsarbejde af videnskabsmænd og EDB-personale under USA's landbrugsministerium (US-DA) i nært samarbejde med genetikere og statistikere fra en række universiteter i USA.

MCD (Modified Cumulative Difference) er betegnelsen for det nye israelske system, som først blev introduceret i 1974 (Bar-Anan og Sacks 1974) og senere modificeret (Bar-Anan 1976).

ICC (Improved Contemporary Comparison) er betegnelsen for den nye britiske metode (Milk Marketing Board 1974). Systemet bygger i høj grad på de metoder og principper, der blev beskrevet af Cunningham (1965) under betegnelsen »Weighted Least Square Method«.

Fælles for disse fire metoder er, at de alle tager hensyn til den avlsmæssige fremgang i de pågældende populationer. Denne hensyntagen sker ved, at der

for det første dannes en fast genetisk basispopulation (jævnfør *kapitel IV*), og at der for det andet sker en opdeling af tyrene i såkaldte genetiske grupper. Denne opdeling af tyrene sker som regel på grundlag af tyrenes alder og eventuelt tillige efter område (kvægavlsforening). I den officielle amerikanske metode MCC sker grupperingen dog på grundlag af tyrenes afstamning. Tyrenes avlsmæssige værdi beregnes i forhold til den genetiske gruppe, tyrene tilhører. Ved hver vurdering beregnes tillige den avlsmæssige forskel mellem hver af de genetiske grupper og den faste basispopulation, og denne forskel adderes sluttelig til den beregnede avlsmæssige overlegenhed for hvert medlem af den pågældende gruppe.

Et andet fælles træk for disse nye metoder er, at ikke alene de unge tyre under afprøvning, men også de allerede afprøvede og udvalgte tyre må nyvurderes, hver gang der ønskes nye tal for de unge tyre. Dette kan give anledning til fejl, idet forudsætningen for, at tyrenes anvendelse er uafhængig af, hvilke avlsværdital de er forsynet med, næppe er holdbar.

Fælles for de nye metoder er endvidere, at de i modsætning til direkte opdatering og til de ældre metoder stiller meget store krav til EDB. Dette gælder især BLUP, hvis anvendelse bygger på løsning af meget store ligningssystemer. Men også MCC, ICC og MCD kræver omfattende beregninger, idet det blandt andet er nødvendigt at anvende iterative beregningsmetoder.

I modsætning til de anførte metoder sker avlsværdivurderingen af tyrene ved hjælp af *direkte opdatering* udelukkende på grundlag af de døtre, der er frembragt, medens tyrene endnu var unge og »ukendte«. Senere – når tyrene er afprøvet – vil avlsværditalene kun blive justeret for avlsmæssig fremgang. Denne fremgangsmåde gør det unødvendigt at arbejde med en genetisk gruppering af tyrene, men den kræver til gengæld, at der forefindes et forholdsvis sikkert skøn over den avlsmæssige fremgang i den pågældende population.

En anden forskel mellem de anførte nye metoder på den ene side og direkte opdatering på den anden er, at man ved direkte opdatering anvender *alle* stamtavleinformationer for hver enkelt staldkammerat til fastlæggelse af disses gennemsnitlige avlsmæssige niveau.

Fimland (1976) anfører, at den hurtige udvikling inden for kvægavlen i sig selv medfører, at flere af de forudsætninger, som anvendes ved avlsværdivurderingen, ændrer sig. Disse ændringer er især mærkbare, hvis den enkelte kvægavler accepterer og udnytter de avlsmæssige muligheder fuldt ud. Dette medfører, at avlsværdivurderingsmetoden jævnligt må kontrolleres og eventuelt justeres, eller at der må anvendes meget robuste vurderingsmetoder, og Fimland peger på BLUP som den mest robuste metode. Hans første betragtninger om de ændrede forudsætninger kan næppe drages i tvivl, men det må ikke overses, at BLUP's robusthed mod systematiske fejl ikke i praksis vil omfatte alle former for disse. Tilmed vil denne robusthed ofte fremkomme på bekostning af større fejlvarians – altså flere tilfældige fejl og lavere sikkerhed –

idet der som diskuteret i det følgende let tabes værdifulde informationer ved anvendelse af BLUP. Desuden kan der som regel ved anvendelse af enklere midler tages højde for eventuelle ændringer i avlsværdiurderingens forudsætninger fremkaldt af f.eks. ændringer i populationens struktur eller i selve avlsarbejdets form og effektivitet.

Fordele ved at anvende BLUP ligger først og fremmest i, at denne metode i modsætning til andre metoder *ikke* kræver kendskab til race- og besætningsgennemsnit, idet alle sammenligninger mellem tyre foretages ved *direkte* sammenligning af jævnaldrende døtre efter forskellige tyre i samme besætning. Som regel foretages disse sammenligninger tillige inden for sæson, hvorved sæson-effekterne elimineres effektivt. En udnyttelse af BLUP's fordele medfører derfor, at der udelukkende tages hensyn til jævnaldrende køer, som kælver i samme sæson i samme besætning. Men heraf følger også, at de BLUP-systemer, der i dag er i anvendelse i praksis, ikke udnytter den informationsmængde, som besætningens øvrige køer kan bidrage med til fastlæggelse af besætningens avlsmæssige og miljømæssige niveau. BLUP-værdierne er fri for de systematiske fejl, der kan opstå, såfremt staldkammeraternes miljømæssige niveau fejlvurderes, og denne fejlvurdering tillige er forskellig fra døtregruppe til døtregruppe. Anvendelse af BLUP giver således på dette område en sikkerhed for, at de beregnede avlsværdier ikke er påvirket af systematiske fejl. Til gengæld vil tyrenes BLUP-værdier i højere grad end PD74-værdierne fra MCC og I_2 fra *direkte opdatering* være påvirket af tilfældige fejl, altså have lavere sikkerhed, fordi de to sidstnævnte metoder udnytter en større del af den samlede informationsmængde.

En stor undersøgelse på amerikansk materiale (Fairchild et al. 1966) viste således, at der for 11% af alle 1. kalvs køer ikke fandtes jævnaldrende køer i samme besætning i den pågældende sæson. I en tilsvarende undersøgelse på canadisk materiale fandt Smith og Rennie (1962), at en udnyttelse af informationer om *alle* staldkammerater – og ikke kun om de jævnaldrende – ville medføre en meget betydelig stigning i antallet af tyre, som på beregningstidspunktet havde opnået en bestemt sikkerhed på avlsværditalle. Et nyere litteraturstudium af McDaniel et al. (1973) viste, at der i almindelighed kan regnes med 4–5 *gange* så mange staldkammerater i alt end jævnaldrende staldkammerater. I samme artikel refereres til en række undersøgelser, hvor effekten af afprøvningsmetoden er blevet målt ved hjælp af korrelationer mellem uafhængige afkomsundersøgelser af samme tyre. Resultater fra disse undersøgelser viste, at *sikkerheden er større, når alle staldkammerater medtages*, end når der kun medtages jævnaldrende staldkammerater. Ifølge de pågældende forfattere var der kun én undtagelse, nemlig en undersøgelse af Hargrow og Legates (1971), i hvilken der blev fundet, at de to metoder var lige effektive.

Disse incitamenter til at anvende alle staldkammerater forstærkes af det forhold, at der i de pågældende undersøgelser er anvendt simple metoder

(besætningsheritabiliteter) til at tage hensyn til staldkammeraternes avlsmæssige niveau. Som vist i *kapitel V* kan dette niveau fastlægges med større sikkerhed ved anvendelse af direkte opdatering eller en tilsvarende metode. Dertil kommer, at de pågældende undersøgelser er baseret på data fra større besætninger, end der i dag kan regnes med under skandinaviske forhold. I en nyere svensk undersøgelse (Danell et al. 1978) blev BLUP-teknikken således anvendt på et stort datamateriale fra racerne SRB og SLB. Til trods for, at der i undersøgelsen kun blev anvendt to sæsoner pr. år, fandtes, at antallet af effektive døtre kun udgjorde 53% og 51% af det nominelle antal døtre for henholdsvis SRB og SLB. For SRB var der 18% og for SLB 22% af døtrene, der ikke havde jævaldrende staldkammerater i den pågældende sæson, og som derfor helt må udelades i BLUP-proceduren. Det samme er gældende for døtre, hvis jævaldrende staldkammerater er efter samme tyr som de pågældende døtre. Denne fraktion udgjorde dog kun 2–3% af alle døtre, således at der i alt var 20–25% af døtrene, som ikke kunne anvendes ved avlsværdiurderingen. I gennemsnit var der kun 2,3 jævaldrende staldkammerater pr. SRB-datter og 2,5 for SLB. Ved at se bort fra de døtre, der slet ikke havde jævaldrende staldkammerater, steg disse tal til henholdsvis 3,9 for SRB og 3,7 for SLB.

Som vist i *kapitel III* vil forskelle mellem den gennemsnitlige avlsværdi hos mødrene til döttergrupper påvirke tyrenes afkomsundersøgelsesresultater. Sådanne forskelle kan – især hvis döttergrupperne er små – opstå ved tilfældighedernes spil, men kan også skyldes udvælgelse af specielle tyre til specielle køer. Eksempelvis vil *sønnerne* efter en top-tyr, der er anvendt meget intensivt i et område, (jvf. Sdj. Jens, der blev anvendt til mere end ¼ million insemineringer i det sønderjyske område), kun undtagelsesvis blive anvendt til tyrens døtre, idet der i givet fald fås afkom med høj grad af indavl. Top-tyrens døtre, der jo i gennemsnit har høj avlsværdi, vil derfor hovedsageligt være forbeholdt andre ungtyre, som derved vil få et fortrin frem for top-tyrens egne sønner. Som vist af Fimland (1976) kan BLUP-ligningssystemerne udvides til også at tage hensyn til fædrene til döttergruppens mødre, og også den modificerede form MCD af det israelske system (Bar-Anan 1976) indeholder i modsætning til MCC og ICC en korrektion for avlsværdien hos mødrenes fædre.

Det ovenfor anførte eksempel er imidlertid et ret sjældent fænomen. Selektion af tyre til bestemte køer vil utvivlsomt i langt højere grad være baseret på *køernes egne præstationer* end på informationer om køernes fædre. Undersøgelser af Miller og Corley (1965), Hillers og Freeman (1966) og Slinger (1972) har vist, at der er betydelig forskel mellem den gennemsnitlige ydelsesafvigelse hos mødrene til de enkelte döttergrupper. I den førstnævnte undersøgelse var forskellen mellem den højestydende og den lavestydende mødregruppes gennemsnitlige ydelsesafvigelse 848 kg mælk. I Slingers undersøgelse var differencen på 1020 kg, og Hillers og Freeman fandt, at differencen var på 880 kg, når gruppestørrelsen var på mindst 20 køer. Disse store forskelle er en klar

indikation på, at der ofte eksisterer betydelige genetiske forskelle mellem mødrene til de enkelte døtregrupper. Disse forskelle vil naturligvis – via døtrene – påvirke tyrenes beregnede avlsværdital, hvilket understreger betydningen af, at der tages hensyn til mødrenes beregnede avlsværdital, når døtrenes fædre afkomsundersøges.

I følgende skema er givet en grov vurdering af nogle egenskaber ved de fem omtalte metoder. Til sammenligning er medtaget det danske R-tal, som det beregnes i dag (primo 1979). En del af de medtagne karakteristika har sandsynligvis ringe betydning, medens andre kan være særdeles vigtige.

Egenskaber hos de 6 metoder

	BLUP	MCC	MCD	ICC	Dir. opdat.	R-tal
Metoden tager hensyn til:						
1. Den avlsmæssige fremgang	+	+	+	+	+	-
2. Antal jævnaldrende staldkammerater	+	(+)	+	+	(+)	-
3. Antal øvrige staldkammerater	-	+	-	-	+	-
4. Døtrenes fordeling på besætninger	+	+	+	+	+	-
5. Miljø-korrelation (C-effekt)	-	(+)	-	-	+	-
6. Avlsværdien af						
a) staldkammeraternes fædre	+	+	+	+	+	-
b) staldkammeraternes mødre	-	(+)	(+)	-	+	-
c) døtrenes mødre	-	-	(+)	-	+	-
d) tyrens fader	(+)	+	-	-	+	-
e) tyrens moder	-	-	-	-	+	-
Metoden kræver kendskab til:						
1. Race og besætningsgennemsnit	nej	ja	ja	ja	ja	ja
2. Avlsmæssig fremgang	nej	nej	nej	nej	ja	nej
Der fås et udtryk for hver besætnings avlsmæssig niveau	nej	nej	nej	nej	ja	nej
Metodens krav til EDB er:	meget stort	stort	mode- rat	stort	lille	lille

Den reelle forskel mellem de her diskutererede metoder til avlsværdivurdering af tyre er i realiteten lille, medmindre særlige forhold gør sig gældende. Dette er vist tydeligt af Dempfle (1976a og 1976b) og af Thompson (1976), som sammenlignede den teoretiske baggrund for BLUP, MCD og ICC og fandt, at de under de anvendte forudsætninger gav identiske resultater. Også i praksis har det vist sig, at forskellige metoder ofte fører frem til næsten samme rangering af tyrene. I den ovenfor anførte svenske undersøgelse af Danell et al. (1978) blev korrelationen mellem tyrenes M-tal og samme tyres BLUP-værdier af størrelsesordenen 0,85, hvilket er en særdeles høj korrelation, når det tages i betragtning, at mange af døtrene bag M-tallet *ikke* kunne anvendes i BLUP-proceduren på

grund af manglende jævnaldrende staldkammerater. I en tilsvarende undersøgelse på canadisk materiale (Kennedy og Moxley 1977) fandtes, at korrelationen mellem tyrenes BLUP-værdier og samme tyres afkomsundersøgelsesresultater, baseret på en enklere metode (Contemporary Comparison), var så høj som 0,99, når der sås bort fra tyre med mindre end 20 døtre i gruppen.

Til fordel for BLUP taler, at denne metode kan føre til en sikker sammenligning af tyre på tværs af områder (kvægavlsforeninger). En vigtig forudsætning for, at denne sammenligning kan blive pålidelig, er imidlertid, at der sker en betydelig overlapning mellem alle områder med hensyn til brug af tyre.

Brug af ungtyre på tværs af foreningsgrænser vil derfor være en stor fordel, ikke alene for BLUP men også for de øvrige metoder, men BLUP udnytter også de forbindelseslinier mellem foreninger, som skyldes fælles brug af *afprøvede tyre*. Dette vil utvivlsomt være en fordel i mange lande, men det forudsætter, at *tyrene anvendes på »samme måde« i alle områder*. Under de nuværende danske forhold er det som regel kun de allerbedste tyre, der anvendes uden for deres eget foreningsområde, og disse tyre bliver anvendt til bedre køer i de fremmede foreninger end hjemme. Dette vil medføre, at forbindelseslinierne ikke er »pålidelige«, og at anvendelse af dem påvirker BLUP-værdierne i uheldig retning (receptorforeningers egne tyre undervurderes i forhold til donorforeningens tyre).

Ved hjælp af den af Henderson (1975) udviklede teknik er det nu muligt at anvende den såkaldte slægtsskabsmatrice ved avlsværdiudvurderingen af tyre ved hjælp af BLUP, således at slægtninges beregnede avlsværdital f.eks. for en tyrs halvbrødre, vil kunne medtages ved vurderingen af tyren selv. Såfremt der imidlertid er taget hensyn til de enkelte tyres afstamning, vil slægtsskabsmatricen ikke bidrage yderligere til tyrens avlsværdiudvurdering. Derimod kan hensyntagen til slægtsskabsmatricen have betydning for den ovenfor omtalte sammenligning på tværs af områder.

Det er muligt, at de EDB-mæssige forhold og kvægholdets struktur i løbet af nogle år vil medføre, at BLUP-teknikken med fordel vil kunne anvendes i den rutinemæssige afprøvning af tyre i Danmark. Eksempelvis vil øget besætningsstørrelse, større afkomsgrupper og en langt større udveksling af sæd på tværs af områder øge sikkerheden ved anvendelse af BLUP. Men sådanne ændringer vil naturligvis også styrke andre metoders anvendelighed. Med den nuværende danske struktur på kvægbrugsområdet vil anvendelse af BLUP-teknikken til rutinemæssig afprøvning af tyre for mælkeproduktionssegenskaber næppe kunne anbefales, medmindre denne teknik tilpasses til også at tage hensyn til *alle* staldkammeraterne og ikke kun til de jævnaldrende. Endvidere må der tages hensyn til ufuldstændige laktationer og til den beregnede avlsværdi af mødrene til de enkelte döttergrupper. Endelig må tekniske og økonomiske forhold ikke stille sig i vejen for en hyppig ajour-føring af tyrenes avlsværdital.

Ved udarbejdelsen af det amerikanske system MCC blev der arbejdet paral-

lelt med et system byggende på BLUP-teknikken. Ved den første verdenskonference om anvendt genetik i husdyravlen i Madrid 1974 gennemgik Dickinson de to metoder og udtalte (Dickinson 1974), at EDB-omkostninger, tekniske EDB-mæssige problemer og den relative effektivitet af de to metoder »*in the real world situation*« ville blive afgørende for valget, der – som anført – indtil videre er faldet på MCC.

Den omtalte effektivitet i det virkelige liv er ikke alene bestemt af metodens teoretiske egenskaber, men afhænger blandt andet også af brugerens tillid til de beregnede avlsværdital, og om disse er tilgængelige på det rette tidspunkt. Erfaringsmæssigt er det langt lettere at opnå en sådan tillid, såfremt det ved hjælp af aktuelle data fra »*real life*« er muligt skridt for skridt at gøre rede for, hvorledes et givet – eventuelt mistænkeligt – avlsværdital er fremkommet. På dette område har direkte opdatering en klar fordel fremfor både BLUP, ICC og MCC. Også ved avlsværdi-vurdering i almindelighed har anvendelse af direkte opdatering som pædagogisk hjælpemiddel mange fordele at byde på i sammenligning med andre metoder. For at udnytte fordelene ved direkte opdatering fuldt ud er det nødvendigt at have et skøn over den avlsmæssige fremgang pr. år for populationen som helhed. Da denne fremgang efter alt at dømme ikke varierer væsentligt fra år til år, vil det være tilstrækkeligt, om der med få års mellemrum gennemføres specielle undersøgelser med sigte på at frembringe nye skøn over fremgangen med henblik på eventuelle justeringer i avlsværdi-vurderingsproceduren. Sådanne undersøgelser må baseres på et *specielt datasæt*, som kun indeholder informationer, der er fri for systematiske påvirkninger. Som analysemetode kan peges på BLUP, der synes at have fortrin fremfor andre metoder ved fastlæggelsen af den avlsmæssige fremgang hos populationer med et effektivt avlsprogram. Sådanne undersøgelser vil samtidig åbne mulighed for grundige sammenligninger af BLUP og andre avlsværdi-vurderingsmetoder baseret på nøjagtig samme døtregrupper. Ligeledes vil sådanne undersøgelser kunne hjælpe til med at få klarlagt de egentlige årsager til eventuelle divergenser mellem resultaterne fra de pågældende metoder.

Ved anvendelse af direkte opdatering bliver alle dyr straks ved fødslen forsynet med et afstammingsindeks baseret på alle relevante informationer om dyrets aner. Som omtalt i *kapitel III* kan sikkerheden på dette indeks blive forholdsvis høj og bør derfor ikke overses ved den endelige avlsværdi-vurdering af køer og tyre. I flere undersøgelser (f.eks. Lindstrøm og Vilva 1972 og Powel et al. 1977b) er der da også fundet en ikke ubetydelig sammenhæng mellem et sådant afstammingsindeks og samme dyrs ydelsesmæssige værdi (for køer) og afkomsundersøgelsesresultater (for tyre). Der er især fire områder, hvor afstammingsindekset kan være af betydning for avlsarbejdet:

1. Kvægbrugeren kan anvende afstammingsindekset til at afgøre, hvilke kviekalve der skal anvendes til videre avl. Med den nuværende struktur i dansk kvægavl (jvf. kapital IV) foretages der imidlertid kun yderst ringe udvælgelse på dette tidlige tidspunkt af hundyrenes liv.

2. Afstammingsindekset kan anvendes til at afgøre, hvilke tyrekalve der skal indgå i afprøvningsproceduren. I mange lande – herunder de skandinaviske – »fastlægges« afstammingsindekset for de kommende ungtyre som regel på forhånd gennem planmæssige parringer mellem racernes bedste køer og tyre. Under de nuværende danske forhold burde det dog overvejes at sætte et vist minimumskrav til afstammingsindekset for tyrekalve, som ønskes individafprøvet på de officielle individafprøvningsstationer. Derimod bør der *ikke* – hverken fra centralt hold eller lokalt – offentliggøres afstammingsindekser for de tyre, der påtænkes afkomsundersøgt, idet en sådan forhåndsviden om ungtyrene kan påvirke brugen af dem og dermed øve indflydelse på afkomsundersøgelsesresultaterne.
3. Afstammingsindekset kan kombineres med tyrens afkomsundersøgelsesresultat (afprøvningsindekset), og udvælgelsen af tyre kan derefter baseres på det derved frembragte kombinationsindeks. Som vist i *kapitel III* kan afstammingsindekset give et betydeligt ekstrabidrag til kombinationsindeksets sikkerhed, når der kun indgår få døtre i tyrens afkomsgruppe.
4. Afstammingsindeksets vigtigste rolle er utvivlsomt dets anvendelse til vurdering af køer – altså dets betydning for køernes kombinationsindeks. Ofte vil en kos afstammingsindeks være af lige så stor værdi som dens egne præstationer, når kombinationsindekset beregnes.

Køernes *kombinationsindeks* vil kunne blive af stor betydning i fremtidens kvægavl. Kvægavleren kan utvivlsomt med fordel gøre brug af et sådant indeks ved planlægningen af avlsarbejdet inden for sin besætning. Men langt større betydning kan dette indeks dog få ved valget af tyremødre. Selektionsintensiteten i tyremødreleddet er som regel større end i noget andet led, og en stigning i sikkerheden ved køernes avlsværdivurdering har derfor særdeles stor betydning for de udvalgte tyremødres avlsmæssige overlegenhed. I Danmark udtrykkes den beregnede ydelsesmæssige avlsværdi for køer i form af et *ko-indeks*, der alene tager hensyn til køernes tre første laktationer samt *Y-tallet*, der tillige inkluderer informationer om køernes ophav. Ifølge Philipsson et al. (1978) er *Y-tallet* efter alt at dømme et af de mest velegnede af de avlsværdital for køer, der er taget i anvendelse i de vestlige lande. Ikke desto mindre vil anvendelse af direkte opdatering åbne mulighed for en yderligere forbedring af avlsværdivurderingen af køer, uden at dette medfører ekstra beregningsmæssige omkostninger. Ved beregningen af en kos kombinationsindeks ved hjælp af direkte opdatering tages der således hensyn til den *avlsmæssige fremgang* i populationen. Desuden vil kombinationsindekset indeholde informationer om *alle koens laktationer*, hvor *Y-tallet* kun medtager de tre første. Et andet og vigtigere forhold er, at der – som diskuteret i *kapitel V* – er mulighed for at tage hensyn til de enkelte besætningers avlsmæssige og miljømæssige niveau på en langt mere effektiv måde, end det sker i *Y-talsberegningerne*. Eksempelvis vil en besætnings køer ikke længere automatisk få et positivt bidrag til deres avlsværdital, blot fordi besætningens ydelsesniveau er højere end racens gen-

nemsnit. Dertil kommer, at direkte opdatering kan tilvejebringe en sikker afvejning af hver enkelt laktation under hensyntagen til heritabiliteten for den pågældende laktation. Ligeledes kan der, om ønskeligt, tages hensyn til størrelsen af den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer og til den relative værdi af første og senere laktationer i det opstillede avlsmål.

Nyere undersøgelser af den faktiske værdi af beregnede avlsværdital for køer har vist, at disse tal stort set har kunnet opfylde forventningerne. McGilliard og Freeman (1976) fandt således, at korrelationen mellem mødrenes beregnede avlsværdital og døtrenes korrigerede ydelsesresultater var 0,18 mod forventet 0,20. Og på et stort dansk materiale fandt Madsen (1978), at korrelationen mellem mødrenes Y-tal og døtrenes korrigerede ydelse var 0,16, og mellem mødrenes indeks, beregnet ved hjælp af BLUP-teknikken og døtrenes korrigerede ydelse, var 0,13. Ingen af disse resultater afveg signifikant fra de forventede korrelationer, som var henholdsvis 0,17 og 0,16. Regressionen af døtrenes korrigerede ydelser på mødrenes Y-tal og BLUP-værdier udgjorde dog kun henholdsvis 74% og 72% af de forventede værdier. Lignende resultater blev fundet på norsk materiale af Trodal og Syrstad (1977). Både Y-tallet og det norske ko-indeks bliver imidlertid beregnet uden hensyntagen til den avlsmæssige fremgang. Desuden anvendes den såkaldte besætningsheritabilitet ved beregningen af disse tal, hvilket som tidligere omtalt kan give anledning til alvorlige fejlskøn. Disse forhold i forening kan forklare, hvorfor de pågældende tal ikke helt har indfriet forventningerne i de pågældende undersøgelser. Undersøgelserne af Madsen (1978) er dog en klar bekræftelse på, at Y-tallet er et pålideligt avlsværdital. En eventuel overgang til direkte opdatering som metode til avlsværdiurderingen er imidlertid ikke ensbetydende med, at alle tidligere avlsmæssige tal (Y-tal og R-tal) kasseres. Tværtimod vil den meget værdifulde information, som disse tal repræsenterer, let kunne konverteres til at indgå i et revideret avlsværdiurderingssystem, som gør brug af direkte opdatering.

10 Sammendrag

I *kapitel I* omtales avlsarbejdets store betydning for de senere års stigning i mange husdyrarters produktionsevne, og der gives en kort beskrivelse af den historiske baggrund for det teoretiske og tekniske fundament, som avlsarbejdet hviler på. Der peges på behovet for en bedre udnyttelse af den nuværende avlsmæssige viden, således at der i højere grad fremover kan drages nytte af de store genetiske ressourcer, der eksisterer i form af en potentiel forbedring af husdyrarternes vigtigste egenskaber. Det anføres, at en del af kvægets sekundære egenskaber bør prioriteres højere i avlsarbejdet, end det er tilfældet i dag, og at avlsmæssige databaser kan blive et vigtigt hjælpemiddel til at sikre en mere effektiv udnyttelse af den samlede informationsmængde om alle potentielle avlsdyr.

I *kapitel II* understreges vigtigheden af at få en klar definition af avlsmålet for hver af de egenskaber, som ønskes forbedret. Det anbefales, at der ikke alene beregnes et avlsværdital for hver enkelt egenskab, men at der tillige foretages en samlet avlsmæssig vurdering af hvert dyr for derved at maximere udnyttelsen af alle informationer, når udvælgelsen finder sted. Med hensyn til ydelsesegenskaberne anbefales, at køernes 305-dages smørfedtydelse fortsat anvendes som primært avlsmål, men det understreges, at også proteinydelsen bør inddrages, hvis proteinprocenten fremover bliver registreret i større omfang.

I *kapitel III* beskrives grundprincipperne for en forenklet metode til vurdering af et dyrs avlsværdi. Den pågældende metode – direkte opdatering – bygger på selektionsindeksteorien og gør brug af følgende indekser: I_1 = afstamningsindekset, der er baseret på alle oplysninger om dyrets aner. I_2 = afprøvningsindekset er baseret på alle oplysninger om dyrets egne præstationer og/eller præstationerne hos dyrets afkom. I_3 = kombinationsindekset er baseret på de to førstnævnte indekser og kombinerer på bedst mulig måde de informationer, der ligger til grund for I_1 og I_2 . Metodens væsentligste fordele frem for andre avlsværdiurderingsmetoder er, at den er enkel og let at arbejde med, og at den følgelig stiller beskedne krav til EDB. Metoden indebærer, at der kontinuerligt kan korrigeres for den avlsmæssige fremgang i populationen, og ved beregningen af tyrenes afprøvningsindekser kan der tages hensyn til den beregnede avlsmæssige værdi af mødrene til tyrens døtre. Det konkluderes, at manglende hensyntagen til mødrenes beregnede avlsværdier indebærer, at tyrenes afprøvningsindeks ændrer sig ca. en enhed, for hver enhed mødrenes gennemsnitlige indeks ændrer sig.

Afstammingsindekset vil altid bidrage væsentligt til sikkerheden ved køernes kombinationsindeks og vil også kunne øge sikkerheden ved en tyrs endelige indeks væsentligt, hvis den kun har få døtre i afkomsguppen.

Hovedprincipperne for anvendelse af direkte opdatering til etablering af en databank for kvægavlen er beskrevet og illustreret ved hjælp af numeriske eksempler. Der peges på metodens anvendelighed som pædagogisk hjælpemiddel til at fremme forståelsen af de problemer, der knytter sig til en kombineret avlsværdivurdering.

Kapitel IV omhandler problematikken omkring avlsværdivurderingen af dyr, der tilhører populationer, som påvirkes af avlsmæssige og miljømæssige ændringer. Et litteraturstudium viser, at den avlsmæssige fremgang for mælke- og smørfedtydelser hos de fleste højtudviklede malke- og kombinationsracer er ca. 1% pr. år. Egne undersøgelser viste, at de danske racer RDM og SDM tilsyneladende har haft en årlig avlsmæssig fremgang på 1,6–1,7 kg smørfedt målt på 1. kalvs kørs 305-dages laktation. Både denne fremgang og den løbende selektion medfører, at der er stor avlsmæssig forskel mellem de forskellige grupper af avlsdyr. Ved avlsværdivurderingen er det vigtigt at være opmærksom på disse forskelle, og der bør om muligt anvendes et fælles referencegrundlag for alle de dyr, der avlsværdivurderes uanset alder, køn og kategori.

I *kapitel V* diskuteres, hvilke faktorer der især påvirker køernes ydelser, og som der følgelig må tages hensyn til ved avlsværdivurderingen. Der peges på vigtigheden af at få fastlagt staldkammeraternes avlsmæssige niveau, før dyrets egen avlsværdi beregnes. Besætningsheritabiliteten er ikke særlig anvendelig i denne henseende, derimod kan der ved hjælp af køernes egne indekser fås et anvendeligt skøn over de enkelte besætningers avlsmæssige niveau, og dermed kan også det miljømæssige niveau beregnes. Skalaeffekten på den fænotypiske og genetiske varians fra et besætningsniveau til et andet omtales, og det konkluderes, at uanset om der tages hensyn til disse effekter eller ej, vil det være lettere at finde køer med gode ydelsesanlæg (tyremødreemner) i højtydende end i lavtydende besætninger.

Kapitel VI omhandler anvendelse af ufuldstændige laktationer i avlsarbejdet. Det pointeres, at det først og fremmest er størrelsen af den genetiske korrelation mellem ufuldstændige og fuldstændige laktationer, der bestemmer, hvor stor vægt ufuldstændige laktationer skal tillægges ved avlsværdivurdering af køer og tyre. Anvendelse af ufuldstændige laktationer vil medføre, at tyrene kan opnå en given sikkerhed på avlsværditallet ca. 6–8 mdr. tidligere, end det er tilfældet, hvis der udelukkende anvendes fuldstændige laktationer. Endvidere vil hensyntagen til alle laktationer bevirke, at dårlige tyre ikke overvurderes

som følge af, at der hos sådanne tyre er større afgang af lavtydende døtre end hos andre tyre.

Det optimale tidspunkt for selektion af tyre under afprøvning er afhængigt af den forventede stigning af sikkerheden pr. tidsenhed, som selektionen udsættes. Antallet af prøveinsemineringer i alt og længden af det tidsinterval disse fordeles over, er af stor betydning i denne sammenhæng.

I kapitel VII vises, hvorledes der ved direkte opdatering kan tages hensyn til, at heritabiliteten for første laktation er større end heritabiliteten for senere laktationer, og at den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer er forskellig fra 1,0. Det sidste medfører, at første og senere laktationer må betragtes som forskellige egenskaber, og at der følgelig må tages stilling til, hvor stor vægt disse egenskaber hver især skal tillægges i avlsmålet. Det konkluderes, at disse forhold især er af betydning ved rangeringen af køer, som er vurderet på grundlag af forskelligt antal laktationer, og at der selv ved forholdsvis lav genetisk korrelation mellem første og senere laktationer og relativ stor vægt på de senere laktationer næppe er grund til at inddrage døtrenes anden og senere laktationer ved avlsværdivurdering af tyre.

I kapitel VIII er vist, hvorledes der ved hjælp af direkte opdatering både kan tages hensyn til, hvor mange staldkammerater de enkelte tyre har, og til den fælles miljøeffekt (C-effekt), der fremkommer, når der er flere døtre efter samme tyr i samme besætning. Det konkluderes, at begge disse forhold kan være af stor betydning ved avlsværdivurderingen af tyre, og at det derfor må tilstræbes, at hver enkelt tyr's døtre fordeles på mindst 10 besætninger. Såfremt der ikke tages hensyn til døtrenes fordeling på besætninger og til C-effekten, vil mange tyre fejlvurderes, og sikkerheden ved tyrenes afprøvning vil blive overvurderet.

Kapitel IX's første del er en sammenfattende diskussion, i hvilken der blandt andet drages sammenligninger imellem direkte opdatering og fire andre nyere metoder til avlsværdivurdering af tyre for mælkeproduktionsegenskaber. Selv om metoderne på flere punkter er afvigende fra hinanden konkluderes, at for de fleste populationers vedkommende vil tyrenes indbyrdes rangering sandsynligvis ikke påvirkes afgørende af, hvilken af disse metoder der anvendes ved vurderingen. Brugernes tillid til de beregnede avlsværdital og sandsynligheden for, at der forefindes ajourførte avlsværdital på det tidspunkt, selektionen ønskes foretaget, er derfor mere afgørende for effekten af afkomsundersøgelserne i praksis end valg af beregningsmetode.

Afstammingsindeksets betydning diskuteres, og der peges på, at der bør sættes et minimumskrav til dette for tyrekalve, der ønskes individafprøvet. Ved beregningen af køernes kombinationsindeks vil afstammingsindekset ofte være

af lige så stor betydning som køernes afprøvningsindeks. I modsætning til Y-tallet tager kombinationsindekset hensyn til den avlsmæssige fremgang og til alle koens laktationer. Desuden kan de enkelte besætningers avlsmæssige og miljømæssige niveau tilgodeses mere hensigtsmæssigt, end det sker i dag.

11 English Survey

The primary objective of the present thesis is to present a method of combined evaluation of breeding values with special reference to dairy cattle. The method, which is throughout called »direct updating«, is based on selection index theory. The main advantage of the method is its simplicity, which makes it easy and cheap to use in practice. Consequently the method makes it possible to include a greater part of the aggregate information in the evaluation of each individual. The main principles for using the method to establish a data bank for all potential breeding animals in the population in question are described. The thesis is first and foremost dealing with problems concerning the evaluation of bulls, cows, young stock and herds with respect to milk and butterfat production but the method is also applicable to other species.

Chapter I

During this century the productivity of the domestic animals in the western part of the world has increased considerably.

An important contribution to this progress has been provided by genetic improvement through selection and examples are presented illustrating this point. The historical background for the theoretical and technical basis of the selection work is briefly outlined.

It is pointed out that there is a great need of marketing the present knowledge of animal breeding. This would ensure that a larger part of the genetic resources, which exist in the form of potential improvement of production traits could be exploited. It is assumed that more emphasis has to be placed on a number of secondary traits in future dairy cattle breeding. The establishment of a data bank for all potential breeding animals may be valuable for a more efficient utilization of the total information available about each individual in the population in question.

Chapter II

The selection objective for each trait has to be well defined. In addition to the index values combining all the traits it is suggested that estimates of breeding values for each trait should be published separately.

As far as the milk production traits are concerned it is recommended to define the aggregate genotype (A) as:

$$A = v_1 A_1 + v_2 A_2$$

where A_1 = the true breeding value for the 305 days' butterfat production in first lactation,

A_2 = the true breeding value for the 305 days' butterfat production in subsequent lactations,

v_1 = the relative weight of A_1

v_2 = the relative weight of A_2

This distinction between first and subsequent lactations is made due to the fact that the genetic correlation between these traits is considerably less than unity.

When protein production records are made readily available they should be included in the aggregate genotype. The importance of defining the aggregate genotype in the same way for all categories of individuals is stressed.

Chapter III

The direct updating procedure deals with three types of indexes. Firstly the *pedigree-index* (I_1) which includes all information about the ancestors of the individual. Secondly the *test-index* (I_2) which includes either information on the individual's own performance or information on the progeny. The third index which is called the *combined index* (I_3) is calculated on the basis of I_1 and I_2 . Thus I_3 is proposed to be the proper selection criterion. The indexes express the expected genetic superiority of the individuals up to the present time.

The following formulae are derived under the following assumptions:
that all lactations are corrected for age, herd, year, season, calving interval etc.

that all corrected lactations have equal phenotypic and equal genetic variance
that the phenotypic correlation between two arbitrary lactations of the same cow is equal to the repeatability (r)

that the genetic correlation between two arbitrary lactations of the same cow is equal to unity (i.e. $A_1 = A_2$ in the above formula)

that the intraclass correlation (t) between paternal halfsibs is equal to $\frac{1}{4} h^2$

that the genetic progress per unit of time (ΔG) in the population is known.

The pedigree-index:

$$I_1 = 0.5 (I_F + I_M)$$

where I_F and I_M is I_3 for the sire and the dam, respectively,

The accuracy of the pedigree-index:

$$r_1^2 = 0.25 (r_F^2 + r_M^2)$$

where r_F^2 and r_M^2 are the accuracy of I_3 for the sire and the dam, respectively.

In figure 1 the accuracy of the pedigree-index is compared to the accuracy of performance testing and the accuracy of progeny testing.

The test-index for cows:

When constructing this index the lactations are considered *one at a time*:

$$r^2 \quad I_2 = b_1 I. + b^2 P$$

$$b_1 = \frac{h^2 (1 - r)}{h^2 - r^2 r^2}$$

$$b_2 = (1 - b_1) h^2 / r$$

where $I.$ = the cow's test-index based on previous lactations

P = the cow's new lactation

r^2 = the accuracy of $I.$

If P is the cow's first lactation, $I. = r^2 = 0$. When the next lactation is to be included I_2 is substituted by $I.$ according to the formula:

$$I. = I_2 - r^2 \Delta G$$

where ΔG is the genetic progress measured from the previous updating.

The accuracy of the test-index of the cows:

$$r_2^2 = r^2 b_1 + b_2$$

Note that one only needs to know the old index, its accuracy and the new lactation to calculate the new index and its accuracy. Examples are given in table 1.

The test-index for bulls:

When calculating the test-index for a bull the bull's daughters and their dams are considered one pair at a time:

$$I_2 = b_1 I. + b_2 I_D + b_3 I_M$$

where

$I.$ = the test-index of the bull based on previous daughter-dam pairs

I_D = the *test-index* of the new daughter

I_M = the *combined index* of the new daughter's dam.

The formulae to calculate b_1 , b_2 and b_3 are given on page 28 formula (14), (15) and (16) respectively.

The accuracy of the test-index for bulls is calculated by means of formula (17) page 28.

It is shown that the influence of the genetic value of the dams (I_M) on I_2 increases with increasing number of daughter-dam pairs. Thus the regression of I_2 on I_M would be equal to the accuracy of I_2 (r_2^2), in case I_M is ignored when estimating I_2 .

The combined-index:

$$I_3 = b_1 I_1 + b_2 I_2$$

$$\text{where } b_1 = \frac{1 - r_2^2}{1 - r_1^2 r_2^2}$$

$$b_2 = 1 - b_1 r_1^2$$

The accuracy of the combined index:

$$r_3^2 = 2 - b_1 - b_2$$

Examples are given in *table 2*.

In Denmark all records from the milk-recorded cows are sent to a central electronic data processing center LEC in Århus. The records are processed immediately and added on to the main data. This procedure makes it possible to update the indexes of all individuals continuously by means of the formulae shown above. For example this procedure can be performed in the following steps:

1. Update the indexes for cows in the following order: Firstly the pedigree-index, secondly the test-index and finally the combined index. This procedure should be carried out firstly with the older cows' records to ensure that the daughters' pedigree-indexes are updated correctly.
2. The test-indexes for all bulls under progeny testing is updated. Since the indexes of a daughter and that of her dam are on same record files this updating can be done by going through the data only once. One disadvantage of this procedure is that the combined indexes of the dams may not be completely updated, since they depend on the indexes of their sires. However, the major part of the sires of the test-daughters' dams are well-proven sires (see *figure 2*) and the dams' combined indexes are consequently updated in step 1. Even in the case of having a few sires of dams as test-bulls the fact that the entire data-bank is updated several times a month ensures that the dams' combined indexes are for all practical purposes updated.

3. The pedigree-index and the combined index are updated for all individuals (bulls, cows and young stock). To ensure that each individual has an updated combined index before it appears as parent of the individual to be evaluated, it is necessary to update the older individuals first and finish with the young stock.

The practical application of direct updating is illustrated by means of numerical examples. Thus the individuals in the pedigree of *figure 3* are evaluated. The results are given in *table 3 and 4*. The same pedigree is given in *figure 4*, but in this case the time at which the different information appears, and the mean of the combined indexes of the test-daughters' dams are considered. This pedigree is used to illustrate the different steps in the establishment of a data-bank. It is considered that $h^2 = 0.20$, $r = 0.40$ and $t = 0.05$ and that $\Delta G = 2$ per unit of time. The calculations are shown and discussed on page 42–51, and the main results are given in *table 5*.

Chapter IV

The methods of evaluation of breeding values are generally based on the assumption that no genetic trend exists in the population in question. This assumption is seldomly tenable in most traits undergoing selection in our domestic animal populations. A literature review summarized in *table 6* shows that the genetic progress in milk and butterfat production for most of the improved dairy and dual purpose cattle populations is approximately 1% per year. Results of research described in this chapter show that the genetic improvement of Danish Friesians during the period 1965–1970 was estimated to be 45 kg of milk per year and 1.65 kg butterfat per year in 1st lactation. It was shown (see *table 8 and figure 5*) that a considerable difference exists between the different categories of breeding animals. Thus in practice the difference between an average cow and an average proven bull amounted to 14 kg of butterfat and the difference between the proven bulls and the unproven bulls used at the same time was 9 kg of butterfat.

Genetic progress and the differences between the different categories of breeding animals in a cattle population under selection (see *table 10*) call for a common basis to which all breeding values should be compared. It is proposed to use a rolling base defined as the mean of all herd averages in the population. It is suggested that the average of a given herd should be calculated as the average of the age corrected 305 days' butterfat yield of all cows which had completed a 305 days' lactation within the previous 12 months. The estimated breeding values of all individuals (bulls, cows and young stock) are suggested to be published as *relative breeding values*, calculated as:

$$RBV = \frac{I_3 \cdot 100}{\bar{R}} + 100$$

where I_3 is the combined index of the individual
and $\bar{R}$ is the rolling base at the moment of calculation.

The expected average of RBV for the different categories of breeding animals is given in *table 11*.

Chapter V

In order to estimate the breeding value it is necessary to remove some 'systematic effects which influence yield. It is proposed to use multiplication factors to remove age effects and curve-linear regression to remove the effect of days open. The effect of season should be removed by measuring the yield of a cow as deviation from other cows which have calved in the same season. This chapter also deals with problems involved with herd size and the phenotypic and genetic level of different herds.

If P_n is a cow's yield measured as deviation from the herd average and P_m is the yield of the same cow measured as deviation from the herd mates, then

$$P_n = \frac{n-1}{n} P_m = \frac{m}{m+1} P_m$$

where n = number of cows in the herd

and m = number of herd mates.

When estimating the breeding value of a cow it is important to take into consideration the size of the herd. However, the average production level of a herd can be estimated with higher accuracy for big herds than for small herds. Consequently one has to correct the herd level for number of cows in the herd. This correction can be made by means of the following formula:

$$B_k = b B_n = \frac{n t}{t(n-1) + 1} B_n$$

where B_n = the herd average measured as deviation from the population mean

b = the regression of the true herd deviation on the B_n

n = number of cows in the herd

t = the intraclass correlation for cows belonging to the same herd.

Since t in most investigations turns out to be equal to $1/3$ we have:

$$B_k = \frac{n}{n+2} B_n$$

In order to find a good method of eliminating the permanent herdeffect five measurements of the phenotypic deviations in yield for cows belonging to herds of varying sizes were compared by means of a simulation study.

P_1 = the cow's deviation from the population mean

P_2 = the cow's deviation from the herd average including the cow herself

P_3 = the cow's deviation from the herdmate average

P_4 = the cow's deviation from a herdmate average which is corrected for number of herdmates by multiplying the deviation of the herdmate average from the population mean by $\frac{m}{m+2}$ where m is the number of herdmates,

P_5 = the cow's deviation from the herd average corrected for number of cows (n) by multiplying its deviation from the population mean by $\frac{n}{n+2}$ where n is the total number of cows in the herd.

A numerical example is given in *table 12*. *Table 13, 14 and 15* summarize the main results from the simulation study.

It is concluded that P_1 is inferior to the other measurements all of which are very similar provided the herd size comprises 10 or more cows. However, the efficiency of P_5 is either equal to or greater than the efficiency of the other measurements. Consequently P_5 should be preferred.

The importance of taking into consideration the *genetic level* of the herd (herdmates) is stressed. An estimate of the genetic superiority of a herd can be obtained by multiplying the herd deviation by the herd heritability. Two types of herd heritabilities are discussed. The first gives an estimate of the proportion of the variance between herd averages, which is due to *actual* genetic differences. This heritability is estimated as the regression of the average true breeding value of the cows in the herd on the herd average, giving:

$$h_{B_n}^2 = \frac{h^2 + (n-1) r h^2}{1 + (n-1) t}$$

where r = the genetic correlation between cows belonging to the same herd. The other symbols are given above.

The second herd heritability expresses the proportion of variance between herds, which refers to *permanent* genetic differences. This heritability is estimated as the regression of the expected true breeding value of future cows in the herd on the actual herd average:

$$h_{B_p}^2 = \frac{n r h^2}{1 + (n-1) t}$$

The difference between the two heritabilities at different herdsize (n) and at different genetic correlation (r) is given in *figure 6*.

The use of herd heritabilities to estimate genetic differences between herds is discussed, and it is concluded that this method gives very inaccurate estimates.

It is proposed instead to use either the regressed average pedigree-index (I_{B_1}) or the regressed average combined-index (I_{B_3}) for all cows in the herd as an estimate of the genetic superiority of the herd:

$$I_{B_1} = b_1 \bar{I}_1$$

$$I_{B_3} = b_3 \bar{I}_3$$

where b_1 and b_3 are the regression of the average true breeding value of the cows in the herd on the average pedigree-index ($\bar{I}_1$) and on the average combined index ($\bar{I}_3$) for the same cows, respectively.

The regression coefficients are estimated as:

$$b_1 = \frac{1 + (n-1) r}{1 + (n-1) r \bar{r}_1^2}$$

$$b_3 = \frac{1 + (n-1) r}{1 + (n-1) v}$$

where $\bar{r}_1^2$ = the average accuracy of the cows' pedigree-indexes

v = the intra-class correlation of combined indexes
of cows between herds.

The accuracy of I_{B_1} and I_{B_3} is equal to $b_1 \bar{r}_1^2$ and $b_3 \bar{r}_3^2$, respectively. As shown in *figure 7* the accuracy depends very much on the number of cows in the herds. For 30 cows per herd the accuracy of I_{B_1} will be of the order of .6-.7 increasing to .8-.9 for 100 cows per herd. The accuracy of I_{B_3} is more difficult to estimate because it depends on the intra-class correlation v , which is unknown. However, this parameter can be estimated by means of field data.

It is suggested that the actual environmental superiority of the herds is estimated as:

$$E_B = B_n - I_{B_i}, i = 1 \text{ or } 3$$

and the permanent environmental superiority as:

$$E_{B_p} = \frac{n}{n+2} B_n - I_{B_i}, i = 1 \text{ or } 3$$

The latter expression should be subtracted from the yield of all cows belonging to the herd in question, when evaluating the test-indexes of the cows. This ensures that the estimates should be independent of the permanent environment in the herd and the genetic level of the herdmates.

It is well-known that the phenotypic variance in yield increases with increasing herd level. This scale-effect causes cows from high yielding herds to have higher probability of reaching a given phenotypic superiority than cows from lower yielding herds (see *figure 8*). However, the genetic variance also increases with increasing herd level and moreover increases relatively more than the phenotypic variance. This means that cows from high yielding herds can be evaluated with higher accuracy than those from low yielding herds. The effect (bias) introduced due to ignoring the scale effect and that of ignoring the differences between the heritabilities at different herd levels seems to be of the same magnitude but with an opposite sign (see *table 17*). Consequently it is concluded that one either has to ignore these circumstances or to take *both* of them into consideration. But no matter which solution one chooses the high yielding herds will – rightly – be favoured in the selection of bull dams.

Chapter VI

Use of incomplete records often results in a higher accuracy in the evaluation of bulls or bring about a given accuracy at an earlier date. On the basis of a literature review it is found that the heritability for incomplete lactations is approximately equal to the heritability of complete lactations. The genetic correlation (r_a) increases from .8 – 1. when the lactation length increases from 30–305 days. From a genetic point of view it is unnecessary to estimate complete lactations from part-lactations, but it is important to take into consideration the genetic correlation (r_a) between them. Thus the accuracy of a test-index calculated solely on the basis of part-lactation(s) is directly proportional to r_a^2 .

When using direct updating for estimating the test-index of cows on the basis of complete and incomplete lactations the formula is:

$$I_2 = b_1 I. + b_2 p$$

where I_1 = the cow's test-index based on n complete lactations

p = the cow's new lactation, which might be a part-lactation.

Note that n might be equal to zero. The b -values in this formula are calculated as:

$$b_1 = \frac{h^2 - r_a r_p h^2}{h^2 - r^2 r_p^2}$$

$$b_2 = \frac{(1 - b_1) h^2 \sigma_p}{r_p \sigma_p}$$

where r_p = the average correlation between p and each of the n complete lactations

r^2 = the accuracy of I_1 .

The accuracy of the updated index is:

$$r_2^2 = b_1 r^2 + \frac{(1 - b_1) h^2 r_a}{r_p}$$

In *table 18* examples are given of the accuracy of I_2 and the relative gain in accuracy by including an incomplete lactation.

When the test-indexes of a bull's daughters are based on lactations of different length the following formulae are proposed:

$$I_2 = b_1 I_1 + b_2 I_D + b_3 I_M$$

I_1 = the test-index of the bull based on previous daughter-dam pairs

I_D = the test-index of the new daughter

I_M = the combined index of the dam of the new daughter.

I_1 and I_D might be based on either part-lactations or complete lactations.

The b -values can be calculated as:

$$b_1 = \frac{4 - r_D^2 r_M^2 - r_D^2 a/r_a^2}{4 - r_D^2 r_M^2 - r_D^2 r^2 a^2/r_a^4}$$

$$b_2 = \frac{2(1 - b_1) r_a^2}{r_D^2 a}$$

$$b_3 = \frac{(b_1 - 1) r_a^2}{a}$$

where r_a = the genetic correlation between the new daughter's actual lactation and the corresponding complete lactation

r_i^2 = the accuracy of the index with subscript i , $i = ., D$ and M

a = a variable which depends on r_a , the genetic correlation between the lactations in $I.$ and the corresponding complete lactations, and on the genetic correlation between the new lactation and corresponding lactations of the same length as the lactations in the index (see figure 10). It is shown that with good approximation a can be calculated as

$$a = \frac{n \frac{1}{4} h^2 r_a^2}{(1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2) r_2^2}$$

where n = the number of daughters in $I.$

When using this formula a can be larger than 1. However, if this is the case, it should be set equal to 1.

The accuracy of the index given in formula (91) page 133. When starting the procedure with the first daughter-dam pair a is not defined, but has to be set equal to r_a^2 .

The effect of using incomplete lactations in different situations was investigated algebraically. The main results are illustrated in figure 9 and 11.

Figure 12 illustrates how the distribution of the calvings of a bull's daughters depends on the variation in age at calving and the duration of the test-inseminations. It is seen that even if the test-inseminations are carried out in a few months the calvings will be distributed over more than 2 years. A simulation study showed that use of both complete and incomplete records shortens the moment at which the index can be calculated with a given accuracy by 6-8 months (see table 19 and figure 13).

Use of incomplete lactations also ensures that different culling from group to group will not bias the bulls' test-indexes. It was found that the optimum point of selection was the moment at which the expected increase of the accuracy of the bull's index was less than .018 per month (see figure 13). The corresponding figure for bull sires was .013.

Chapter VII

On the basis of a literature review it was found that the heritability for first lactation is generally considerably higher than the heritability of subsequent lactations.

It was also found that the genetic correlation (r_a) between first lactation and subsequent lactations is approximately .85. The assumptions of equal heritability for all lactations and $r_a = 1$, used in *Chapter III-VI* do not hold. This involves that also the weighting-factors v_1 and v_2 in the right hand side of the equation for the aggregate genotype given in *Chapter II* have to be considered in the updating procedure. Since the accuracy of an index depends on the ratio of the weighting factors and not on the absolute values it was found to be advantageous to scale v_1 and v_2 in such a way that the variance of the aggregate genotype becomes equal to the additive genetic variance of the lactation yield (it was assumed that $\sigma_{A_1}^2 = \sigma_{A_2}^2$).

The scaling was done by solving the equations:

$$v_1^2 + v_2^2 + 2 r_a v_1 v_2 = 1$$

$$\text{and} \quad x = v_1/v_2$$

$$\text{giving } v_1 = x v_2$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{1}{x^2 + 2 r_a x + 1}}$$

It is shown that if the bulls' test-indexes are calculated solely on the basis of daughters with one lactation, then the fact that $r_a < 1$ involves using the following expressions for I_2 and r_2^2 :

$$I_2 = k_1 I_2'$$

$$r_2^2 = k_1^2 I_2'^2$$

$$\text{where } k_1 = v_1 + r_a v_2$$

The prime (') indicates that the parameters are estimated on the basis of the assumption that $r_a = 1$.

In *table 20* the influence of the ratio v_1/v_2 and r_a on k_1 is shown. It should be noted that if r_a is small and much emphasis is placed on the later lactations, the accuracy of the bulls' test-indexes will decrease considerably. However, the inclusion of the daughter's 2nd lactation in the bull's test-indexes should not be advised, firstly because of the prolonged generation interval and secondly because of selection among the daughters.

Since the selection of bull dams always should be based on several lactations, it is important that the difference in heritability between lactations is taken into consideration. In this case the test-index and its accuracy can be estimated by means of formulae (104) – (107) given at page 150.

In these formulae i refers to the i 'th lactation. It is assumed that $r_a = 1$, and that the phenotypic covariance between two arbitrary lactations is equal to the repeatability (r) times the phenotypic variance of first lactation. The influence of the repeatability and of the heritabilities of first and subsequent lactations on the weights (b -values) given to the lactation is shown in *figure 14* and in *table 21*.

In case $r_a < 1$, b -values should be calculated according to the formulae (109) and (110) given at page 155. The variable d_i , in these expressions is the sum of the aggregate weights given to each of the lactations (see appendix 5.5). The accuracy of the index can be estimated by means of formula (114) page 155. Examples of the influence of the genetic correlations on the ratio of the weight at first lactation (B_1) to the weight on the i 'th lactation (B_i) are shown in *table 22* and in *figure 15*. It is concluded that for the ranking of cows with different number of lactations and for the calculation of the pedigree-index it is of special importance to take into consideration the fact that $r_a < 1$ and that $h_1^2 \neq h_i^2$. If $v_1 = v_2$ the ranking of the individuals is independent of the magnitude of v_1 , v_2 and r_a .

Chapter VIII

This chapter deals with the effect of number of herdmates and the environmental correlation between daughters in the same herd (C-effect) on the accuracy of a bull's test-index. The relative efficiency of a new daughter on this accuracy as a function of the herdsize and the number of daughters in the herd (ignoring the C-effect) is given in *table 23*.

On the basis of a literature review the environmental correlation (c^2) is estimated to be approximately .1.

By means of direct updating it is also possible to take into account this C-effect in the estimation of a bull's test-index. In this case the updating procedure is carried out according to the following steps.

1. Calculate the bull's test-index using formula (87) given on page 131 on the

basis of the bull's daughters and their dams in the *first herd*, in which one or several daughters of the bull in question, are present.

- Convert the estimated accuracy (r_2^2) to number of daughters (n') by means of the formula

$$n' = \frac{r_2^2 (4 - h^2)}{h^2 (1 - r_2^2)}$$

- Calculate the efficient number of daughters as:

$$n_e = n' (1 - n'/n_B)$$

where n_B = the total number of cows in the herd.

- Calculate the »effective« accuracy of the index as:

$$r_e^2 = \frac{n_e 0.25 h^2}{1 + (n_e - 1) t}$$

where $t = 0.25 h^2 + c^2$; ($t = 0$ for $n_e \leq 1$)

- Correct the estimated test-index (I_2) by means of the formula:

$$I_e = r_e^2 / r_2^2 \cdot I_2$$

- Repeat the steps 1–5 for the second herd, in which daughters after the bull in question are present.
- Calculate an index (I_E) on the basis of the index from the previous herd(s) (now called I_1) and the index from the new herd (I_e) as:

$$I_E = b_1 I_1 + b_2 I_e$$

where

$$b_1 = \frac{1 - r_e^2}{1 - r_1^2 r_e^2}$$

$$b_2 = \frac{1 - r_1^2}{1 - r_1^2 r_e^2}$$

The accuracy of I_E is calculated as:

$$r_E^2 = \frac{r_1^2 + r_e^2 - 2 r_1^2 r_e^2}{1 - r_1^2 r_e^2}$$

8. Repeat step 1-5 for the next herd, in which daughters after the bull are present.
9. Set $I_e = I_E$ and $r^2 = r_E^2$ and repeat step 7.
10. Repeat the steps 8, 9 and 7 until all herds with daughters after the bull are included.

Notice that the whole procedure can be carried out by going through the data just once.

The method can easily be expanded to give higher weights on daughters with *contemporary* herdmates than on daughters with older herdmates.

As it appears from *table 24* the accuracy of the test-index of bulls having daughters in only one or in very few herds is rather low. To ensure a proper progeny test the daughters had to be distributed on at least 10 herds. Ignoring the C-effect and the distribution of the daughters lead to an overestimation of the bulls' test-indexes and consequently also the pedigree-indexes and the combined indexes of the progeny.

Chapter IX

The rate of genetic progress in milk production traits has grown into a difficult problem for the estimation of breeding values in cattle. This is particularly true for the evaluation of cows on the basis of pedigree and/or their own performance, and also for the comparison of bulls belonging to different generations.

In recent years much effort has been made to develop methods, which make allowance for genetic differences between years and herds, when assessing the bulls on the basis of daughter records. Especially attention has been paid to the following four methods all of which have been put into use in practice in the mid-seventies:

BLUP (Best Linear Unbiased Prediction) also known as direct sire comparison. This technique was first applied in practice in the Northeastern A.I. Sire Comparison (NEAISC) and later on in other countries, for example Canada. **MCC** (Modified Contemporary Comparison) is now the national method of sire evaluation in U.S.A.

ICC (Improved Contemporary Comparison) was developed in U.K. and recently adopted by the Milk Marketing Board of England and Wales.

MCD (Modified Cumulative Differences) is now used in the national breeding scheme in Israel.

Common for these four methods is that they are accounting for the genetic value of sires of cows which are contemporary and/or herdmates of daughters

of bulls being evaluated. The genetic differences of older and younger bulls are compared by using a fixed base population for the comparisons.

According to these methods the highly selected bulls are revaluated together with the evaluation of the new batch of bulls. The revaluation of older bulls may introduce biases, because some of the proven bulls are mated to much better cows than other bulls. *Direct updating* does not involve any revaluation of older bulls, but the estimated breeding values of the bulls are continuously adjusted for the genetic progress in the population. In contrast to the four methods mentioned above *direct updating* takes into consideration all pedigree information of each herd-mate to which the daughters of the test-bulls are compared. Moreover the estimated breeding value of each mate (dam of test daughter) is considered when evaluating the new batch of bulls in the direct updating procedure.

The direct comparison method (BLUP) categorizes the data into herd-year-season within which contemporary cows are compared directly. Consequently this method accounts for both genetic and environmental differences between herd and time periods. Non random use of proven bulls both within and between herds and A.I. associations may introduce biases when using *BLUP* or other methods which reevaluate the estimated breeding values of proven bulls on the basis of daughters of dams sired *after* the bulls have been selected.

Since non contemporary herd-mates are ignored, the use of *BLUP*, *ICC* and *ICD* will increase the error variance as compared to *MCC* and *direct updating*.

It is concluded that under the present structure of the Danish cattle breeding the use of *BLUP* for evaluating bulls can only be recommended, if the model used takes into account all herd-mates, incomplete lactations and the estimated breeding values of the bulls' mates. Moreover technical and economic conditions should not interfere with a frequent updating of the estimated breeding values.

Compared to the present Danish cow-index (Y-index) the *combined index from direct updating* seems to be a more accurate and precise estimate of the genetic potential of a cow. Firstly because *direct updating* takes into account the genetic progress in the population, secondly because the genetic level of each herd is considered in a more efficient way, and finally because all lactations are taken into account and weighted according to the actual heritabilities and genetic correlations between them.

12 Litteraturliste

- Allaire, F. R. 1976. Corrective mating methods in context of breeding theory. *J. Dairy Sci.* 60, 1799–1806.
- Arora, K. K. & Freeman, A. E. 1971. Environmental correlation between paternal half-sisters for milk and milk fat production. *J. Dairy Sci.* 54, 880–885.
- Auran, T. 1973. Studies on monthly and cumulative monthly milk yield records. I. The effect of age, month of calving, herd and length of first period. *Acta Agric. Scand.* 23, 189–199.
- Auran, T. 1974. Studies on monthly and cumulative monthly milk yield records. II. The effect of calving interval and stage in pregnancy. *Acta Agric. Scand.* 24, 339–348.
- Auran, T. 1976a. Studies on monthly and cumulative monthly milk yield records. III. Estimates of genetic and phenotypic parameters. *Acta Agric. Scand.* 26, 3–9.
- Auran, T. 1976b. Studies on monthly and cumulative monthly milk yield records. IV. Estimating total lactation from part-lactation. *Acta Agric. Scand.* 26, 10–17.
- Bar-Anan, R. 1975. Relation between first and second lactation characters of progeny groups and effects of tandem selection on yield improvement. *Anim. Prod.* 26, 121–125.
- Bar-Anan, R. 1976. The modified cumulative difference. 27th Meet. of the European Ass. for anim. Prod., Zürich. 8 pp.
- Bar-Anan, R. & Sacks, J. K. 1974. Sire evaluation and estimation of genetic gain in Israeli dairy herds. *Animal Prod.* 18, 59–66.
- Barker, J. S. F. & Robertson, A. 1966. Genetic and phenotypic parameters for the first three lactations in Friesian cows. *Anim. Prod.* 8, 221–240.
- Becker, W. 1967. Manual of quantitative genetic procedures. Washington State University Press. 130 pp.
- Bereskin, B. & Freeman, A. E. 1965a. Genetic and environmental factors in dairy sire evaluation. I. Effects of herds, months, and year-seasons on variance among lactation records, repeatability and heritability. *J. Dairy Sci.* 48, 347–351.
- Bereskin, B. & Freeman, A. E. 1965b. Genetic and environmental factors in dairy sire evaluation. II. Uses and limitations of deviation records and the role of dams. *J. Dairy Sci.* 48, 352–355.
- Bergmann, J. 1971. Züchterische Grundlagen für die Selektion auf das Merkmal »Eiweiss« beim Rind. *Züchtungskunde.* 43, 163–172.

- Bowman, J. C. 1974. Conservation of rare livestock breeds in The United Kingdom. 1st World Congress on Genetics applied to Livestock Prod., Madrid, *II*, 23–30.
- Burnside, E. B. 1970. Cow-indexing procedure and culling levels for potential dams of dairy bulls. *J. Dairy Sci.* 53, 195–199.
- Burnside, E. B. 1978. Direct sire comparison in Canada. *Svensk Husdjur Skötsel*, Meddn. 89, 10–26.
- Burnside, E. B. & Legates, J. E. 1967. Estimation of genetic trends in dairy cattle populations. *J. Dairy Sci.* 50, 1448–1457.
- Burnside, E. B., Freeman, M. G., Batra, T. R. & Weaver, G. B. 1976. Use of milk records in one herd to predict a cow's production in a second herd. *Can. J. Anim. Sci.* 56, 187–191.
- Butcher, D. F. & Freeman, A. E. 1968. Heritabilities and repeatabilities of milk and fat production by lactation. *J. Dairy Sci.*, 51, 1387–1391.
- Butcher, K. R., Sargent, F. D. & Legates, J. E. 1967. Estimates of Genetic Parameters for Milk Constituents and Yields. *J. Dairy Sci.* 50, 185–193.
- Christensen, K. 1968. Relationship between Milk Composition and Yield of Milk, Fat and Protein in Red Danish Cattle. *Anim. Prod.* 10, 445–450.
- Christensen, L. G. 1970. Progeny Testing of Dairy Sires based on Field and Test-station Data. I. Phenotypic and Genetic Relations. *Acta Agric. Scand.* 20, 293–301.
- Christensen, L. G. 1971. Langtidsopbevaring af tyresæd. *Landøk. Forsøgslab. Årbog*, København. 468–477.
- Christensen, L. G. 1978. Upublicerede undersøgelser.
- Christensen, L. G., Petersen, P. H. og Ovesen, E. 1971. Kvægavlens planlægning I. Avlsplanlægningens grundlag. *Ugeskr. for Agron.* 25, 544–548.
- Colleau, J. J. & Poutous, M. 1973. Méthode de calcul des index de production laitière des femelles en France. *Ann. Génét. Sel, anim.* 5, 73–82.
- Cunningham, E. P. 1965. The evaluation of sires from progeny test data. *Animal Prod.* 7, 221–231.
- Cunningham, E. P. 1969. Animal breeding theory. *Norges Landbrukshøgskole, Vollebekk.* 272 pp.
- Cunningham, E. P. 1974. The aims of breeding in dairy cattle. 1st World Congress on Genetics applied to Livestock Prod. Madrid. *I*, 531–539.
- Cunningham, E. P. 1976. Current developments in the genetics of livestock improvement. *Anim. Blood Grps. biochem. Genet.* 7, 191–200.
- Danell, B. 1976a. Inverkan av ålder, kalvningsmånad och besättnings avkastningsnivå på avkastningen under första laktation. *Lantbr. Högsk. Meddn.* 255. Uppsala. 43 pp.
- Danell, B. 1976b. A note on the effect of herd production level and herd $\times$ sire interaction on the estimation of breeding values for AI bulls. 27th Meeting, EAAP, Zürich. 8 pp.

- Danell, B. 1979. Calculation of selection indexes that include highly correlated traits. *Acta Agric. Scand.* In press.
- Danell, B., Eriksson, J. Å., Elofson, L. & Danell, Ö. 1978. Possible advantages of direct sire comparison in Sweden in relation to present dairy sire evaluation. *Svensk Husdjur Skötsel, Meddn.* 89, 27-45.
- Dempfle, L. 1976a. Comparison of several sire evaluation methods in dairy cattle breeding. 27th Meeting EAAP, Zürich. 15 pp.
- Dempfle, L. 1976b. A note on the properties of the cumulative difference method for sire evaluation. *Anim. Prod.* 23, 121-124.
- Dickinson, F. N. 1974. The evaluation of dairy sire progeny test by the United States department of Agriculture. 1st World Congress on Genetics applied to livestock Prod., Madrid. II, 111-118.
- Dickinson, F. N., Norman, H. D., Kneon, J. F. & Waite, L. C. 1974. Revisions to USDA methodology for sire summaries and cow indexes. *J. Dairy Sci.* 57, 977-984.
- Dickinson, F. N., Powell, R. L. & Norman, H. D. 1976a. An introduction to the USDA-DHIA modified contemporary comparison. In the USDA-DHIA Modified Contemporary Comparison Sire Summary and Cow Index Procedures ARS-USDA. Production Research Report No. 165, 1-7.
- Dickinson, F. N., Norman, H. D., Powell, R. L. & McDaniel, B. T. 1976b. Procedures used to calculate the USDA:DHIA Modified Contemporary Comparison. In the USDA-DHIA Modified Contemporary Comparison Sire Summary and Cow Index Procedures ARS-USDA. Production Research Report No. 165, 18-34.
- Elleby, F. 1965. Undersøgelse over første kalvs kørs ydelse. Landbr. Produktivitetsudv., Husdyrbrugsudvalget, Århus. 23 pp.
- Elleby, F. 1975. Døtregupper i flere laktationer. Landbr. Produktivitetsudv., Husdyrbrugsudvalget, Århus. 48 pp.
- Elofson, L. 1977. Cow indexing in Sweden. 28. Meeting, EAAP, Brüssel. 6 pp.
- Elofson, L., Danell, B., Eriksson, J.-Å., Danell, Ö. & Schaeffer, L. 1978. Genetic progress in milk production in the Swedish dairy populations. 29th Meeting, EAAP, Stockholm. 6 pp.
- Everet, R. W. 1974. Problems in evaluating dairy sires. 1st World Congress on Genetics applied to Livestock Prod., Madrid. II, 99-103.
- Fairchild, T. P., Tyler, W. J., Barr, G. B. & Corley, E. L. 1966. Estimating transmitting abilities of artificial insemination dairy sires. *J. Dairy Sci.* 49, 1416.
- Falconer, D. S. 1964. Introduction to quantitative genetics. Oliver and Boyd, Edinburgh. 365 pp.
- Fimland, E. A. 1976. Estimating of sire breeding value. VI. Different linear prediction methods discussed in context of the breeding structure of the population. *Z. Tierzücht. Zücht Biol.* 93, 14-30.

- Fimland, E. A., Bar-Anan, R. & Harvey, W. R. 1972. Studies on dairy records from Israeli-Friesian cattle. I. Influence of some environmental effects. *Acta Agric. Scand.* 22, 34–48.
- Fischer, R. A. 1918. The correlation between relatives on the supposition of Mendelian inheritance. *Trans. roy. Soc. Edinb.* 52, 399–433.
- Freeman, A. E. 1960. Genetic relationships among the first three lactations of Holstein cows. *J. Dairy Sci.* 43, 876.
- Freeman, A. E. 1973. Age adjustment of production records, History and basic problems. *J. Dairy Sci.* 56, 941–946.
- Gaillard, C., Dommerholt, J., Fimland, E., Christensen, L. G., Lederer, J., Mc Clintock, A. E., Mocquot, J. C. & Philipsson, J. 1977. AI bull evaluation standards for dairy and dual purpose breeds. *Livestock Prod. Sci.* 4, 115–128.
- Gaunt, S. N., Wilcox, C. J., Farthing, B. R. & Thompson, N. R. 1968. Genetic Interrelationships of Holstein Milk Composition and Yield. *J. Dairy Sci.* 51, 1396–1402.
- Gjedrem, T. 1969. Some attempts to increase the efficiency of sheep selection. *Acta Agr. Scand.* 19, 116–126.
- Gjedrem, T. 1972. A study on the definition of the aggregate genotype in a selection index. *Acta Agr. Scand.* 22, 11–16.
- Gravert, A. 1976. Account of the results of questionnaire 1176/A. 60th Animal Session, International Dairy Federation. Quebec City. 10 pp.
- Gustafson, G. 1970. The genetic change in milk production. A study on two Swedish breeds in 1959–1965. *Landbrugshögskolans Annaler.* 36, 255–271.
- Gustafson, G., Danell, B. & Ekström, H. 1975. Koindex. *Lantbr. Högsk. Meddn.* 250, Uppsala. 36 pp.
- Gürbüz, F. 1974. Ein Beitrag zur Schätzung des Genetischen Fortschrittes in der Milchleistung von Angler Kühen in den Jahren 1953 bis 1970. Thesis, Institut für Milcherzeugung der Bundesanstalt für Milhforschung in Kiel. 121 pp.
- Hargrove, G. L. & Legates, J. E. 1971. Biases in dairy sire evaluation attributable to genetic trend and female selection. *J. Dairy Sci.* 54, 1041–1051.
- Harville, D. A. & Henderson, C. R. 1967. Environmental and genetic trends in production and their effects on sire evaluation. *J. Dairy Sci.* 50, 870–875.
- Hazel, L. N. 1943. The genetic basis for constructing selection indexes. *Genetics* 28, 476–490.
- Heidhues, T., Van Vleck, L. D. & Henderson, C. R. 1961. Actual and expected accuracy of sire proofs under the New York system of sampling bulls. *Z. Tierzücht. Zücht Biol.* 75, 323–330.
- Henderson, C. R. 1948. Estimation of general, specific, and maternal combining abilities in crosses among inbred lines of swine. Ph. D. thesis. Iowa State College, Ames, Iowa.

- Henderson, C. R. 1973. Sire evaluation and genetic trends. In Proceedings of the animal breeding and genetics symposium in honour of Dr. J. L. Lush, ASAS and ADSA, Champaign, Illinois. 10-41.
- Henderson, C. R. 1974. General flexibility of linear model techniques for sire evaluation. *J. Dairy Sci.* 57, 963-972.
- Henderson, C. R. 1975. Inverse of a matrix of relationships due to sire and maternal grandsires. *J. Dairy Sci.* 58, 1917-1921.
- Henderson, C. R., Carter, H. W. & Godfrey, J. T. 1954. Use of the contemporary herd average in appraising progeny tests of dairy bulls. *J. Animal Sci.* 13, 959.
- Hickman, C. G. 1977a. Interpreting the results of dairy bull progeny testing by artificial insemination. 1. Basic principles of progeny testing. *World Animal Review.* 22, 22-26.
- Hickman, C. G. 1977b. Interpreting the results of dairy bull progeny testing by artificial insemination. 2. Present methods of analyzing daughter records. *World Animal Review.* 23, 17-19.
- Hillers, J. K. & Freeman, A. E. 1966. Two sources of genetic error in sire proofs. *J. Dairy Sci.* 49, 1245-1248.
- Jardine, R. 1958. Animal breeding and the estimation of genetic value. *Heredity* 12, 499-511.
- Jensen, B. 1971. Avlsmæssige aspekter ved selektion for mælkeproduktions-egenskaber. Lic. afh. Husdyrbrugsinst. KVL., København. 70 pp.
- Johansson, I. 1955. The first lactation yield as a basis of selection as compared with the second and third lactations. *Proc. Brit. Soc. Anim. Prod.*, 102-108.
- Kennedy, B. W. & Moxley, J. E. 1975. Genetic trends among artificially bred Holsteins in Quebec. *J. Dairy Sci.* 58, 1871-1875.
- Kennedy, B. W. & Moxley, J. E. 1977. Comparison of sire evaluation methods for fat test. *Canadian Journal of Animal Science.* 57, 221-233.
- Keown, J. F. & Van Vleck, L. D. 1971. Selection on test-day percentage and milk production. *J. Dairy Sci.* 54, 199-203.
- Kräusslich, H. Averdunk, G., Gottschalk, A., Schmitter, W., Schumann, H., Schwarz, E. 1970. Besamungszucht beim Rind in Bayern. *Bayerisches Landw. Jahrbuch.* 74, 3.
- Köther, H. & Langholz, H. J. 1977. Untersuchungen zur Zuchtwertschätzung von Kühen am Material der Schwarzbuntzucht Niedersachsens. I. Systematische Umwelteffekte und genetische Parameter in aufeinanderfolgende Laktationen. *Züchtungskunde.* 49, 49-65.
- Köther, H., Bruns, E. & Langholz, H. J. 1977. Untersuchungen zur Zuchtwertschätzung von Kühen am Material der Schwarzbuntzucht Niedersachsens. II. Schätzung der Herdenheritabilität. *Züchtungskunde.* 49, 82-91.
- Lamb, R. C. & McGilliard, L. D. 1967. Ratio factors to estimate 305 day production from lactation records in progress. *J. Dairy Sci.* 50, 1101-1105.

- Lederer, J. & Averdunk, G. 1973. Vergleich des realisierten Zuchtforschrittes nach verschiedenen Schätzmethoden beim Fleckvieh in Bayern. *Züchtungskunde* 45, 179–188.
- Lederer, J. Vogt-Rohlf, O. & Mennerrich, A. 1975. Genetischer Fortschritt in der Schwarzbuntpopulation Niedersachsens und seine Auswirkung auf die Ergebnisse der Zuchtwertschätzung. *Die Tierzüchter*. 27, 420–423.
- Lerner, I. M. & Donald, H. P. 1966. Modern developments in animal breeding. Academic Press, London 294 pp.
- LeRoy, H. L. 1955. Der Selektionsindex, ein Hilfsmittel für die künstliche Selektion. Promotionsarbeit, E.T.H., Zürich, Schweiz. 150 pp.
- Lindström, U. 1971. Some points of view on the estimation and importance of genetic change in populations of dairy cattle. *Ann. Genet. Sel. anim.* 3, 161–168.
- Lindström, U. B. 1974. The marketing of animal breeding. *Acta Agric. Scand.* 24, 111–114.
- Lindström, U. B. & Vilva, U. 1972. Reliability of pedigree index for selection of young bulls for AI. *Z. Tierzücht Zücht Biol.* 89, 1–10.
- Madden, D. E., Lush, J. L. & McGilliard, L. D. 1955. Relations Between Parts of Lactations and Producing Ability of Holstein Cows. *J. Dairy Sci.*, 38, 1264.
- Madsen, P. 1978. Avlsværdivurdering af malkekøer ved hjælp af Y-tal og BLUP. Licentiaatafhandling KVL, København. 82 pp.
- Majjala, K. 1970. Needs and methods of gene conservation in animal breeding. *Ann. Genet. Sel. anim.*, 2. 403–415.
- Majjala, K. & Hanna, M. 1974. Reliable phenotypic and genetic parameters in dairy cattle. 1st World Congress on Genetics applied to Livestock Prod., Madrid, I. 541–563.
- Mao, I. L., Henderson, C. R. & Miller, P. D. 1972. Intrasire regression of daughter on herdmat performance; nature of estimators and trends of estimates. *J. Dairy Sci.* 55, 845–850.
- Mc Daniel, B. T. 1974. Why new sire summaries are needed. *J. Dairy Sci.* 57, 951–955.
- Mc Daniel, B. T. & Corley, E. L. 1967. Relationship between sire evaluation at different herdmat levels. *J. Dairy Sci.* 50, 735–741.
- McDaniel, B. T., Norman, H. D. & Dickinson, F. N. 1973. Herdmates versus contemporaries for evaluating progeny tests of dairy bulls. *J. Dairy Sci.* 56, 1545–1558.
- Mc Gillard, M. L. & Freeman, A. E. 1976. Predicting daughter milk production from dam index. *J. Dairy Sci.* 59, 1140–1146.
- Milk Marketing Board 1974. The improved Contemporary Comparison. Rep. Breed Prod. Org. 24, 80–86.
- Miller, P. 1973. A recent study of age adjustment. *J. Dairy Sci.* 56, 952–957.

- Miller, R. H. 1977. Economics of selection programs for artificial insemination. *J. Dairy Sci.*, 60, 683–695.
- Miller, R. H. & Corley, E. I. 1965. Usefulness of information on mates of sires in artificial insemination. *J. Dairy Sci.* 48, 580–588.
- Miller, R. H., Pearson, R. E., Fohrman, M. H. & Creegan, M. E. 1972. Methods of projecting complete lactation production from partlactation yield. *J. Dairy Sci.* 55, 1602.
- Moen, R. A. 1978. A note on a special case of estimation of breeding values. *Acta Agr. Scand.* 28, 148–150.
- Morillo, F. J. & Legates, J. E. 1970. Evaluation of progeny tests of dairy sires in single herds. *J. Dairy Sci.* 53, 1069–1076.
- Mygind-Rasmussen, V. 1970. Undersøgelser over mælkens fedt- og proteinindhold. Landbr. Produktivitetsudv., Husdyrbrugsudvalget, Århus. 76 pp.
- Mygind-Rasmussen, V. 1978. Personlige meddelelser.
- Na, T. B. 1972. Methoden zur Schätzung des genetischen Fortschrittes in Haustierpopulationen, dargestellt an einem Anwendungsbeispiel aus der Fleckviehzucht. Thesis, Stuttgart, Hohenheim. 64 pp.
- New Zealand Dairy Board, Herd Improvement. 1973. Provement Council. Calculation of sire proofs. 27–35.
- Norman, H. D. 1974. Factors that should be considered in a national sire summary model. *J. Dairy Sci.* 57, 955–962.
- Norman, H. D., McDaniel, B. T. & Dickinson, F. N. 1972. Regression of daughter and herdmate milk yield on genetic value of the herdmates' sires. *J. Dairy Sci.* 55, 1735–1740.
- Osborne, R. 1957. The use of sire and dam family averages in increasing the efficiency of selective breeding under a hierarchical mating system. *Heredity* 11, 93–116.
- Ovesen, E. 1971. Undersøgelser vedrørende avlsplanlægning. A. køers og opdræts ydelsesmæssige avlsværdi. Landøk. Forsøgslab. Årbog, København. 449–460.
- Petersen, P. H. 1972. Vekselvirkning mellem arv og miljø i mælkeproduktionen. Licentiatafhandling, K.V.L., København. 83 pp.
- Petersen, P. H. 1975. An economic evaluation of different selection alternatives as means for improvement of milk protein yield. *Livest. Prod. Sci.* 2, 221–233.
- Petersen, P. H. 1977. Personlige meddelelser.
- Petersen, P. H., Ovesen, E., Christensen, L. G. & Andersen, B. B. 1973. Kvægavlens planlægning for malke- og kombinationsracer. 411. beretning fra forsøgslaboratoriet, København. 86 pp.
- Petersen, P. H. & Mygind-Rasmussen, V. 1974. Selektion for mælkeprotein. *Ugeskr. for Agron. og Hortn.* 3, 124–129.

- Philipsson, J., Dommerholt, J., Finland, E., Gaillard, C., Christensen, L. G., Lederer, J., Mc Clintock, A. E. & Mocquot, J. C. 1978. Problems in cow evaluation and current use of cow index. *Livest. Prod. Sci.* 5, 3-18.
- Pirchner, F. 1960. Anteil von Erbgut um Umwelt an Betriebsunterschieden in Milchleistung. *Z. Tierzücht. Zücht Biol.* 74, 168-180.
- Pirchner, F. 1970. Eignung verschiedener Vergleichsdurchschnitte zur Nachkommenprüfung beim Rind. *Z. Tierzücht. Zücht Biol.* 87, 20-41.
- Pirchner, F. & Luch, J. L. 1959. Genetic and environmental portions of the variations among herds in butterfat production. *J. Dairy Sci.* 42, 115-122.
- Powell, R. L. 1972. Estimation of genetic trends and effect of genetic trends on sire evaluation. Thesis. Iowa State University, Ames.
- Powell, R. L. & Freeman, A. E. 1974a. Genetic trend estimates. *J. Dairy Sci.* 57, 1067-1075.
- Powell, R. L. & Freeman, A. E. 1974b. Estimators of sire merit. *J. Dairy Sci.* 57, 1228-1233.
- Powell, R. L., Norman, H. D. & Dickinson, F. N. 1975. Analysis of the USDA-DHIA preliminary sire summary. *J. Dairy Sci.* 58, 551-557.
- Powell, R. L., Norman, H. D. & Dickinson, F. N. 1976. The USDA-DHIA modified contemporary comparison cow index. The USDA-DHIA modified contemporary comparison. Sire summary and cow index procedures. *Agr. Res. Serv. United States Department of Agriculture. Prod. Res. Rep.* 165, 35-40.
- Powell, R. L., Norman, H. D. & Dickinson, F. N. 1977a. Trends in breeding value and production. *J. Dairy Sci.* 60, 1316-1326.
- Powell, R. L., Norman, H. D. & Dickinson, F. N. 1977b. Relationship between bulls' pedigree indexes and daughter performance in the modified contemporary comparison. *J. Dairy Sci.* 60, 961-966.
- Powell, R. L., Cassell, B. C., Norman, H. D. & Bodoh, G. W. 1978. Variation in cow evaluation from records in progress. *J. Dairy Sci.* 61, 788-793.
- Rendel, J. 1975. The utilization and conservation of the world's animal genetic resources. *Agric. Environm.* 2, 101-119.
- Rendel, J. M. & Robertson, A. 1950. Estimation of genetic gain in milk yield by selection in a closed herd of dairy cattle. *J. Genet.* 50, 1-8.
- Robertson, A. 1959. A simple method of pedigree evaluation in dairy cattle. *Anim. Prod.* 1, 167-174.
- Robertson, A. 1966. Biochemical polymorphisms in animal improvement. *Proc. 10th Eur. Conf. Anim. Blood Grps. biochem. Polymorphism Paris* 35-40.
- Robertson, A. & Rendel, J. M. 1954. The performance by heifers got by artificial insemination. *J. Agr. Sci. Camb.* 44, 184-192.
- Roos, A. 1971. Mjölakens sammensättning ur avelssynpunkt. *S.H.S. Meddelande* 41, Hållsta. 105 pp.

- Rönningen, K. 1971. A study on selectivity of mating in animal breeding. *Acta Agr. Scand.* 21, 116-120.
- Rönningen, K. 1972. An Alternative Method of Combining Different Sources of Information in Ranking of Breeding Animals. *Swedish J. Agric. Res.* 2, 203-207.
- Rönningen, K. 1974. The utilization of selection index in animal breeding. 1st World Congress on Genetics applied to Livestock Prod., Madrid, I. 565-577.
- Schaeffer, L. R., Freeman, M. G. & Burnside, E. B. 1975. Evaluation of Ontario Holstein dairy sires for milk and fat production. *J. Dairy Sci.* 58, 109-115.
- Searle, S. R. 1961a. Part lactations. II. Genetic and phenotypic studies of monthly milk fat yield. *J. Dairy Sci.* 44, 282-295.
- Searle, S. R. 1961b. Part lactations III. Progeny testing with part lactation records. *J. Dairy Sci.* 44, 921-927.
- Skjervold, H. 1968a. Sentral databank i svineavl. Husdyrbruksforsøksmøtet på Norges Landbrukshøgskole. 208-213.
- Skjervold, H. 1968b. Kombinierte Selektion. *Acta Agr. Scand.* 18, 65-79.
- Skjervold, H. 1970. Schaffung einer Datenbank für Züchttiere. *Züchtungskunde.* 42, 1-12.
- Skjervold, H. & Ødegård, A. K. 1959. Estimation of breeding value on basis of the individual's own phenotype and ancestor's merits. *Acta Agr. Scand.* 9, 341-354.
- Slanger, W. D. 1972. The influence of production differences between mates in the evaluation of AI sires. M.S. thesis Cornell University, Ithaca, New York.
- Smith, C. 1962. Estimation of genetic change in farm livestock using field records. *Anim. Prod.* 4, 239-351.
- Spike, P. L. & Freenan, A. E. 1977. Effect of genetic differences among herds on accuracy of selection and expected genetic change. *J. Dairy Sci.* 60, 967-974.
- Syrstad, O. 1965. Studies on dairy herd records. II. Effect of age and season of calving. *Acta Agric. Scand.* 15, 31-64.
- Syrstad, O. 1966. Studies on dairy herd records. III. Estimation of genetic change. *Acta Agric. Scand.* 16, 3-14.
- Syrstad, O. 1969. Accuracy of unweighted and weighted averages of dairy records as basis for selection. *Acta Agric. Scand.* 19, 178-180.
- Syrstad, O. 1971a. Seleksjon for proteininnhold i mjølk. *Meldinger fra Norges Landbrukshøgskole*, 50, (27)11 pp.
- Syrstad, O. 1971b. Selection of cows for planned matings. *Acta Agric. Scand.* 21, 50-56.
- Sørensen, E. 1939. Forsøg med kunstig sædovertføring. 187. beretning fra forsøgslab., København. 32 pp.

- Sørensen, P. 1976. Fremtidsperspektiver i avlen med slagtekyllinger. 212. meddelelse fra Statens Husdyrbrugsforsøg, København. 4 pp.
- Thompson, R. 1976. Relationship between the cumulative difference and best linear unbiased predictor methods of evaluating bulls. *Anim. Prod.* 23, 15–24.
- Thompson, C. M. & Freeman, A. E. 1970. Environmental correlations in pedigree estimates of breeding value. *J. Dairy Sci.* 53, 1259–1265.
- Thorsen, A. 1978. Personlige meddelelser.
- Tong, A. K. W., Kennedy, B. W. & Moxley, J. E. 1977. Sire by herd interactions for milk yield and composition traits. *Can. J. Anim. Sci.* 57, 383–388.
- Trodahl, S. & Syrstad, O. 1977. Ten years' experience with cow indexing. 28. Meeting EAAP, Brussels. 3 pp.
- Van Vleck, L. D. 1962. Effect of incomplete records in sire evaluation. *J. Dairy Sci.* 45, 1511–1515.
- Van Vleck, L. D. 1966a. Change in variance components associated with milk records with time and increase in mean production. *J. Dairy Sci.* 49, 36–40.
- Van Vleck, L. D. 1966b. Environmental correlations in sire evaluation. *J. Dairy Sci.* 49, 56–60.
- Van Vleck, L. D. & Henderson, C. R. 1961a. Estimates of genetic parameters of some functions of part lactation milk records. *J. Dairy Sci.* 44, 1073–1084.
- Van Vleck, L. D. & Henderson, C. R. 1961b. Regression factors for extending part lactation milk records. *J. Dairy Sci.* 44, 1085–1092.
- Van Vleck, L. D. & Henderson, C. R. 1961c. Use of part lactation records in sire evaluation. *J. Dairy Sci.* 44, 1511–1518.
- Van Vleck, L. D. & Henderson, C. R. 1961d. Utilizing both part and complete daughter records in sire evaluation. *J. Dairy Sci.* 44, 2068–2076.
- Van Vleck, L. D. & Henderson, C. R. 1963. Bias in sire evaluation due to selection. *J. Dairy Sci.* 46, 976–982.
- Van Vleck, L. D., Henderson, C. R. & Carter, H. W. 1962. Evaluation of sires available through planned mating. *J. Animal Sci.* 21, 30–32.
- Van Vleck, L. D., Heidhues, T. & Henderson, C. R. 1961a. Analysis of deviations of dairy records from different contemporary averages. *J. Dairy Sci.* 44, 269–281.
- Van Vleck, L. D., O'Bleness, G. V. & Henderson, C. R. 1961b. Comparison of procedures used for evaluating sires used in artificial inseminations. *J. Dairy Sci.* 44, 708–714.
- Vogt-Rohlf, O. and Lederer, J. 1977. Lohnt die Berücksichtigung der zweiten und dritten Laktation in der Zuchtwertschätzung von Bullen auf Milch- und Fettleistung? *Der Tierzüchter*, 5, 192–196.
- Wickham, B. W., Henderson, C. R. 1977. Sire evaluation by second lactation records of daughters. *J. Dairy Sci.* 60, 96–107.
- Wright, S. 1921. Systems of mating. *Genetics*, 6, 111–178.
- Young, S. S. Y. 1961. The use of sire's and dam's records in animal selection. *Heredity*, 16, 91–102.

Appendiks I

1 Udledning af vægtfaktorer til beregning og opdatering af indekser

For at fremme overskueligheden er der i de mange udledninger i dette appendiks anvendt følgende symboler for varianser og kovarianser:

Variansen på en variabel X er betegnet som σ_X^2 og kovariansen mellem to variable X og Y er betegnet som cov_{XY} . Er der tale om sammensatte udtryk, f.eks. $X = a + b$ og $Y = kc$, er kovariansen mellem X og Y skrevet: $\text{cov}_{XY} = \text{cov}_{a+b, kc}$.

1.1 Køernes afprøvningsindekser

Indeks ligningen har følgende form:

$$I_2 = b_1 I_1 + b_2 P$$

hvor I_1 = koens nuværende afprøvningsindeks korrigeret for avlsmæssig fremgang

P = koens nye ydelsesafvigelse.

Ligningssættet bliver:

$$b_1 \sigma_{I_1}^2 + b_2 \text{cov}_{I_1, P} = \text{cov}_{I_1, A}$$

$$b_1 \text{cov}_{I_1, P} + b_2 \sigma_P^2 = \text{cov}_{P, A}$$

Eller skrevet i matriceform:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{I_1}^2 & \text{cov}_{I_1, P} \\ \text{cov}_{I_1, P} & \sigma_P^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cov}_{I_1, A} \\ \text{cov}_{P, A} \end{bmatrix}$$

Det teoretiske grundlag for anvendelse af selektionsindekser, herunder opstillingen af et generelt ligningssæt, er eksempelvis beskrevet af Cunningham (1969).

$$\text{Eftersom } I. = r_{I,A}^2 (\bar{P} - k) = r^2 (\bar{P} - k)$$

hvor $\bar{P}$ er gennemsnittet af de laktationer, der indgår i $I.$ og k er en konstant, som er afhængig af antal laktationer af afstanden mellem disse og af den avlsmæssige fremgang pr. tidsenhed, fås:

$$\text{cov}_{I,P} = r^2 \text{cov}_{PP} = r^2 \sigma_P^2$$

hvor r = gentagelseskoefficienten.

$$\text{Endvidere er: } \text{cov}_{PA} = \sigma_A^2$$

$$\text{og } \text{cov}_{I,A} = \sigma_{I.}^2 = r^2 \sigma_A^2$$

Ligningssættet kan derfor omskrives til:

$$b_1 \sigma_A^2 r^2 + b_2 r^2 \sigma_P^2 = r^2 \sigma_A^2$$

$$b_1 r^2 \sigma_P^2 + b_2 \sigma_P^2 = \sigma_A^2$$

Der i matriceform bliver:

$$\begin{bmatrix} \sigma_A^2 r^2 & r^2 \sigma_P^2 \\ r^2 \sigma_P^2 & \sigma_P^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r^2 \sigma_A^2 \\ \sigma_A^2 \end{bmatrix}$$

Divideres den første af disse ligninger igennem med $r^2 \sigma_A^2$ og den anden med σ_P^2 , fås:

$$b_1 + b_2 r/h^2 = 1$$

$$b_1 r^2 r + b_2 = h^2$$

Eller som matricer:

$$\begin{bmatrix} 1 & r/h^2 \\ r^2 r & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ h^2 \end{bmatrix}$$

som løst med hensyn til b_1 og b_2 giver:

$$b_1 = \frac{h^2 (1-r)}{h^2 - r^2}$$

$$b_2 = (1-b_1)h^2/r$$

Variansen på det nye indeks bliver:

$$\begin{aligned}\sigma_{I_2}^2 &= b_1^2 \sigma_{I_1}^2 + b_2^2 \sigma_P^2 + 2 b_1 b_2 \text{cov}_{I_1, P} \\ &= b_1^2 \sigma_{I_1}^2 + b_2^2 \sigma_P^2 + 2 b_1 b_2 r \sigma_{I_1}^2 \sigma_P^2\end{aligned}$$

Sikkerheden på det nye indeks bliver følgelig:

$$r_{I_2A}^2 = r_2^2 = \sigma_{I_2}^2 / \sigma_A^2 = b_1^2 r^2 + b_2^2 / h^2 + 2 b_1 b_2 r^2 / h^2$$

som kan reduceres til: $r_2^2 = r^2 b_1 + b_2$

1.2 Tyrenes afprøvningsindekser

1.2.1 Nye døtre indgår med deres gennemsnitlige ydelsesafvigelse (P)

Indeksligningen har følgende form:

$$I_2 = b_1 I_1 + b_2 \bar{P}$$

hvor I_1 = tyrens »gamle« afprøvningsindeks

$\bar{P}$ = den gennemsnitlige ydelsesafvigelse for n nye døtre efter tyren.

Ligningssættet bliver:

$$b_1 \sigma_{I_1}^2 + b_2 \text{cov}_{I_1, \bar{P}} = \text{cov}_{I_1, A}$$

$$b_1 \text{cov}_{I_1, \bar{P}} + b_2 \sigma_{\bar{P}}^2 = \text{cov}_{\bar{P}, A}$$

Eller som matricer:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{I,}^2 & \text{cov}_{I,\bar{P}} \\ \text{cov}_{I,\bar{P}} & \sigma_{\bar{P}}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cov}_{I,A} \\ \text{cov}_{\bar{P}A} \end{bmatrix}$$

Idet $I. = 2r^2 \bar{P}.$, hvor $\bar{P}.$ er den gennemsnitlige ydelsesafvigelse hos de første af tyrens døtre, bliver:

$$\text{cov}_{I,\bar{P}} = 2r^2 \text{cov}_{\bar{P},\bar{P}} = \frac{1}{2} r^2 \sigma_A^2,$$

forudsat at der ikke er miljømæssig korrelation mellem tyrens første og dens nye døtre.

Endvidere er:

$$\text{cov}_{I,A} = r^2 \sigma_A^2$$

$$\text{cov}_{\bar{P}A} = \frac{1}{2} \sigma_A^2$$

$$\sigma_{\bar{P}}^2 = \frac{1 + (n-1) t}{n} \sigma_P^2$$

hvor t = intraklassekorrelationen mellem halvsøskende.

Indsættes disse udtryk i ligningerne, og divideres den første af disse igennem med $\text{cov}_{I,A}$ ($= \sigma_{I,}^2 = r^2 \sigma_A^2$) og den anden med $\frac{1}{2} \sigma_A^2$, fås:

$$b_1 + \frac{1}{2} b_2 = 1$$

$$b_1 r^2 + b_2 / 2a = 1$$

$$\text{hvor } a = \frac{n \frac{1}{4} h^2}{1 + (n-1) t}$$

Sættes ligningerne på matriceform, fås:

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ r^2 & \frac{1}{2a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Løses disse ligninger, fås:

$$b_1 = \frac{1 - a}{1 - r^2 a}$$

$$b_2 = 2(1 - b_1)$$

Variansen på I_2 bliver:

$$\sigma_{I_2}^2 = b_1^2 \sigma_{I_1}^2 + b_2^2 \sigma_P^2 + 2b_1 b_2 \text{cov}_{I_1, P}$$

Sikkerheden på dette indeks bliver følgende:

$$r_2^2 = \sigma_{I_2}^2 / \sigma_A^2 = b_1^2 r^2 + \frac{1}{4} b_2^2 / a + b_1 b_2 r^2$$

1.2.2 Nye døtre indgår med deres afprøvningsindeks (I_D)

Indeksligningen bliver da:

$$I_2 = b_1 I_1 + b_2 I_D$$

hvor I_1 = tyrens »gamle« afprøvningsindeks

I_D = en ny datters afprøvningsindeks.

Ligningssættet bliver:

$$b_1 \sigma_{I_1}^2 + b_2 \text{cov}_{I_1, I_D} = \text{cov}_{I_1, A}$$

$$b_1 \text{cov}_{I_1, I_D} + b_2 \sigma_{I_D}^2 = \text{cov}_{I_D, A}$$

Matriceformen af disse ligninger er:

$$\begin{bmatrix} \sigma_I^2 & \text{cov}_{I,D} \\ \text{cov}_{I,D} & \sigma_D^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cov}_{I,A} \\ \text{cov}_{D,A} \end{bmatrix}$$

Idet det forudsættes, at den miljøbetingede korrelation mellem døtrene er nul, fås:

$$\text{cov}_{I,D} = r_D^2 \frac{1}{2} \sigma_A^2$$

$$\text{og } \text{cov}_{D,A} = r_D^2 \frac{1}{2} \sigma_A^2$$

hvor r_D^2 er sikkerheden på den pågældende datters afprøvningsindeks. De øvrige varianser og covarianser i ligningssættet er omtalt i forrige afsnit.

Divideres den første af ligningerne igennem med σ_I^2 , og den anden med $\text{cov}_{D,A}$ fås:

$$b_1 + \frac{1}{2} r_D^2 b_2 = 1$$

$$b_1 r^2 + 2b_2 = 1$$

eller som matricer:

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} r_D^2 \\ r^2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Løses disse ligninger med hensyn til b_1 og b_2 fås:

$$b_1 = \frac{4 - r_D^2}{4 - r_D^2 r^2}$$

$$b_2 = 2(1 - b_1) / r_D^2$$

Variansen på indekset bliver:

$$\sigma_{I_2}^2 = b_1^2 \sigma_{I_1}^2 + b_2^2 \sigma_{I_D}^2 + 2b_1 b_2 \text{cov}_{I_1 I_D}$$

Sikkerheden på indekset bliver derfor:

$$r_2^2 = b_1^2 r_1^2 + b_2^2 r_D^2 + b_1 b_2 r_1^2 r_D^2$$

1.2.3 Nye døtres afprøvningsindeks indgår sammen med døtrenes mødres indekser (I_M)

Indeksligningen har følgende indhold:

$$I_2 = b_1 I_1 + b_2 I_D + b_3 I_M$$

hvor I_1 = tyrens »gamle« afprøvningsindeks

I_D = en ny datters afprøvningsindeks

I_M = moderens kombinationsindeks

Ligningssættet bliver:

$$b_1 \sigma_{I_1}^2 + b_2 \text{cov}_{I_1 I_D} + b_3 \text{cov}_{I_1 I_M} = \text{cov}_{I_1 A}$$

$$b_1 \text{cov}_{I_1 I_D} + b_2 \sigma_{I_D}^2 + b_3 \text{cov}_{I_D I_M} = \text{cov}_{I_D A}$$

$$b_1 \text{cov}_{I_1 I_M} + b_2 \text{cov}_{I_D I_M} + b_3 \sigma_{I_M}^2 = \text{cov}_{I_M A}$$

Matriceformen er:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{I_1}^2 & \text{cov}_{I_1 I_D} & \text{cov}_{I_1 I_M} \\ \text{cov}_{I_1 I_D} & \sigma_{I_D}^2 & \text{cov}_{I_D I_M} \\ \text{cov}_{I_1 I_M} & \text{cov}_{I_D I_M} & \sigma_{I_M}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cov}_{I_1 A} \\ \text{cov}_{I_D A} \\ \text{cov}_{I_M A} \end{bmatrix}$$

Idet det forudsættes, at tyren og døtrenes mødre er ubeslægtede, fås:

$$\text{cov}_{I, I_M} = \text{cov}_{I_M A} = 0$$

Endvidere er:

$$\sigma_{I_M}^2 = r_M^2 \sigma_A^2$$

Forudsat at der ikke er miljømæssig korrelation mellem mødrenes og døtrenes indekser er:

$$\text{cov}_{I_D I_M} = r_D^2 r_M^2 \frac{1}{2} \sigma_A^2$$

De øvrige størrelser i ligningssættet er omtalt i forrige afsnit.

Ved at indsætte disse udtryk i ligningssættet og dividere den første ligning med $r^2 \sigma_A^2$, den anden med $r_D^2 \frac{1}{2} \sigma_A^2$ og den tredje med $r_M^2 \sigma_A^2$ fås:

$$b_1 + b_2 \frac{1}{2} r_D^2 = 1$$

$$b_1 r^2 + 2b_2 + b_3 r_M^2 = 1$$

$$b_2 \frac{1}{2} r_D^2 + b_3 = 0$$

der i matriceform bliver:

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} r_D^2 & 0 \\ r^2 & 2 & r_M^2 \\ 0 & \frac{1}{2} r_D^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Løses disse ligninger, fås:

$$b_1 = \frac{4 - r_D^2 - r_D^2 r_M^2}{4 - r_D^2 (r^2 + r_M^2)}$$

$$b_2 = 2 (1 - b_1) / r_D^2$$

$$b_3 = b_1 - 1 = -\frac{1}{2} r_D^2 b_2$$

Variansen på det nye indeks bliver:

$$\begin{aligned}\sigma_{I_2}^2 &= b_1^2 \sigma_{I_1}^2 + b_2^2 \sigma_{I_D}^2 + b_3^2 \sigma_{I_M}^2 \\ &+ 2b_1 b_2 \text{cov}_{I_1 I_D} + 2b_1 b_3 \text{cov}_{I_1 I_M} \\ &+ 2b_2 b_3 \text{cov}_{I_D I_M}\end{aligned}$$

der kan omskrives til:

$$\begin{aligned}\sigma_{I_2}^2 &= b_1^2 r^2 \sigma_A^2 + b_2^2 r_D^2 \sigma_A^2 + b_3^2 r_M^2 \sigma_A^2 \\ &+ 2b_1 b_2 r^2 r_D^2 \frac{1}{2} \sigma_A^2 + 0 \\ &+ 2b_2 b_3 r_D^2 r_M^2 \frac{1}{2} \sigma_A^2\end{aligned}$$

Sikkerheden på det ajourførte afprøvningsindeks bliver derfor:

$$\begin{aligned}r_{I_2 A}^2 &= \sigma_{I_2}^2 / \sigma_A^2 = b_1^2 r^2 + b_2^2 r_D^2 + b_3^2 r_M^2 \\ &+ b_1 b_2 r^2 r_D^2 + b_2 b_3 r_D^2 r_M^2\end{aligned}$$

Der kan omskrives til:

$$\frac{4r^2 + r_D^2 - 2r^2 r_D^2 - r_D^2 r_M^2}{4 - r^2 r_D^2 - r_D^2 r_M^2}$$

1.2.4 Døtrenes gennemsnitlige afprøvningsindeks ($\bar{I}_D$) indgår sammen med mødrenes gennemsnitlige indeks ($\bar{I}_M$)

Indeksligningen har følgende udseende:

$$I_2 = b_1 \bar{I}_D + b_2 \bar{I}_M$$

Ligningssættet bliver:

$$b_1 \sigma_{I_D}^2 + b_2 \text{cov}_{\bar{I}_D \bar{I}_M} = \text{cov}_{\bar{I}_D A}$$

$$b_1 \text{cov}_{\bar{I}_D \bar{I}_M} + b_2 \sigma_{I_M}^2 = \text{cov}_{\bar{I}_M A}$$

eller på matriceform:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{I_D}^2 & \text{cov}_{I_D I_M} \\ \text{cov}_{I_D I_M} & \sigma_{I_M}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cov}_{I_D A} \\ \text{cov}_{I_M A} \end{bmatrix}$$

Idet der regnes med, at alle døtres indekser er bestemt med sikkerheden r_D^2 og alle mødres indekser er bestemt med sikkerheden r_M^2 , er:

$$\sigma_{I_D}^2 = \frac{1 + (n-1) \frac{1}{2} r_D^2}{n} r_D^2 \sigma_A^2$$

$$\text{cov}_{I_D I_M} = \frac{1}{n} r_M^2 r_D^2 \frac{1}{2} \sigma_A^2$$

$$\sigma_{I_M}^2 = \frac{1}{n} r_M^2 \sigma_A^2$$

$$\text{cov}_{I_D A} = r_D^2 \frac{1}{2} \sigma_A^2$$

$$\text{cov}_{I_M A} = 0$$

Hvor n er antallet af mødredøtrepar.

Der er regnet med, at tyren og dens døtres mødre er ubeslægtede, og at der ikke er miljømæssig korrelation mellem døtrene og mellem disse og mødrene. Endvidere er det forudsat, at mødrene er ubeslægtede.

Ved at indsætte disse udtryk i de to ligninger og gange den første af disse igennem med

$$\frac{2n}{r_D^2 r_M^2 \sigma_A^2} \text{ og den anden med } \frac{n}{r_M^2 \sigma_A^2} \text{ fås:}$$

$$b_1 \frac{2 + (n-1) \frac{1}{2} r_D^2}{r_M^2} + b_2 = \frac{n}{r_M^2}$$

$$b_1 \frac{1}{2} r_D^2 + b_2 = 0$$

eller på matriceform:

$$\begin{bmatrix} \frac{2 + (n-1) \frac{1}{2} r_D^2}{r_M^2} & 1 \\ \frac{1}{2} r_D^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{n}{r_M^2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Løses disse ligninger, fås:

$$b_1 = \frac{2n}{4 + r_D^2 (n-1-r_M^2)}$$

$$b_2 = -b_1 \frac{1}{2} r_D^2$$

Variansen på indekset bliver:

$$\begin{aligned} \sigma_{I_2}^2 &= b_1^2 \sigma_{I_D}^2 + b_2^2 \sigma_{I_M}^2 + 2b_1 b_2 \text{cov}_{I_D I_M} \\ &= b_1^2 \frac{1+(n-1) \frac{1}{4} r_D^2}{n} r_D^2 \sigma_A^2 + b_2^2 \frac{r_M^2}{n} \sigma_A^2 \\ &\quad + b_1 b_2 \frac{1}{n} r_M^2 r_D^2 \sigma_A^2 \end{aligned}$$

Sikkerheden på indekset bliver derfor

$$\begin{aligned} r_2^2 &= \sigma_{I_2}^2 / \sigma_A^2 = b_1^2 \frac{1+(n-1) \frac{1}{4} r_D^2}{n} r_D^2 + b_2^2 \frac{r_M^2}{n} \\ &\quad + b_1 b_2 \frac{1}{n} r_M^2 r_D^2 \end{aligned}$$

Dette udtryk kan reduceres til

$$r_2^2 = b_1 \frac{1}{2} r_D^2 = -b_2$$

Efter omskrivning kan udtrykkene for vægtfaktorerne b_1 og b_2 samt for sikkerheden r_2^2 også beregnes som:

$$b_1 = \frac{2 a / r_D^2}{1 - r_M^2 a/n} = \frac{2 a}{r_D^2 (1 - r_M^2 a/n)}$$

$$b_2 = \frac{a}{1 - r_M^2 a/n}$$

$$r_2^2 = \frac{a}{1 - r_M^2 a/n}$$

$$\text{hvor } a = \frac{n \cdot \frac{1}{4} r_D^2}{1 + (n-1) \cdot \frac{1}{4} r_D^2}$$

1.3 Afstammingsindekset

Indeksligningen har følgende form:

$$I_1 = b_1 I_F + b_2 I_M$$

hvor I_F og I_M er henholdsvis faderens og moderens kombinationsindeks.

Det tilsvarende *ligningssæt* bliver:

$$b_1 \sigma_{I_F}^2 + b_2 \text{cov}_{I_F I_M} = \text{cov}_{I_F A}$$

$$b_1 \text{cov}_{I_F I_M} + b_2 \sigma_{I_M}^2 = \text{cov}_{I_M A}$$

hvis matriceform er:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{I_F}^2 & \text{cov}_{I_F I_M} \\ \text{cov}_{I_M I_F} & \sigma_{I_M}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cov}_{I_F A} \\ \text{cov}_{I_M A} \end{bmatrix}$$

Idet det antages, at faderen og moderen er ubeslægtede, og der endvidere ses bort fra det bidrag til kovariansen mellem I_F og A , der er til stede, såfremt der er tale om en ko som er anvendt til beregning af faderens afprøvningsindeks, fås:

$$\text{cov}_{I_F I_M} = 0$$

$$\text{cov}_{I_F A} = \frac{1}{2} \text{cov}_{I_F A_F} = \frac{1}{2} \sigma_{I_F}^2$$

$$\text{og } \text{cov}_{I_M A} = \frac{1}{2} \text{cov}_{I_M A_M} = \frac{1}{2} \sigma_{I_M}^2$$

Ligningssættet kan følgelig reduceres til:

$$b_1 \sigma_{I_F}^2 = \frac{1}{2} \sigma_{I_F}^2$$

$$b_2 \sigma_{I_M}^2 = \frac{1}{2} \sigma_{I_M}^2$$

Hvoraf følger, at $b_1 = b_2 = \frac{1}{2}$

Variansen på afstammingsindekset bliver:

$$\sigma_{I_1}^2 = \frac{1}{4} \sigma_{I_F}^2 + \frac{1}{4} \sigma_{I_M}^2 + 0$$

Og sikkerheden er følgelig:

$$r_1^2 = \sigma_{I_1}^2 / \sigma_A^2 = \frac{1}{4} (r_F^2 + r_M^2)$$

1.4 Kombinationsindekset

Indeksligningen har følgende indhold:

$$I_3 = b_1 I_1 + b_2 I_2$$

hvor I_1 og I_2 er henholdsvis dyrets afstammingsindeks og afprøvningsindeks.

Ligningssættet bliver følgelig:

$$b_1 \sigma_{I_1}^2 + b_2 \text{cov}_{I_1 I_2} = \text{cov}_{I_1 A}$$

$$b_1 \text{cov}_{I_2 I_1} + b_2 \sigma_{I_2}^2 = \text{cov}_{I_2 A}$$

Eller på matriceform:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{I_1}^2 & \text{cov}_{I_1 I_2} \\ \text{cov}_{I_1 I_2} & \sigma_{I_2}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cov}_{I_1 A} \\ \text{cov}_{I_2 A} \end{bmatrix}$$

men: $\text{cov}_{I_1 I_2} = \frac{1}{2} \text{cov}(I_M + I_F, I_2)$

hvor I_M og I_F er henholdsvis moderens og faderens kombinationsindekser. Såfremt der ses bort fra eventuelle miljøbetingede korrelationer mellem I_M og I_F på den ene side og I_2 på den anden bliver kovariansen mellem et dyrs afprøvningsindeks og en af forældrenes indekser lig med produktet af sikkerheden på de to indekser og halvdelen af den genetiske varians.

Følgelig fås:

$$\begin{aligned} \text{cov}_{I_1 I_2} &= \frac{1}{2} (r_M^2 r_F^2 \frac{1}{2} \sigma_A^2 + r_F^2 r_M^2 \frac{1}{2} \sigma_A^2) \\ &= r_M^2 \sigma_A^2 (\frac{1}{4} r_M^2 + \frac{1}{4} r_F^2) \end{aligned}$$

Udtrykket i parenteser er ifølge forrige afsnit netop lig med sikkerheden på dyrets afstammingsindeks.

Følgelig er:

$$\text{cov}_{I_1 I_2} = r_1^2 r_2^2 \sigma_A^2$$

Der er set bort fra, at udtrykket ikke er helt rigtigt i det tilfælde, der er tale om en ko, hvis afprøvningsindeks (I_2) har været anvendt til bestemmelse af faderens indeks, da dette vil give anledning til en lidt større kovarians mellem I_1 og I_2 . Imidlertid er tyrene som regel afprøvet på grundlag af flere døtre, og den pågældende fejl vil da være forsvindende lille. Det anførte udtryk for kovariansen mellem de to indekser kan derfor anvendes for både køer og tyre.

Da kovarianserne på højre side af de to ligninger er henholdsvis:

$$\text{cov}_{I_1 A} = \sigma_{I_1}^2$$

$$\text{og } \text{cov}_{I_2 A} = \sigma_{I_2}^2$$

kan ligningerne omskrives til:

$$b_1 \sigma_{I_1}^2 + b_2 r_1^2 r_2^2 \sigma_A^2 = \sigma_{I_1}^2$$

$$b_1 r_1^2 r_2^2 \sigma_A^2 + b_2 \sigma_{I_2}^2 = \sigma_{I_2}^2$$

der i matriceform er:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{I_1}^2 & r_1^2 r_2^2 \sigma_A^2 \\ r_1^2 r_2^2 \sigma_A^2 & \sigma_{I_2}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{I_1}^2 \\ \sigma_{I_2}^2 \end{bmatrix}$$

Divideres den første af disse igennem med $\sigma_{I_1}^2$ og den anden med $\sigma_{I_2}^2$, fås:

$$b_1 + b_2 r_2^2 = 1$$

$$b_1 r_1^2 + b_2 = 1$$

som på matriceform skrives:

$$\begin{bmatrix} 1 & r_2^2 \\ r_1^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

der løst med hensyn til b_1 og b_2 giver:

$$b_1 = \frac{1 - r_2^2}{1 - r_1^2 r_2^2}$$

$$b_2 = \frac{1 - r_1^2}{1 - r_1^2 r_2^2}$$

Variansen på indekset kan skrives:

$$\sigma_{I_3}^2 = b_1^2 \sigma_{I_1}^2 + b_2^2 \sigma_{I_2}^2 + 2 b_1 b_2 r_1^2 r_2^2 \sigma_A^2$$

Sikkerheden på indekset bliver følgelig:

$$r_3^2 = \sigma_{i_3}^2 / \sigma_\lambda^2 = b_1^2 r_1^2 + b_2^2 r_2^2 + 2 b_1 b_2 r_1^2 r_2^2$$

der kan reduceres til:

$$r_3^2 = \frac{r_1^2 + r_2^2 - 2 r_1^2 r_2^2}{1 - r_1^2 r_2^2}$$

Appendiks II

2 Beregning af den gennemsnitlige avlsværdi for forskellige kategorier af avlsdyr

I de følgende beregninger er forudsat, at de i *tabel 8 og 9* anførte størrelser for RDM og SDM har gyldighed i år 1975. Dette indebærer, at den avlsmæssige fremgang pr. år er *1,57 kg smørfedt*. Endvidere forudsættes, at der ikke sker miljømæssige ændringer, eller at der i givet fald korrigeres for disse.

Den første opgave er at finde den gennemsnitlige avlsværdi A_K for de kalve, der fødes i 1975. Da generationsintervallet for brugskøer er 4,1 år, må mødrene (BK) til disse kalve i gennemsnit være 4,1 år ældre end kalvene. Disse mødrekøers avlsmæssige overlegenhed over uselekterede køer af samme alder er 1,9 kg smørfedt, og da mødrekøernes avlsværdi ifølge *tabel 9* er 179,2 kg smørfedt, må de uselekterede køers avlsværdi være $179,2 - 1,9 = 177,3$ kg smørfedt. Da de nyfødte kalve er sammenlignelige med disse køer, blot med den forskel, at kalvene har nydt godt af den avlsmæssige fremgang, der er sket i de 4,1 år, som udgør aldersforskellen mellem de to grupper, kan kalvenes avlsværdi beregnes som:

$$A_K = 177,3 + 4,1 \cdot 1,57 = 183,7 \text{ kg smf.}$$

Idet kalvenes gennemsnitlige avlsværdi er lig med gennemsnittet af forældrenes avlsværdier, kan den gennemsnitlige avlsværdi af de tyre, der er fædre til kalvene, beregnes som:

$$A_T = 2 A_K - A_{BK}$$

$$A_T = 2 \cdot 183,7 - 179,2 = 188,2$$

Kalvenes fædre er jo dels ungtyre og dels brugstyre, som har været anvendt på samme tidspunkt. Ifølge Christensen et al. (1971) kan den avlsmæssige forskel (D) mellem disse to kategorier af avlsdyr beregnes som:

$$D = I_{BT} - (L_{BT} - L_{UT}) \Delta G$$

Indsættes de i *tabel 3* anførte værdier i denne ligning, fås:

$$D = 15,5 - (7,7 - 3,7) 1,57 = 9,2$$

Brugstyrenes og ungtyrenes avlsværdi kan herefter beregnes ved at løse følgende to ligninger:

$$A_T = pA_{UT} + (1 - p)A_{BT} = 188,2$$

$$A_{BT} - A_{UT} = D = 9,2$$

Idet $p = 0,58$, kan den første af disse ligninger omskrives til:

$$A_{UT} + 0,724 A_{BT} = 188,2/0,58 = 324,5$$

Adderes de to sidste ligninger, fås:

$$1,724 A_{BT} = 324,5 + 9,2 = 333,7$$

$$A_{BT} = 193,6$$

Heraf følger, at

$$A_{UT} = 193,6 - 9,2 = 184,4$$

Af tabel 8 fremgår, at de tyremødre, hvis kalve fødes i 1975, har en avlsmæssig overlegenhed, der er $15,0 - 1,9 = 13,1$ kg højere end de øvrige køers overlegenhed. Til gengæld er tyremødrene i gennemsnit 1,9 år ældre og er derfor målt som afvigelse fra ældre og dermed dårligere køer, idet den avlsmæssige fremgang jo er på 1,57 kg pr. år. Tyremødrenes avlsværdi i 1975 kan følgelig beregnes som:

$$\begin{aligned} A_{TM} &= A_{BK} - I_{BK} + I_{TM} - (L_{TM} - L_{BK}) \Delta G \\ &= 179,2 - 1,9 + 15,0 - (6,0 - 4,1) 1,57 = 189,3 \end{aligned}$$

Tyrefædrenes avlsværdi kan beregnes på tilsvarende måde:

$$\begin{aligned} A_{TF} &= A_{BT} - I_{BT} + I_{TF} - (L_{TF} - L_{BT}) \Delta G \\ &= 193,6 - 15,5 + 11,2 - (6,5 - 7,7) \cdot 1,57 = 191,2 \end{aligned}$$

Appendiks III

3 Udlødning af faktorer til korrigeret for besætningsstørrelse og beregning af besætningsernes avlsmæssige niveau

3.1 Beregning af regressionen af en besætnings sande afvigelse (B) på besætnings observerede afvigelse (B_n)

Pr. definition kan regressionskoefficienten beregnes som:

$$b_{B/B_n} = \text{cov}_{BB_n} / \sigma_{B_n}^2 \quad (1)$$

Besætningsens gennemsnitlige afvigelse fra racens gennemsnit kan skrives som:

$$B_n = 1/n P_1 + 1/n P_2 + \dots + 1/n P_n$$

hvor n = antal køer i besætningen

og P_i = den i 'ende kos afvigelse fra racens gennemsnit.

Følgelig er:

$$\sigma_{B_n}^2 = \frac{1 + (n-1) t}{n} \sigma_P^2 \quad (2)$$

hvor t = intraklassekorrelationen mellem køer tilhørende samme besætning.

Idet det sande besætningsgennemsnit kan skrives som:

$$B = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{m} (P_1 + P_2 + \dots + P_m) \right)$$

fås:

$$\text{cov}_{BB_n} = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+m} \sigma_P^2 + \frac{n(m-1)}{n m} \sigma_P^2 t \right) = \sigma_P^2 t \quad (3)$$

Indsættes udtrykkene (2) og (3) i (1), fås:

$$\begin{aligned} b_{B/B_n} &= \frac{\sigma_P^2 t}{\frac{1 + (n-1) t}{n} \sigma_P^2} \\ &= \frac{nt}{1 + (n-1) t} = \frac{n}{n + \frac{1}{t} - 1} \end{aligned} \quad (4)$$

3.2 Beregning af regressionen af en kos afvigelse fra et sandt besætningsgennemsnit på koens observerede afvigelse fra koens besætningsgennemsnit

3.2.1 Staldkammeraternes antalskorrigerede gennemsnit anvendes som besætningsgennemsnit

Koens observerede afvigelse fra staldkammeraternes antalskorrigerede gennemsnit kan skrives:

$$P_m = P_1 - k S_m$$

hvor P_1 = koens afvigelse fra racens gennemsnit

k = korrektionsfaktoren til korrigeret for antallet af staldkammerater

S_m = staldkammeraternes gennemsnitlige afvigelse fra racens gennemsnit

m = antal staldkammerater

Koens afvigelse fra staldkammeraternes sande gennemsnitlige afvigelse (S) fra racens gennemsnit kan skrives som:

$$P' = P_1 - S$$

Regressionskoefficienten kan pr. definition beregnes som:

$$b_{P'/P_m} = \text{COV}_{P'P_m} / \sigma_{P_m}^2 \quad (5)$$

Kovariansen mellem P' og P_m kan skrives som:

$$\begin{aligned} \text{COV}_{P'P_m} &= \text{COV}_{P_1P_1} - \text{COV}_{P_1S} - k \text{COV}_{P_1S_m} + k \text{COV}_{S_mS} \\ &= \sigma_P^2 - t \sigma_P^2 - k t \sigma_P^2 - k t \sigma_P^2 \\ &= (1 - t) \sigma_P^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Variansen på P_m bliver:

$$\begin{aligned} \sigma_{P_m}^2 &= \sigma_P^2 + k^2 \sigma_{S_m}^2 - 2 k \text{COV}_{P_1S_m} \\ &= \sigma_P^2 + k^2 \frac{1 + (m-1)t}{m} \sigma_P^2 - 2k t \sigma_P^2 \end{aligned}$$

$$\text{Idet } k = \frac{mt}{1 + (m-1)t} \text{ jævnfør ligning (4)}$$

kan dette udtryk reduceres til:

$$\sigma_{P_m}^2 = \left(1 - \frac{mt^2}{1 + (m-1)t}\right) \sigma_P^2 \quad (7)$$

Indsættes (6) og (7) i (5), fås:

$$b_{P'/P_m} = \frac{(1-t) \sigma_P^2}{\left(1 - \frac{mt^2}{1 + (m-1)t}\right) \sigma_P^2}$$

der efter omskrivning kan reduceres til:

$$b_{P'/P_m} = \frac{(m-1)t + 1}{mt + 1} = \frac{(n-2)t + 1}{(n-1)t + 1} \quad (8)$$

hvor n er det totale antal køer i besætningen $(m+1)$.

3.2.2 Koen selv inkluderes i besætningens gennemsnit

I dette tilfælde bliver regressionskoefficienten igen

$$b_{P'/P_n} = \text{cov}_{P'P_n} / \sigma_{P_n}^2 \quad (9)$$

$$P_n = P_1 - k B_n$$

$$\text{og } P' = P_1 - B$$

hvor P_1 og B_n er henholdsvis koens og besætningens afvigelse fra racens gennemsnit

k = faktor til korrigerings for besætningsstørrelse

n = antal køer i besætningen inklusive koen selv

B = besætningens sande afvigelse fra racens gennemsnit.

Kovariansen mellem P_n og P' bliver:

$$\begin{aligned}\text{cov}_{P'P_n} &= \text{cov}_{P_1P_1} - \text{cov}_{P_1B} - k \text{cov}_{P_1B_n} + k \text{cov}_{B_nB} \\ &= \sigma_P^2 - t \sigma_P^2 - k \frac{1 + (n-1)t}{n} \sigma_P^2 + k t \sigma_P^2 \\ &= (1 - t - k \frac{1 + (n-1)t}{n} + k t) \sigma_P^2\end{aligned}$$

Erstattes k med $\frac{nt}{1 + (n-1)t}$ fås:

$$\text{cov}_{P'P_n} = (1 - 2t + \frac{nt^2}{1 + (n-1)t}) \sigma_P^2 \quad (10)$$

Variansen på P_n kan skrives:

$$\begin{aligned}\sigma_{P_n}^2 &= \sigma_{P_1}^2 + k^2 \sigma_{B_n}^2 - 2k \text{cov}_{P_1B_n} \\ &= \sigma_P^2 + k^2 \frac{1 + (n-1)t}{n} \sigma_P^2 - 2k \frac{1 + (n-1)t}{n} \sigma_P^2\end{aligned}$$

Erstattes k med $\frac{nt}{1 + (n-1)t}$ kan denne ligning reduceres til:

$$\sigma_{P_n}^2 = (1 + \frac{nt^2}{1 + (n-1)t} - 2t) \sigma_P^2 \quad (11)$$

Indsættes (10) og (11) i (9) fås:

$$\begin{aligned}b_{P'/P_n} &= \frac{(1 - 2t + \frac{nt^2}{1 + (n-1)t}) \sigma_P^2}{(1 + \frac{nt^2}{1 + (n-1)t} - 2t) \sigma_P^2} = 1\end{aligned} \quad (12)$$

3.2.3 Bevis for, at $P_5 = b_{P/P_4} P_4$

$$P_5 = P_{ij} - b_{B/B_n} B_n$$

der ifølge (4) kan omskrives til:

$$P_5 = P_{ij} - \frac{nt}{1 + (n-1)t} B_n$$

$$P_4 = P_{ij} - b_{B/S_{n-1}} S_{n-1}$$

hvor S_{n-1} er staldkammeraternes gennemsnitlige afvigelse fra racens gennemsnit.

Ifølge (4) kan $b_{B/S_{n-1}}$ beregnes som $\frac{(n-1)t}{(n-2)t+1}$

Endvidere er $S_{n-1} = \frac{nB_n - P_{ij}}{(n-1)}$

Endelig er b_{P/P_4} ifølge (8) lig med $\frac{(n-2)t+1}{(n-1)t+1}$

Følgelig fås:

$$\begin{aligned} b_{P/P_4} P_4 &= \frac{(n-2)t+1}{(n-1)t+1} \left(P_{ij} - \frac{(n-1)t(nB_n - P_{ij})}{((n-2)t+1)(n-1)} \right) \\ &= \frac{P_{ij}t(n-2) + P_{ij} - t(nB_n - P_{ij})}{(n-1)t+1} \\ &= \frac{P_{ij}t(n-2) + P_{ij} - tnB_n + P_{ij}t}{(n-1)t+1} \\ &= \frac{P_{ij}t(n-1) + P_{ij} - tnB_n}{(n-1)t+1} \\ &= \frac{P_{ij}(t(n-1)+1) - tnB_n}{(n-1)t+1} \\ &= P_{ij} - \frac{tnB_n}{t(n-1)+1} \\ &= P_{ij} - b_{B/B_n} B_n \quad Q E D \end{aligned}$$

3.3 Udderledning af formler for besætningsheritabiliteten

Besætningsheritabiliteten kan pr. definition beregnes som:

$$h_{B_n}^2 = \text{cov}_{B_s B_n} / \sigma_{B_n}^2$$

$$\text{eller som } h_{B_n}^2 = \sigma_{B_s}^2 / \sigma_{B_n}^2$$

hvor B_s = den gennemsnitlige sande avlsmæssige overlegenhed af besætningens aktuelle kør

B_n = besætningens gennemsnitlige afvigelse fra racens gennemsnit

n = antal kør i besætningen.

Imidlertid kan B_s og B_n skrives som henholdsvis:

$$B_s = \frac{1}{n} A_1 + \frac{1}{n} A_2 + \dots + \frac{1}{n} A_n$$

$$B_n = \frac{1}{n} P_1 + \frac{1}{n} P_2 + \dots + \frac{1}{n} P_n$$

hvor A_i og P_i er henholdsvis den sande avlsmæssige overlegenhed og den fænotypiske overlegenhed over racens gennemsnit for den i 'ende ko i besætningen.

Kovariansen mellem B_s og B_n bliver følgende

$$\begin{aligned} \text{cov}_{B_s B_n} &= \frac{n}{n^2} \text{cov}_{A_j P_i} + \frac{n(n-1)}{n^2} \text{cov}_{A_i P_j}, i \neq j \\ &= \frac{1}{n} \sigma_A^2 + \frac{n-1}{n} r \sigma_A^2 \\ &= \frac{1 + (n-1) r}{n} \sigma_A^2 \end{aligned} \quad (13)$$

hvor r = den genetiske korrelation mellem dyr tilhørende samme besætning.

Variansen på B_s bliver

$$\begin{aligned}\sigma_{B_s}^2 &= \frac{r}{n^2} \sigma_A^2 + 2 \frac{n(n-1)}{2} \text{cov}_{A_i A_j}, i \neq j \\ &= \frac{1 + (n-1) r}{n} \sigma_A^2\end{aligned}\quad (14)$$

hvilket er lig med kovariansen (13). Heraf ses, at de to udtryk for $h_{B_n}^2$ er identiske.

Variansen på B_n kan som tidligere vist (2) skrives som:

$$\sigma_{B_n}^2 = \frac{1 + (n-1) t}{n} \sigma_P^2 \quad (15)$$

Heraf følger, at

$$h_{B_n}^2 = \frac{\frac{1 + (n-1) r}{n} \sigma_A^2}{\frac{1 + (n-1) t}{n} \sigma_P^2}$$

kan reduceres til:

$$h_{B_n}^2 = \frac{h^2 + (n-1) r h^2}{1 + (n-1) t} = \frac{1 + (n-1) r}{1 + (n-1) t} h^2 \quad (16)$$

Ved at gange B_n med $h_{B_n}^2$ fås et udtryk for besætningens forventede avlsmæssige overlegenhed (I_{B_n}):

$$I_{B_n} = h_{B_n}^2 \cdot B_n$$

Variansen på dette udtryk bliver:

$$\begin{aligned}\sigma_{I_{B_n}}^2 &= h_{B_n}^4 \sigma_{B_n}^2 \\ &= h_{B_n}^4 \frac{1 + (n-1) t}{n} \sigma_P^2 \\ &= h_{B_n}^4 \frac{1 + (n-1) r}{n} \sigma_A^2 / h_{B_n}^2 \\ &= \frac{1 + (n-1) r}{n} \sigma_A^2 h_{B_n}^2\end{aligned}\quad (17)$$

Kovariansen mellem I_{B_n} og B_s er lig med kovariansen mellem B_s og B_n (13) multipliceret med $h_{B_n}^2$.

Den kvadrerede korrelation mellem I_{B_n} og B_s kan følgelig beregnes som:

$$\begin{aligned} r_{I_{B_n} B_s}^2 &= \frac{(\text{cov}_{I_{B_n} B_s})^2}{\sigma_{I_{B_n}}^2 \sigma_{B_s}^2} \\ &= \frac{\frac{1 + (n-1) r}{n} \sigma_A^2 h_{B_n}^2}{\frac{1 + (n-1) r}{n} \sigma_A^2 h_{B_n}^2 \frac{1 + (n-1) r}{n} \sigma_A^2} \\ &= h_{B_n}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

Middelfejlen på I_{B_n} kan beregnes som

$$\begin{aligned} \text{MF}_{I_{B_n}} &= \sqrt{(1-h_{B_n}^2) \sigma_{I_{B_n}}^2} \\ &= \sqrt{(1-h_{B_n}^2) \frac{1 + (n-1) r}{n} \sigma_A^2} \end{aligned} \quad (19)$$

Ønskes et skøn over den gennemsnitlige avlsmæssige værdi af besætningen fremover, kan dette gøres ved at beregne en besætningsheritabilitet, der kun inkluderer den permanente del af den avlsmæssige forskel mellem besættningerne. Denne heritabilitet kan beregnes som:

$$h_{B_p}^2 = \sigma_{B_A}^2 / \sigma_{B_n}^2 = \text{cov}_{B_A B_n} / \sigma_{B_n}^2$$

hvor B_A er den sande avlsmæssige værdi af fremtidige køer i besætningen.

$$\text{Idet } \sigma_{B_A}^2 = \text{cov}_{B_A B_n} = r \sigma_A^2$$

$$\text{og } \sigma_{B_n}^2 \text{ ifølge (2) er lig med } \frac{1 + (n-1) t}{n} \sigma_P^2$$

$$\text{fås: } h_{B_p}^2 = \frac{r \sigma_A^2}{\frac{1 + (n-1) t}{n} \sigma_P^2} = \frac{n r h^2}{1 + (n-1) t}$$

3.4 Udledning af formler for beregning af besætningsindekser, deres sikkerhed, spredning og middelfejl

3.4.1 Anvendelse af afstammingsindekset

Regressionen af besætningsens sande avlsmæssige overlegenhed (B_s) på køernes gennemsnitlige afstammingsindeks ($\bar{I}_1$) kan skrives:

$$b_1 = \frac{\text{cov}_{B_s \bar{I}_1}}{\sigma_{\bar{I}_1}^2}$$

Da $\bar{I}_1$ kan beskrives som:

$$\bar{I}_1 = \frac{1}{n} I_{11} + \frac{1}{n} I_{12} + \dots + \frac{1}{n} I_{1n}$$

kan kovariansen mellem B_s og $\bar{I}_1$ beregnes som:

$$\begin{aligned} \text{cov}_{B_s \bar{I}_1} &= \frac{1}{n} \bar{r}_1^2 \sigma_A^2 + \frac{n-1}{n} \bar{r}_1^2 r \sigma_A^2 \\ &= \frac{1 + (n-1) r}{n} \bar{r}_1^2 \sigma_A^2 \end{aligned} \quad (20)$$

hvor r = den genetiske korrelation mellem kørerne i besætningen,

og $\bar{r}_1^2$ = den gennemsnitlige sikkerhed ved køernes afstammingsindekser.

Variansen på $\bar{I}_1$ bliver

$$\sigma_{\bar{I}_1}^2 = \frac{n}{n^2} \sigma_{\bar{I}_1}^2 + \frac{n(n-1)}{n^2} \text{cov}_{I_{1i} I_{1j}}, \quad i \neq j$$

Forudsættes, at alle afstammingsindekser er bestemt med samme sikkerhed (= $\bar{r}_1^2$) fås:

men $\sigma_{\bar{I}_1}^2 = r_1^2 \sigma_A^2$ og $\text{cov}_{I_{1i} I_{1j}} = r \bar{r}_1^2 \sigma_A^2$

Følgelig fås:

$$\sigma_{\bar{I}_1}^2 = \frac{1 + (n-1) r \bar{r}_1^2}{n} \bar{r}_1^2 \sigma_A^2 \quad (21)$$

Regressionskoefficienten b_1 kan derfor beregnes som forholdet mellem udtrykkene (20) og (21).

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{\frac{1 + (n-1) r}{n} \bar{r}_1^2 \sigma_A^2}{\frac{1 + (n-1) r r^2}{n} \bar{r}_1^2 \sigma_A^2} \\
 &= \frac{1 + (n-1) r}{1 + (n-1) r \bar{r}_1^2} \quad (22)
 \end{aligned}$$

Den kvadrerede korrelation mellem B_s og $\bar{I}_1$, der jo er et udtryk for sikkerheden ved beregningen af besætningens avlsmæssige overlegenhed ved hjælp af $\bar{I}_1$ og b_1 , kan beregnes som forholdet mellem kvadratet på udtryk (20) og produktet af (14) og (21):

$$\begin{aligned}
 r_{\bar{I}_1 B_s}^2 &= \frac{\left[\frac{1 + (n-1) r}{n} \bar{r}_1^2 \sigma_A^2 \right]^2}{\frac{1 + (n-1) r}{n} \sigma_A^2 \frac{1 + (n-1) r \bar{r}_1^2}{n} \bar{r}_1^2 \sigma_A^2} \\
 &= \frac{(1 + (n-1) r)^2 \bar{r}_1^4}{(1 + (n-1) r) (1 + (n-1) r \bar{r}_1^2) \bar{r}_1^2} \\
 &= \frac{\bar{r}_1^2 + (n-1) r \bar{r}_1^2}{1 + (n-1) r \bar{r}_1^2} = \bar{r}_1^2 b_1 \quad (23)
 \end{aligned}$$

Da $\bar{I}_{B_1} = b_1 \bar{I}_1$ kan variansen på $\bar{I}_{B_1}$ beregnes som

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\bar{I}_{B_1}}^2 &= b_1^2 \sigma_{\bar{I}_1}^2 \\
 \sigma_{\bar{I}_{B_1}}^2 &= \left[\frac{1 + (n-1) r}{1 + (n-1) r \bar{r}_1^2} \right]^2 \frac{1 + (n-1) r \bar{r}_1^2}{n} \bar{r}_1^2 \sigma_A^2
 \end{aligned}$$

Dette udtryk kan reduceres til:

$$\sigma_{\bar{I}_{B_1}}^2 = \frac{1 + (n-1) r}{n} b_1 \bar{r}_1^2 \sigma_A^2 \quad (24)$$

Middelfejlen på I_{B_1} kan beregnes som:

$$\begin{aligned} MF_{I_{B_1}} &= \sqrt{(1 - r_{I_1 B_s}^2) \sigma_{B_s}^2} \\ &= \sqrt{(1 - \bar{r}_1^2 b_1) \frac{1 + (n-1) r}{n} \sigma_A^2} \end{aligned} \quad (25)$$

3.4.2 Anvendelse af kombinationsindekset

Regressionen af besætningens sande avlsmæssige overlegenhed på køernes gennemsnitlige kombinationsindeks I_3 kan skrives:

$$b_3 = \frac{\text{cov}_{B_s I_3}}{\sigma_{I_3}^2}$$

Kovariansen mellem I_{B_s} og I_3 kan beregnes som:

$$\begin{aligned} \text{cov}_{B_s I_3} &= \frac{1}{n} \bar{r}_3^2 \sigma_A^2 + \frac{n-1}{n} r \bar{r}_3^2 \sigma_A^2 \\ &= \frac{1 + (n-1) r}{n} \bar{r}_3^2 \sigma_A^2 \end{aligned} \quad (26)$$

hvor $\bar{r}_3^2$ = den gennemsnitlige sikkerhed ved køernes afprøvningsindeks.

Variansen på I_3 bliver:

$$\sigma_{I_3}^2 = \frac{1}{n} \sigma_{I_3}^2 + \frac{n-1}{n} v \sigma_{I_3}^2$$

hvor v er korrelationen mellem kombinationsindekser for køer tilhørende samme besætning. Et tilnærmet udtryk for denne korrelation er givet i *appendiks 3.4.3, formel (34)*.

Dette udtryk kan reduceres til:

$$\sigma_{I_3}^2 = \frac{1 + (n-1) v}{n} \bar{r}_3^2 \sigma_A^2 \quad (27)$$

Divideres udtrykket i (26) med udtrykket i (27) fås regressionskoefficienten

$$b_3 = \frac{1 + (n-1) r}{1 + (n-1) v} \quad (28)$$

Den kvadrerede korrelation mellem I_{B_3} og $\bar{I}_3$ kan beregnes som kvadratet på (26) divideret med produktet af (14) og (27):

$$\begin{aligned} r_{B_3 \bar{I}_3}^2 &= \frac{\left(\frac{1 + (n-1) r}{n} \right)^2 \bar{r}_3^2 \sigma_A^2}{\frac{1 + (n-1) r}{n} \sigma_A^2 \frac{1 + (n-1) v}{n} \bar{r}_3^2 \sigma_A^2} \\ &= b_3^2 \bar{r}_3^2 \end{aligned} \quad (29)$$

Varianzen på skønnet over besætningens avlsmæssige overlegenhed ($I_{B_3} = b_3 \bar{I}_3$) bliver:

$$\begin{aligned} \sigma_{I_{B_3}}^2 &= b_3^2 \sigma_{\bar{I}_3}^2 \\ &= b_3^2 \frac{1 + (n-1) v}{n} \bar{r}_3^2 \sigma_A^2 \end{aligned} \quad (30)$$

Middelfejlen på dette skøn bliver:

$$MF_{I_{B_3}} = \sqrt{(1 - \bar{r}_3^2 b_3) \frac{1 + (n-1) r}{n} \sigma_A} \quad (31)$$

3.4.3 Korrelationen mellem kombinationsindekser hos køer tilhørende samme besætning

Den gennemsnitlige korrelation mellem kombinationsindekser for køer tilhørende samme besætning er i formlerne (27), (28) og (30) betegnet med bogstavet v .

Et tilnærmet udtryk for denne korrelation kan fås ved følgende udledninger:

Kovariansen mellem kombinationsindekset I_3 og I_3' for to tilfældigt udtagne kvier tilhørende samme besætning kan skrives:

$$\text{cov}_{I_3 I_3'} = \text{cov}(b_1 I_1 + b_2 I_2, b_1' I_1' + b_2' I_2')$$

hvor I_1 og I_2 er henholdsvis afstammingsindekset og afprøvningsindekset for

den første ko, og I_1' og I_2' er de tilsvarende indekser for den anden. b_1 -værdien er de vægtfaktorer, der kræves for at omregne I_1 og I_2 til et kombinationsindeks. Dette udtryk kan omskrives til:

$$\text{cov}_{I_3 I_2} = b_1 b_1' \text{cov}_{I_1 I_1'} + b_1 b_2' \text{cov}_{I_1 I_2'} + b_2 b_1' \text{cov}_{I_2 I_1'} + b_2 b_2' \text{cov}_{I_2 I_2'}$$

$$\text{Men } \text{cov}_{I_1 I_1'} = r_1 r_1' \sigma_{I_1}^2 \sigma_{I_1'}^2$$

$$\text{cov } I_1 I_2' = r_1 r_2' \sigma_{I_1}^2 \sigma_{I_2'}^2$$

$$\text{cov } I_2 I_1' = r_2 r_1' \sigma_{I_2}^2 \sigma_{I_1'}^2$$

Idet den fælles miljøeffekt forudsættes elimineret ved beregning af I_2 , er:

$$\text{cov } I_2 I_2' = r_2 r_2' \sigma_{I_2}^2 \sigma_{I_2'}^2$$

I praksis vil den gennemsnitlige sikkerhed på afstammings- og afprøvningsindekserne være af samme størrelsesorden (ca. 0,25). Regnes med samme gennemsnitlige sikkerhed $\bar{r}_1^2 = \bar{r}_2^2 = \bar{r}_i^2$, bliver $b_1 = b_1' = b_2 = b_2' = b_i$ og $\sigma_{I_1}^2 = \sigma_{I_1'}^2 = \sigma_{I_2}^2 = \sigma_{I_2'}^2 = \sigma_{I_i}^2$

Følgelig bliver:

$$\text{cov}_{I_3 I_2} = b_i^2 4 r_i^2 r \sigma_{I_i}^2 \quad (32)$$

Variansen på I_3 og I_3' bliver under samme forudsætninger:

$$\begin{aligned} \sigma_{I_3}^2 = \sigma_{I_3'}^2 &= 2 b_i^2 \sigma_{I_i}^2 + 2 b_i^2 r_i^2 \sigma_{I_i}^2 \\ &= 2 b_i^2 \sigma_{I_i}^2 (1 + r_i^2) \end{aligned} \quad (33)$$

Korrelationen mellem I_3 og I_3' kan følgelig med tilnærmelse beregnes ved at dividere (32) med (33):

$$\begin{aligned} v = r_{I_3 I_3'} &= \frac{b_i^2 4 r_i^2 r \sigma_{I_i}^2}{2 b_i^2 \sigma_{I_i}^2 (1 + r_i^2)} \\ &= \frac{2 r_i^2 r}{1 + r_i^2} \end{aligned} \quad (34)$$

Appendiks IV

4 Udledning af vægtfaktorer ved anvendelse af ufuldstændige laktationer i avls-værdivurderingen

4.1 Vurdering af en ko på grundlag af en enkelt ufuldstændig laktation

Indeksligningen er:

$$I_2 = b_1 p$$

hvor p = den ufuldstændige laktation.

Ligningssættet bliver:

$$b_1 \sigma_p^2 = \text{cov}_{pA}$$

Men:

$$\text{cov}_{pA} = \text{cov}_{AA'} = r_a \sigma_A \sigma_{A'}$$

hvor r_a = den genetiske korrelation mellem en ufuldstændig og en fuldstændig laktation.

$\sigma_{A'}$ = den genetiske spredning for den ufuldstændige laktation.

Heraf følger:

$$b_1 \sigma_p^2 = r_a \sigma_A \sigma_{A'}$$

Idet det forudsættes, at heritabiliteten for fuldstændige og ufuldstændige laktationer er af samme størrelse, fås:

$$b_1 = r_a h \sigma_A / \sigma_p = r_a h^2 \sigma_p / \sigma_p$$

Variansen på indekset bliver:

$$\sigma_{I_2}^2 = b_1^2 \sigma_p^2 = r_a^2 h^4 \sigma_p^2$$

Sikkerheden på indekset bliver følgende:

$$r_2^2 = \sigma_I^2 / \sigma_A^2 = r_a^2 h^2$$

Såfremt p afvejes med en vægtfaktor, f.eks. den fænotypiske korrelation (r_p) mellem p og samme kos fuldstændige laktation, fås:

$$I_2 = b_1 r_p p$$

Ligningssættet bliver da:

$$b_1 r_p^2 \sigma_p^2 = r_p \text{cov}_{pA} = r_p r_a \sigma_A \sigma_A$$

$$b_1 = \frac{r_a h^2}{r_p} \frac{\sigma_p}{\sigma_p}$$

Variansen på indekset bliver:

$$\sigma_{I_2}^2 = b_1^2 r_p^2 \sigma_p^2 = r_a^2 h^4 \sigma_p^2$$

Sikkerheden på indekset bliver følgende:

$$r_2^2 = \sigma_{I_2}^2 / \sigma_A^2 = r_a^2 h^2$$

4.2 Vurdering af en ko med n fuldstændige laktationer samt én ufuldstændig laktation

Indeksligningen kan skrives som:

$$I_2 = b_1 I. + b_2 p$$

hvor $I.$ = koens afprøvningsindeks, baseret på dens n fuldstændige laktationer

p = den ufuldstændige laktation.

Ligningssættet bliver:

$$b_1 \sigma_{I.}^2 + b_2 \text{cov}_{I,p} Y \text{cov}_{I,A}$$

$$b_1 \text{cov}_{I,p} + b_2 \sigma_p^2 = \text{cov}_{pA}$$

Eller på matriceform:

$$\begin{bmatrix} \sigma_I^2 & \text{cov}_{I,p} \\ \text{cov}_{I,p} & \sigma_p^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cov}_{I,A} \\ \text{cov}_{pA} \end{bmatrix}$$

Kovariansen mellem I. og p kan omskrives til:

$$\text{cov}_{I,p} = r^2 r_p \sigma_p \sigma_p$$

hvor r_p er lig med gennemsnittet af korrelationerne mellem den ufuldstændige laktation p på den ene side og hver af de n fuldstændige laktationer på den anden.

Da σ_I^2 endvidere kan skrives som $r^2 \sigma_A^2$ og $\text{cov}_{I,A}$ som $r^2 \sigma_A^2$, kan ligningssættet omskrives til:

$$b_1 r^2 \sigma_A^2 + b_2 r^2 r_p \sigma_p \sigma_p = r^2 \sigma_A^2$$

$$b_1 r^2 r_p \sigma_p \sigma_p + b_2 \sigma_p^2 = r_a \sigma_A \sigma_A$$

hvor σ_A = den additive genetiske spredning for den ufuldstændige laktation.

Matriceformen af disse ligninger er:

$$\begin{bmatrix} r^2 \sigma_A^2 & r^2 r_p \sigma_p \sigma_p \\ r^2 r_p \sigma_p \sigma_p & \sigma_p^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r^2 \sigma_A^2 \\ r_a \sigma_A \sigma_A \end{bmatrix}$$

Divideres disse to ligninger igennem med henholdsvis $r^2 r_p \sigma_p \sigma_p$ og σ_p^2 , fås:

$$b_1 \frac{h \sigma_A}{r_p \sigma_p} + b_2 = \frac{h \sigma_A}{r_p \sigma_p}$$

$$b_1 r^2 r_p \sigma_p / \sigma_p + b_2 = r_a h \sigma_A / \sigma_p$$

eller som matrice

$$\begin{bmatrix} \frac{h \sigma_A}{r_p \sigma_p} & 1 \\ r_p^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{h \sigma_A}{r_p \sigma_p} \\ r_a h \sigma_A / \sigma_p \end{bmatrix}$$

Løses disse ligninger med hensyn til b_1 og b_2 , fås:

$$b_1 = \frac{h^2 - r_a r_p h^2}{h^2 - r_p^2}$$

$$b_2 = \frac{(1 - b_1) h^2 \sigma_p}{r_p \sigma_p}$$

Variansen på indekset bliver:

$$\sigma_{I_2}^2 = b_1^2 \sigma_I^2 + b_2^2 \sigma_p^2 + 2 b_1 b_2 \text{cov}_{I,p}$$

Sikkerheden på indekset:

$$r_2^2 = b_1^2 r^2 + b_2^2 \sigma_p^2 / \sigma_A^2 + 2 b_1 b_2 r \cdot r_p \sigma_p / \sigma_A h$$

der efter omskrivning kan reduceres til:

$$\begin{aligned} r_2^2 &= b_1 r^2 + b_2 r_a \sigma_p / \sigma_p \\ &= b_1 r^2 + \frac{(1 - b_1) h^2 r_a}{r_p} \end{aligned}$$

4.3 Vurdering af en tyr på grundlag af n døtres afprøvningsindekser, baseret på ufuldstændige laktationer af samme længde

Indeksligningen:

$$I_2 = b_1 \bar{I}_D$$

$$\bar{I}_D = \text{døtrenes gennemsnitlige afprøvningsindeks baseret på } n \text{ ufuldstændige laktationer af samme længde.}$$

Ligningssættet:

$$b_1 \sigma_{I_D}^2 = \text{cov}_{I_D A}$$

Men $\bar{I}_D$ kan skrives som:

$$\bar{I}_D = \frac{1}{n} (bp_1 + bp_2 + \dots + bp_n)$$

hvor p_i = den i 'ende datters ydelsesafvigelse

b = en vægtfaktor, som ifølge formel (68) er lig med $r_a h^2 \sigma_p / \sigma_p$

Variansen på $\bar{I}_D$ bliver derfor:

$$\sigma_{\bar{I}_D}^2 = \frac{b^2}{n^2} (n \sigma_p^2 + n(n-1) \frac{1}{4} \sigma_A^2)$$

Indsættes udtrykket for b , kan denne varians omskrives til:

$$\sigma_{\bar{I}_D}^2 = \frac{h^4 r_a^2 \sigma_p^2 (1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2)}{n}$$

Endvidere er:

$$\begin{aligned} \text{cov}_{I_D A} &= \text{cov}_{I_D A} = b \text{cov}_{pA} \\ &= b \frac{1}{2} \text{cov}_{A'A} = b \frac{1}{2} r_a \sigma_A \sigma_A \end{aligned}$$

Indsættes udtrykket for b , fås:

$$\begin{aligned} \text{cov}_{I_D A} &= \frac{1}{2} r_a \sigma_A \sigma_A r_a h^2 \sigma_p / \sigma_p \\ &= \frac{1}{2} r_a^2 h^2 \sigma_A^2 \end{aligned}$$

Vægtfaktoren b_1 kan følgelig beregnes som:

$$\begin{aligned} b_1 &= \text{cov}_{I_D A} / \sigma_{\bar{I}_D}^2 \\ &= \frac{\frac{1}{2} r_a^2 h^2 \sigma_A^2}{h^4 r_a^2 \sigma_p^2 (1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2) / n} \\ &= \frac{\frac{1}{2} n}{1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2} \end{aligned}$$

Variansen på indekset bliver:

$$\begin{aligned}\sigma_{I_2}^2 &= b_1^2 \sigma_{I_D}^2 \\ &= b_1^2 h^4 r_a^2 \sigma_P^2 (1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2)/n \\ &= \frac{n \frac{1}{4} h^4 r_a^2 \sigma_P^2}{1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2}\end{aligned}$$

Sikkerheden på indekset bliver:

$$r_{I_2A}^2 = \sigma_{I_2}^2 / \sigma_A^2 = \frac{n \frac{1}{4} h^2 r_a^2}{1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2} = b_1 \frac{1}{2} h^2 r_a^2$$

4.4 Udledning af vægtfaktorer til opdatering af en tyrs afprøvningsindeks under hensyntagen til såvel fuldstændige som ufuldstændige laktationer

Indeksligningen kan skrives som:

$$I_2 = b_1 I. + b_2 I_D$$

hvor $I.$ = tyrens »gamle« afprøvningsindeks

I_D = den nye datters afprøvningsindeks.

Ligningssættet bliver:

$$b_1 \sigma_{I.}^2 + b_2 \text{cov}_{I., I_D} = \text{cov}_{I., A}$$

$$b_1 \text{cov}_{I., I_D} + b_2 \sigma_{I_D}^2 = \text{cov}_{I_D A}$$

Omskrives til matricer, fås:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{I.}^2 & \text{cov}_{I., I_D} \\ \text{cov}_{I., I_D} & \sigma_{I_D}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cov}_{I., A} \\ \text{cov}_{I_D A} \end{bmatrix}$$

Idet $I.$ kan være baseret på såvel fuldstændige som ufuldstændige laktationer, er det vanskeligt at finde et nøjagtigt udtryk for, kovariansen mellem dette indeks og I_D .

Imidlertid er $I.$ afhængig af antal døtre n , af disses laktationsyndelser, af heritabiliteten og af den genetiske korrelation mellem de laktationer, som $I.$ er beregnet på grundlag af og de tilsvarende fuldstændige laktationer.

I *kapitel VI* er vist, hvorledes $I.$ kan beregnes, såfremt alle døtrenes laktationer er af samme længde (jvf. formlerne (74) – (77)). Ved at indføre to fiktive størrelser ($b.$ og $p.$) kan samme formler anvendes til at danne et udtryk for $I.$:

$$I. = b. \cdot p.$$

hvor $p.$ = et afvejet gennemsnit af de n laktationer,
som $I.$ er baseret på.

$b.$ = den vægtfaktor, som $p.$ skal ganges med for at få $I.$

Anvendes formel (77) i denne forbindelse, fås følgende udtryk for $b.$:

$$\begin{aligned} b. &= \frac{\frac{1}{2} n h^2}{1 + (n-1) \frac{1}{4} h^2} r_{a.} k. \\ &= \frac{2 r^2 k.}{r_{a.}} \end{aligned}$$

hvor r^2 = sikkerheden på $I.$

$r_{a.}$ = den genetiske korrelation mellem det afvejede gennemsnit ($p.$) af de laktationer, som $I.$ er baseret på, og gennemsnittet af de tilsvarende fuldstændige laktationer,

og $k.$ = $\sigma_p/\sigma_{p.}$

$I.$ kan følgelig skrives som:

$$I. = \frac{2 r^2 k.}{r_{a.}} p.$$

I_D kan ifølge *appendiks 4.1* skrives som:

$$I_D = h^2 r_a k p$$

hvor p = den nye datters aktuelle laktation

r_a = den genetiske korrelation mellem denne laktation (p) og den tilsvarende fuldstændige laktation

$$k = \sigma_p / \sigma_p$$

Kovariansen mellem tyrens »gamle« afprøvningsindeks I . og den nye datters indeks I_D kan derfor skrives:

$$\begin{aligned} \text{cov}_{I, I_D} &= \frac{2 r_a^2 k}{r_a} h^2 r_a k \text{cov}_{p, p} \\ &= \frac{2 r_a^2 k \cdot h^2 r_a k}{r_a} \frac{1}{4} r_x \sigma_{A^*} \sigma_{A'} \end{aligned}$$

hvor $\frac{1}{4} r_x$ = den genetiske korrelation mellem den nye datters laktation (p) og det afvejede gennemsnit (p .) af de laktationer, I . er baseret på,

σ_{A^*} = den gennemsnitlige genetiske spredning af laktationerne i p .

$\sigma_{A'}$ = den genetiske spredning af den nye datters laktation (p).

Da heritabiliteten for ufuldstændige og fuldstændige laktationer er af samme størrelse, fås:

$$\sigma_{A'} = h \sigma_p = \sigma_A \sigma_p / \sigma_p = \sigma_A / k$$

Tilsvarende er: $\sigma_{A^*} = \sigma_A / k$.

Kovariansen kan derfor reduceres til:

$$\text{cov}_{I, I_D} = \frac{r_a^2 h^2 r_a r_x}{2 r_a} \sigma_A^2$$

Erstattes r^2 med σ_1^2/σ_A^2 fås:

$$\begin{aligned}\text{cov}_{1,D} &= \frac{1}{2} h^2 \sigma_1^2 r_a r_x / r_a \\ &= \frac{1}{2} h^2 \sigma_1^2 a\end{aligned}$$

hvor $a = r_a r_x / r_a$.

Ligningssættet kan derfor skrives:

$$b_1 \sigma_1^2 + b_2 \frac{1}{2} h^2 \sigma_1^2 a = \sigma_1^2$$

$$b_1 \frac{1}{2} h^2 \sigma_1^2 a + b_2 \sigma_D^2 = \frac{1}{2} r_D^2 \sigma_A^2$$

der på matriceform er:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \frac{1}{2} h^2 \sigma_1^2 a \\ \frac{1}{2} h^2 \sigma_1^2 a & \sigma_D^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 \\ \frac{1}{2} r_D^2 \sigma_A^2 \end{bmatrix}$$

Divideres den første af disse ligninger igennem med σ_1^2 , og den anden med $\sigma_D^2 = r_D^2 \sigma_A^2 = r_a^2 h^2 \sigma_A^2$ fås:

$$b_1 + b_2 \frac{1}{2} h^2 a = 1$$

$$b_1 \frac{1}{2} r^2 a / r_a^2 + b_2 = \frac{1}{2}$$

der på matriceform bliver:

$$\begin{bmatrix} 1 & + \frac{1}{2} h^2 a \\ \frac{1}{2} r^2 a / r_a^2 & + 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Løses disse ligninger, fås:

$$b_1 = \frac{4 - h^2 a}{4 - r^2 h^2 a^2 / r_a^2}$$

$$b_2 = \frac{2(1 - b_1)}{h^2 a}$$

Variansen på indekset bliver:

$$\begin{aligned}\sigma_{I_2}^2 &= b_1^2 \sigma_{I_1}^2 + b_2^2 \sigma_{I_D}^2 + 2 b_1 b_2 \text{cov}_{I_1, I_D} \\ &= b_1^2 \sigma_{I_1}^2 + b_2^2 \sigma_{I_D}^2 + b_1 b_2 h^2 \sigma_{I_1}^2 a\end{aligned}$$

Sikkerheden på indekset bliver:

$$r_2^2 = \sigma_{I_2}^2 / \sigma_A^2 = b_1^2 r^2 + b_2^2 r_D^2 + b_1 b_2 h^2 r^2 a$$

4.4.1 Der tages hensyn til kombinationsindekserne for mødrene til tyrens døtre

Indeks ligningen bliver i dette tilfælde

$$I_2 = b_1 I_1 + b_2 I_D + b_3 I_M$$

Ligningssættet bliver:

$$b_1 \sigma_{I_1}^2 + b_2 \text{cov}_{I_1, I_D} + b_3 \text{cov}_{I_1, I_M} = \text{cov}_{I_1, A}$$

$$b_1 \text{cov}_{I_D, I_1} + b_2 \sigma_{I_D}^2 + b_3 \text{cov}_{I_D, I_M} = \text{cov}_{I_D, A}$$

$$b_1 \text{cov}_{I_M, I_1} + b_2 \text{cov}_{I_M, I_D} + b_3 \sigma_{I_M}^2 = \text{cov}_{I_M, A}$$

Matriceformen af ligningssættet er:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{I_1}^2 & \text{cov}_{I_1, I_D} & \text{cov}_{I_1, I_M} \\ \text{cov}_{I_D, I_1} & \sigma_{I_D}^2 & \text{cov}_{I_D, I_M} \\ \text{cov}_{I_M, I_1} & \text{cov}_{I_M, I_D} & \sigma_{I_M}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cov}_{I_1, A} \\ \text{cov}_{I_D, A} \\ \text{cov}_{I_M, A} \end{bmatrix}$$

Idet det som tidligere forudsættes, at der ikke er genetisk korrelation mellem tyren og de køer, den anvendes til, og at der ikke er miljømæssig korrelation mellem mødre og døtre, fås:

$$\text{cov}_{I_1, I_M} = \text{cov}_{I_M, A} = 0$$

Idet datterens indeks, som vist i forrige afsnit, kan skrives:

$$I_D = (h^2 r_a \sigma_P / \sigma_P) p$$

$$\text{fås: } \text{cov}_{I_M I_D} = h^2 r_a \sigma_P / \sigma_P \text{ cov } p I_M$$

$$= (h^2 r_a \sigma_P / \sigma_P) r_M \frac{1}{2} r_a \sigma_A \sigma_A$$

$$= \frac{1}{2} h^2 r_a^2 r_M^2 h \sigma_P \sigma_A$$

$$= \frac{1}{2} h^2 r_a^2 r_M^2 \sigma_A^2 = \frac{1}{2} r_D^2 r_M^2 \sigma_A^2$$

De øvrige varianser og kovarianser i ligningssættet er udledt i forrige afsnit.

Ved at indsætte de pågældende udtryk i ligningssættet fås:

$$b_1 \sigma_I^2 + b_2 \frac{1}{2} h^2 \sigma_I^2 a + 0 = \sigma_I^2$$

$$b_1 \frac{1}{2} h^2 \sigma_I^2 a + b_2 \sigma_{I_D}^2 + b_3 \frac{1}{2} r_D^2 r_M^2 \sigma_A^2 = \frac{1}{2} \sigma_{I_D}^2$$

$$0 + b_2 \frac{1}{2} r_D^2 r_M^2 \sigma_A^2 + b_3 \sigma_{I_M}^2 = 0$$

Divideres de tre ligninger igennem med henholdsvis σ_I^2 , $\sigma_{I_D}^2$ og $\sigma_{I_M}^2$ fås:

$$b_1 + b_2 \frac{1}{2} h^2 a = 1$$

$$b_1 \frac{1}{2} h^2 a / r_a^2 + b_2 + b_3 \frac{1}{2} r_M^2 = \frac{1}{2}$$

$$b_2 \frac{1}{2} r_D^2 + b_3 = 0$$

der på matriceformen bliver:

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} h^2 a & 0 \\ \frac{1}{2} h^2 a / r_a^2 & 1 & \frac{1}{2} r_M^2 \\ 0 & \frac{1}{2} r_D^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Løsningen på dette ligningssæt bliver:

$$b_1 = \frac{4 - r_D^2 r_M^2 - r_D^2 a/r_a^2}{4 - r_D^2 r_M^2 - r_D^2 r^2 a^2/r_a^4}$$

$$b_2 = \frac{2(1 - b_1) r_a^2}{r_D^2 a}$$

$$b_3 = \frac{(b_1 - 1) r_a^2}{a}$$

Variansen på indekset bliver:

$$\begin{aligned} \sigma_{I_2}^2 &= b_1^2 \sigma_{I_1}^2 + b_2^2 \sigma_{I_D}^2 + b_3^2 \sigma_{I_M}^2 + 2 b_1 b_2 \text{cov}_{I_1, I_D} \\ &\quad + 2 b_1 b_3 \text{cov}_{I_1, I_M} + 2 b_2 b_3 \text{cov}_{I_D, I_M} \\ &= b_1^2 \sigma_{I_1}^2 + b_2^2 \sigma_{I_D}^2 + b_3^2 \sigma_{I_M}^2 + b_1 b_2 h^2 \sigma_{I_1}^2 a + 0 \\ &\quad + b_2 b_3 r_D^2 r_M^2 \sigma_A^2 \end{aligned}$$

Sikkerheden på indekset bliver:

$$\begin{aligned} r_2^2 &= \sigma_{I_2}^2 / \sigma_A^2 = b_1^2 r^2 + b_2^2 r_D^2 b_3^2 r_M^2 + b_1 b_2 r_D^2 r^2 a / r_a^2 \\ &\quad + b_2 b_3 r_D^2 r_M^2 \end{aligned}$$

Disse formler er naturligvis også gældende, såfremt der alene er tale om fuldstændige laktationer. I givet fald er $a = r_a = 1$ og de tre b-værdier bliver identiske med formlerne (14), (15) og (16) side 28, og sikkerheden bliver lig med formel (17) side 28.

Appendiks V

5 Udledning af vægtfaktorer til opdateringen, når avlsmålet er sammensat

5.1 Afprøvningsindekset for en ko med én laktation

Avlsmålet kan ifølge (1) side 20 skrives:

$$A = v_1 A_1 + v_2 A_2$$

Indekslikningen:

$$I_2 = b_1 P_1$$

hvor P_1 = koens ydelsesafvigelse i første laktation.

Ligningssættet:

$$b_1 \sigma_{P_1}^2 = \text{cov}_{P_1 A}$$

Men:

$$\begin{aligned} \text{cov}_{P_1 A} &= v_1 \text{cov}_{P_1 A_1} + v_2 \text{cov}_{P_1 A_2} \\ &= v_1 \sigma_{A_1}^2 + v_2 r_a \sigma_{A_1} \sigma_{A_2} \end{aligned}$$

hvor r_a = den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer.

Idet det forudsættes, at $\sigma_{A_1}^2 = \sigma_{A_2}^2 = \sigma_A^2$ kan denne kovarians omskrives til:

$$\begin{aligned} \text{cov}_{P_1 A} &= (v_1 + r_a v_2) \sigma_A^2 \\ &= k_1 \sigma_A^2 \end{aligned}$$

hvor $k_1 = (v_1 + r_a v_2)$ er en konstant, hvis størrelse er bestemt af det valgte vægtforhold mellem første og senere laktation og af den genetiske korrelation imellem dem. Indsættes udtrykket i ligningssættet, fås:

$$\begin{aligned} b_1 \sigma_{P_1}^2 &= k_1 \sigma_A^2 \\ b_1 &= h_1^2 k_1 \end{aligned}$$

hvor h_1^2 = heritabiliteten for første laktation.

Variansen på indekset er:

$$\sigma_{I_2}^2 = b_1^2 \sigma_{P_1}^2 = h_1^2 k_1^2 \sigma_A^2$$

Sikkerheden på indekset bliver derfor:

$$r_2^2 = \sigma_{I_2}^2 / \sigma_A^2 = h_1^2 k_1^2$$

5.2 En tyrs afprøvningsindeks baseret på døtrenes første laktation

Såfremt tyrens afprøvningsindeks i første omgang tænkes baseret på det gennemsnitlige afprøvningsindeks ($\bar{I}_D$) for n døtre, fås:

$$I_2 = b_1 \bar{I}_D$$

Ligningssættet bliver da:

$$b_1 \sigma_{I_D}^2 = \text{cov}_{I_D A}$$

Idet I_D som vist i forrige afsnit er lig med $h_2 k_1 P_1$ er:

$$\bar{I}_D = h_1^2 k_1 \bar{P}_1$$

Følgelig er

$$\sigma_{I_D}^2 = h_1^4 k_1^2 \sigma_{P_1}^2$$

$$\text{og } \text{cov}_{I_D A} = h_1^2 k_1 v_1 \frac{1}{2} \sigma_{A_1}^2 + h_1^2 k_1 v_2 r_a \frac{1}{2} \sigma_{A_2}^2$$

$$= \frac{1}{2} h^2 k_1 \sigma_A^2 (v_1 + r_a v_2)$$

$$= \frac{1}{2} h_1^2 k_1^2 \sigma_A^2$$

Indsættes disse udtryk i ligningen, fås:

$$b_1 h_1^4 k_1^2 \sigma_P^2 = \frac{1}{2} h_1^2 k_1^2 \sigma_A^2$$

$$b_1 = \frac{\sigma_A^2}{2 h_1^2 \sigma_P^2} = \frac{\frac{1}{2} n}{1 + (n-1) t}$$

Variansen på indekset bliver:

$$\begin{aligned}\sigma_{I_2}^2 &= b_1^2 \sigma_{I_D}^2 \\ &= \frac{1/4 n^2}{(1 + (n-1) t)^2} h_1^4 k_1^2 \sigma_{P_1}^2\end{aligned}$$

Sikkerheden bliver:

$$\begin{aligned}r_2^2 = \sigma_{I_2}^2 / \sigma_A^2 &= \frac{1/4 n^2 h_1^4 k_1^2}{(1 + (n-1) t)^2} \frac{1 + (n-1) t}{n h_1^2} \\ &= \frac{n 1/4 h^2}{1 + (n-1) t} k_1^2\end{aligned}$$

Følgende relationer mellem b_1 og r_2^2 er derfor gældende:

$$r_2^2 = 1/2 b_1 h_1^2 k_1^2 = 1/2 b_1 r_D^2$$

$$b_1 = 2 r_2^2 / (h_1^2 k_1^2) = 2 r_2^2 / r_D^2$$

Såfremt mødrene inkluderes, og der kun tages hensyn til et moderdatterpar ad gangen, kan såvel indeksligningen som ligningssættet skrives som vist i *appendiks I, afsnit 1.2.3*, em på grund af det ændrede avlsmål har udtrykkene i disse ligninger ikke længere samme betydning.

For at finde kovariansen mellem $I.$ og I_D kan tyrens gamle indeks ($I.$) skrives som:

$$\begin{aligned}I. &= 2 r^2 / r_D^2 \bar{I}_D + z \\ &= 2 r^2 / k_1 \bar{P}_1 + z\end{aligned}$$

hvor z er et bidrag fra tidligere døtres mødre.

Den nye datters indeks kan, som vist i *nærværende appendiks, afsnit 5.1* skrives som:

$$\begin{aligned}I_D &= h_1^2 k_1 P_1 \\ &= r_D^2 / k_1 P_1\end{aligned}$$

Kovariansen mellem I_1 og I_D bliver derfor:

$$\begin{aligned}\text{cov}_{I_1 I_D} &= \frac{2 r_D^2}{k_1} \cdot \frac{r_D^2}{k_1} \text{cov}_{P_1 P_1} + 0 \\ &= r_D^2 r_D^2 / k_1^2 \cdot \frac{1}{2} \sigma_A^2\end{aligned}$$

Tilsvarende kan kovariansen mellem datterens afprøvningsindeks og moderens kombinationsindeks med tilnærmelse beregnes som:

$$\text{cov}_{I_D I_M} = r_D^2 r_M^2 / k_1^2 \cdot \frac{1}{2} \sigma_A^2$$

Tilnærmelsen skyldes, at der i I_M kan indgå en større eller mindre informationsmængde fra afstammingsindekset og fra afprøvningsindekset. Endvidere forudsættes, at der ikke er miljøbetinget korrelation mellem I_D og I_M .

Kovariansen mellem den nye datters indeks og avlsmålet (A) bliver:

$$\begin{aligned}\text{cov}_{I_D A} &= r_D^2 v_1 / k_1 \text{cov}_{P_1 A_1} + r_D^2 v_2 / k_1 \text{cov}_{P_1 A_2} \\ &= r_D^2 v_1 / k_1 \cdot \frac{1}{2} \sigma_A^2 + r_D^2 v_2 / k_1 \cdot \frac{1}{2} r_a \sigma_{A_1} \sigma_{A_2} \\ &= r_D^2 / k_1 \cdot \frac{1}{2} \sigma_A^2 (v_1 + r_a v_2) \\ &= r_D^2 \cdot \frac{1}{2} \sigma_A^2\end{aligned}$$

Endelig er det naturligt at antage at:

$$\text{cov}_{I_1 I_M} = \text{cov}_{I_M A} = 0$$

Indsættes disse udtryk for de fem covarianser i det ligningssæt, der er anført i *appendiks I, afsnit 1.2.3*, fås:

$$b_1 \sigma_I^2 + b_2 r^2 r_D^2 \cdot \frac{1}{2} \sigma_A^2 / k_1^2 + 0 = \text{cov}_{I_1 A}$$

$$b_1 r^2 r_D^2 \cdot \frac{1}{2} \sigma_A^2 / k_1^2 + b_2 \sigma_{I_D}^2 + b_3 r_D^2 r_M^2 \cdot \frac{1}{2} \sigma_A^2 / k_1^2 = \text{cov}_{I_D A}$$

$$0 + b_2 r_D^2 r_M^2 \cdot \frac{1}{2} \sigma_A^2 / k_1^2 + b_3 \sigma_{I_M}^2 = 0$$

Divideres den første af disse ligninger med $\sigma_{1_1}^2 = r^2 \sigma_A^2$, den anden med $\sigma_{1_D}^2 = r_D^2 \sigma_A^2$ og den tredje med $\sigma_{1_M}^2 = r_M^2 \sigma_A^2$, fås:

$$b_1 + b_2 \frac{1}{2} r_D^2 / k_1^2 + 0 = 1$$

$$b_1 \frac{1}{2} r^2 / k_1^2 + b_2 + b_3 \frac{1}{2} r_M^2 / k_1^2 = \frac{1}{2}$$

$$0 + b_2 \frac{1}{2} r_D^2 / k_1^2 + b_3 = 0$$

der på matriceform er:

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} r_D^2 / k_1^2 & 0 \\ \frac{1}{2} r^2 / k_1^2 & 1 & \frac{1}{2} r_M^2 / k_1^2 \\ 0 & \frac{1}{2} r_D^2 / k_1^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Som det ses, er hver sikkerhedsestimat ($r_{D_1}^2$, r_M^2 og r^2) i dette ligningssæt divideret med k_1^2 , men bortset fra dette er ligningerne identiske med de tilsvarende ligninger fra *appendiks I, afsnit 1.2.3*. Det nye avlsmål medfører imidlertid, at de her anvendte sikkerhedsestimater $r_{D_1}^2$, r_M^2 og r^2 er identiske*) med k_1^2 gange de tilsvarende parametre i det omtalte ligningssæt fra *appendiks I*. Med andre ord er de to ligningssæt numerisk set identiske og vil følgelig resultere i nøjagtigt samme b-værdier.

Derimod er de beregnede indekser og sikkerheden på disse påvirket af de ændrede forudsætninger. Således kan indekset under de nye forudsætninger (I_2') beregnes som:

$$I_2' = k_1 I_2$$

hvor I_2 er indekset beregnet under de tidligere forudsætninger. Endvidere gælder som vist ovenfor, at:

$$r_2'^2 = k_1^2 r_2^2$$

Når indekset *ændres* til trods for, at b-værdierne er *uændrede*, skyldes det, at der allerede er taget hensyn til de ændrede forudsætninger ved beregningen af de enkelte døtres (og mødres) indekser.

De i dette afsnit anførte forhold kan udvides til også at gælde, når der indgår ufuldstændige laktationer i tyrenes indekser.

*) Dette gælder kun med tilnærmelse for r_M^2 , men da denne størrelse i forvejen har ringe betydning i den aktuelle sammenhæng, får dette ingen reel indflydelse på resultatet.

5.3 Udlødning af vægtfaktorer til beregning af en kos afprøvningsindeks ved forskellig heritabilitet for første og senere laktationer

Indeksligningen er:

$$I_2 = b_1 I_1 + b_2 P_i$$

hvor I_1 = koens tidligere indeks baseret på (i-1) laktationer

P_i = koens ydelsesafvigelse i den i'ende laktation.

Ligningssættet bliver:

$$b_1 \sigma_{I_1}^2 + b_2 \text{cov}_{I, P_i} = \text{cov}_{I, A}$$

$$b_1 \text{cov}_{I, P_i} + b_2 \sigma_{P_i}^2 = \text{cov}_{P_i A}$$

Eller på matriceform:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{I_1}^2 & \text{cov}_{I, P_i} \\ \text{cov}_{I, P_i} & \sigma_{P_i}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cov}_{I, A} \\ \text{cov}_{P_i A} \end{bmatrix}$$

Idet det forudsættes, at den genetiske korrelation r_a mellem to vilkårlige laktationer er lig med 1,0, at alle laktationer har samme genetiske varians (σ_A^2), og at den fænotypiske kovarians mellem to vilkårlige laktationer er lig med $r \sigma_{P_1}^2$, fås:

$$\sigma_{I_1}^2 = \text{cov}_{I, A} = r^2 \sigma_A^2$$

$$\text{cov}_{I, P_i} = r^2 r \sigma_{P_1}^2$$

Indsættes disse udtryk i ligningssættet, og divideres den første ligning med $\sigma_{I_1}^2$ og den anden med σ_A^2 , fås:

$$b_1 + b_2 r/h_1^2 = 1$$

$$b_1 r^2 r/h_1^2 + b_2/h_1^2 = 1$$

Eller:

$$\begin{bmatrix} 1 & r/h_1^2 \\ r^2 r/h_1^2 & 1/h_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

hvor h_1^2 = heritabiliteten for første laktation

h_i^2 = heritabiliteten for den i'ende laktation.

Løses disse ligninger, fås:

$$b_1 = \frac{h_1^4 - r h_1^2 h_i^2}{h_1^4 - r h_1^2 h_i^2}$$

$$b_2 = (1-b_1) h_i^2 / r$$

Variansen på indekset bliver

$$\sigma_{I_2}^2 = b_1^2 \sigma_{I_1}^2 + b_2^2 \sigma_{P_i}^2 + 2 b_1 b_2 r^2 r \sigma_{P_i}^2$$

Sikkerheden på indekset bliver følgelig

$$r_2^2 = \sigma_{I_2}^2 / \sigma_A^2 = b_1^2 r^2 + b_2^2 / h_i^2 + 2 b_1 b_2 r^2 r / h_i^2$$

Denne formel kan reduceres til:

$$r_2^2 = r^2 b_1 + b_2$$

5.4 Udedning af vægtfaktor og sikkerhed ved anvendelse af gennemsnittet af n laktationer med forskellig heritabilitet

Indeksligningen er:

$$I_2 = b_1 \bar{P}$$

Ligningssættet bliver da:

$$b_1 \sigma_P^2 = \text{cov}_{PA}$$

Idet der som i forrige afsnit regnes med, at kovariansen mellem to vilkårlige laktationer er lig med $r \sigma_{P_1}^2$, fås:

$$\sigma_P^2 = \frac{1}{n^2} (\sigma_{P_1}^2 + \sigma_{P_2}^2 + \dots + \sigma_{P_n}^2 + n(n-1)r\sigma_{P_1}^2)$$

$$\text{og } \text{cov}_{PA} = \sigma_A^2$$

Følgelig kan b_1 beregnes som:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{\text{cov}_{PA}}{\sigma_P^2} = \frac{n^2 \sigma_A^2}{\sum_{i=1}^n \sigma_{P_i}^2 + n(n-1)r \sigma_{P_1}^2} \\ &= \frac{n^2}{\sum_{i=1}^n a_i + n(n-1)ra_1} \end{aligned}$$

$$\text{hvor } a_i = 1/h_i^2$$

Variansen på indekset er:

$$\sigma_{I_2}^2 = b_1^2 \sigma_P^2$$

Sikkerheden bliver derfor

$$r_2^2 = \sigma_{I_2}^2 / \sigma_A^2 = b_1^2 \sigma_P^2 / \sigma_A^2 = b_1^2 / b_1 = b_1$$

5.5 Udledning af vægtfaktorer til beregning af en kos afprøvningsindeks, når den genetiske korrelation mellem første og senere laktationer er forskellig fra 1,0

Indeksligningen har samme form som tidligere:

$$I_2 = b_1 I_1 + b_2 P_i$$

Ligningssættet er også uændret:

$$b_1 \sigma_{I_1}^2 + b_2 \text{cov}_{I_1 P_i} = \text{cov}_{I_1 A}$$

$$b_1 \text{cov}_{P_i I_1} + b_2 \sigma_{P_i}^2 = \text{cov}_{P_i A}$$

men som følge af, at første og senere laktationer nu betragtes som forskellige egenskaber, må avlsmålet ændres til

$$A = v_1 A_1 + v_2 A_2$$

Dette medfører, at kovariansen cov_{I, P_1} og $\text{cov}_{P_1 A}$ bliver vanskeligere at udlede.

Idet I. imidlertid altid kan skrives som:

$$I. = \sum_{i=1}^n B_i P_i$$

hvor B_i er den vægt, der skal tillægges den i 'ende laktation i et indeks baseret på n laktationer, fås:

$$\text{cov}_{I, P_1} = d_n r \sigma_{P_1}^2$$

hvor d_n er summen af de vægtfaktorer, som de enkelte laktationers ydelsesafvigelser er blevet multipliceret med for at beregne I.. Er $P_1 = P_1$ = første laktation, er såvel I. som $d_n = B_1$ = den vægt (b_{21}), der er tillagt første laktation ved første opdatering. Når 3. laktation inddrages, er $d_n = B_1 + B_2 = b_{21} \cdot b_{12} + b_{22}$, hvor første led er den vægt, 1. laktation tillægges i et indeks baseret på de to første laktationer, og $B_2 = b_{22}$ er vægten på 2. laktation i samme indeks. Når 4. laktation inddrages, er $d_n = B_1 (= b_{21} \cdot b_{12} \cdot b_{13} = \text{vægten på 1. laktation}) + B_2 (= b_{22} \cdot b_{13} = \text{vægten på 2. laktation}) + B_3 (= b_{23} = \text{vægten på tredje laktation})$. Når 5. laktation inddrages, er:

$$d_n = b_{21} \cdot b_{12} \cdot b_{13} \cdot b_{14} \quad (= B_1)$$

$$+ b_{22} \cdot b_{13} \cdot b_{14} \quad (= B_2)$$

$$+ b_{23} \cdot b_{14} \quad (= B_3)$$

$$+ b_{24} \quad (= B_4)$$

Generelt gælder:

$$d_n = \sum_{j=1}^{n-1} (b_{2j} \prod_{i=j+1}^n b_{ji}) + b_{2n}$$

hvor n = det antal laktationer, I. er baseret på.

Som der senere vendes tilbage til, er d_n med tilnærmelse lig med r^2/k_2 . Kovariansen mellem den nye laktation (P_i) og avlsmålet (A) bliver:

$$\begin{aligned}\text{cov}_{P_i A} &= v_1 r_a \sigma_A^2 + v_2 \sigma_A^2 \\ &= \sigma_A^2 (v_1 r_a + v_2) \\ &= k_2 \sigma_A^2\end{aligned}$$

hvor $k_2 = v_1 r_a + v_2$

Indsættes de nye udtryk for $\text{cov}_{P_i A}$ og cov_{I, P_i} i ligningssættet, fås efter division med σ_A^2 :

$$\begin{aligned}b_1 r^2 + b_2 d_n r / h_1^2 &= r^2 \\ b_1 d_n r / h_1^2 + b_1 / h_1^2 &= k_2\end{aligned}$$

Eller på matriceform:

$$\begin{bmatrix} r^2 & d_n r / h_1^2 \\ d_n r / h_1^2 & 1 / h_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r^2 \\ k_2 \end{bmatrix}$$

Løses disse ligninger, fås:

$$b_1 = \frac{r^2 h_1^4 - d_n h_1^2 h_1^2 k_2 r}{r^2 h_1^4 - d_n^2 r^2 h_1^2}$$

$$b_2 = (1 - b_1) \frac{r^2 h_1^2}{d_n r}$$

Variansen på indekset bliver

$$\begin{aligned}\sigma_{I_2}^2 &= b_1^2 \sigma_{I_1}^2 + b_2^2 \sigma_{P_1}^2 + 2 b_1 b_2 \text{cov}_{I, P_1} \\ &= b_1^2 \sigma_{I_1}^2 + b_2^2 \sigma_{P_1}^2 + 2 b_1 b_2 d_n r \sigma_{P_1}^2\end{aligned}$$

Sikkerheden på indekset bliver derfor:

$$r_2^2 = b_1^2 r_1^2 + b_2^2 / h_1^2 + 2 b_1 b_2 d_n r / h_1^2$$

Dette udtryk kan efter omskrivning reduceres til:

$$r_2^2 = b_1 r_1^2 + b_2 k_2$$

Imidlertid kan d_n som vist skrives som:

$$d_n = B_1 + B_2 + \dots + B_n$$

og r_1^2 som:

$$r_1^2 = k_1 B_1 + k_2 (B_2 + B_3 + \dots + B_n)$$

Da k_1 og k_2 aldrig kan overstige 1,0 og altid er større end eller lig med r_a , vil r_1^2/k_2 enten være identisk med d_n eller kun afvige lidt fra denne størrelse. For $k_1 = k_2$, altså når der lægges lige stor vægt på første som på senere laktationer i avlsmålet, er $r_1^2 / k_2 = d_n$.

I dette tilfælde kan formlerne for b-værdierne reduceres til:

$$b_1 = \frac{h_1^4 - r h_1^2 h_2^2}{h_1^4 - r^2 h_1^2 / k_2^2}$$

$$b_2 = (1-b_1) h_1^2 k_2 / r$$

medens formelen for sikkerheden er uændret.

5.6 Udledning af vægtfaktorer til beregning af kombinationsindekset

Indeksligningen og ligningssættet kan stadig skrives som vist i *appendiks 1.4* side 225, men da avlsmålet nu forudsættes ændret, er det vanskeligt at få et præcist udtryk for kovariansen mellem afstammingsindekset og afprøvningsindekset. Forudsættes imidlertid, at første og senere laktationer tillægges samme vægt i avlsmålet – altså $v_1 = v_2$ – bliver $k = k_1 = k_2$. Som vist i *kapitel VII* side 155 og 156 kan såvel tyrenes som køernes afprøvningsindeks (I_2) og sikkerheden på disse (r_2^2) beregnes som:

$$I_2 = k I_2^2$$

$$r_2^2 = k^2 r_2^2$$

Forudsættes i første omgang, at dyrenes afstammingsindekser (I_1) alene er baseret på forældrenes afprøvningsindekser (I_2), fås tilsvarende:

$$I_1 = k I_1'$$

$$\text{og } r_1^2 = k^2 r_1'^2$$

Heraf ses, at:

$$\sigma_1^2 = k^2 \sigma_1'^2$$

$$\sigma_{12}^2 = k^2 \sigma_{12}'^2$$

$$\text{cov}_{I_1 I_2} = k^2 \text{cov}_{1' 2'}$$

Det ændrede avlsmål har altså udelukkende en skalaeffekt (k^2) på hvert eneste led i ligningssættet side 224. Ligningssættets løsning er følgelig uafhængig af det ændrede avlsmål:

$$b_1 = b_1'$$

$$b_2 = b_2'$$

Indeksligningen kan derfor skrives:

$$I_3 = b_1 I_2 + b_2 I_2$$

$$= k b_1' I_1' + k b_2' I_2'$$

$$= k I_3'$$

Variansen på I_3 er følgelig:

$$\sigma_{I_3}^2 = k^2 \sigma_{I_3'}^2$$

Da variansen på avlsmålet pr. definition er uafhængig af, hvilket avlsmål der vælges (jævnfør (94)) fås:

$$r_3^2 = \sigma_{I_3}^2 / \sigma_A^2 = k^2 \sigma_{I_3'}^2 / \sigma_A^2$$

$$= k^2 r_3'^2$$

Idet $r_i'^2 = r_i^2/k^2$, ($i=1-3$), er identisk med r_i^2 i ligningerne (25), (26) og (27) side 33 kan de to b-værdier samt indeksets sikkerhed beregnes ved at erstatte r_i^2 i disse ligninger med r_i^2/k^2 .

Herved fås:

$$b_1 = \frac{k^4 - r_2^2 k^2}{k^4 - r_1^2 r_2^2}$$

$$b_2 = \frac{k^4 - r_1^2 k^2}{k^4 - r_2^2 r_1^2}$$

$$r_3^2 = \frac{k^2 r_1^2 + k^2 r_2^2 - 2r_1^2 r_2^2}{k^2 - r_1^2 r_2^2 / k^2}$$

$$\text{Idet } I_3 = k I_3' \text{ og } r_3^2 = k^2 r_3'^2$$

vil de anførte ligninger også være gyldige, når dyrenes afstammingsindekser baseres på forældrenes kombinationsindekser.

Appendiks VI

6 Udlledning af vægtfaktorer ved opdateringen af tyrenes afprøvningsindeks under hensyntagen til døtrenes fordeling på besætninger

Indeksligningen:

$$I_E = b_1 I. + b_2 I_e$$

hvor I_E = tyrens afprøvningsindeks efter at der er taget hensyn til døtrenes fordeling på besætninger.

I_e = tyrens »effektive« afprøvningsindeks i den ny besætning.

$I.$ = tyrens »gamle« afprøvningsindeks, I_E før I_e inkluderes.

Ligningssættet bliver:

$$b_1 \sigma_{I.}^2 + b_2 \text{cov}_{I., I_e} = \text{cov}_{I., A}$$

$$b_1 \text{cov}_{I., I_e} + b_2 \sigma_{I_e}^2 = \text{cov}_{I_e A}$$

Eller på matriceform:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{I.} & \text{cov}_{I., I_e} \\ \text{cov}_{I., I_e} & \sigma_{I_e}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{cov}_{I., A} \\ \text{cov}_{I_e A} \end{bmatrix}$$

Idet der ikke er miljømæssig korrelation mellem døtre stående i forskellige besætninger, fås:

$$\text{cov}_{I., I_e} = 4 r_e^2 r_A^2 \frac{1}{4} \sigma_A^2 = r_e^2 r_A^2 \sigma_A^2$$

hvor r_e^2 = sikkerheden på I_e .

Endvidere er: $\text{cov}_{I,A} = r^2 \sigma_A^2$ og $\text{cov}_{I_eA} = r_e^2 \sigma_A^2$

Indsættes disse udtryk i ligningerne, og divideres den første med $r^2 \sigma_A^2$ og den anden med $\sigma_{I_e}^2$ fås:

$$b_1 + b_2 r_e^2 = 1$$

$$b_1 r^2 + b_2 = 1$$

Eller på matriceform:

$$\begin{bmatrix} 1 & r_e^2 \\ r^2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Løses disse ligninger, fås

$$b_1 = \frac{1 - r_e^2}{1 - r^2 r_e^2}$$

$$b_2 = (1 - b_1) / r_e^2 = \frac{1 - r^2}{1 - r^2 r_e^2}$$

Variansen på indekset bliver:

$$\sigma_{I_E}^2 = b_1^2 \sigma_I^2 + b_2^2 \sigma_{I_e}^2 + 2 r^2 r_e^2 \sigma_A^2$$

Sikkerheden på indekset bliver følgende:

$$r_E^2 = \sigma_{I_E}^2 / \sigma_A^2 = b_1^2 r^2 + b_2^2 r_e^2 + 2 r^2 r_e^2$$

Dette udtryk kan omskrives til:

$$r_E^2 = \frac{r^2 + r_e^2 - 2 r^2 r_e^2}{1 - r^2 r_e^2}$$