

Statistik og forsøg¹⁾.

Orientering i et materiale af markforsøg over kvælstofgødninger.

Af G. Rasch.

I. Indledning.

Når man skal vurdere et talmateriale bør man først og fremmest søge at orientere sig i det for at blive klar over, hvilke statistiske redskaber det er hensigtsmæssigt at benytte ved den endelige analyse.

I en sådan orientering må man bygge på så få og så elementære forudsætninger som muligt. Beregning af middeltal — for slet ikke at tale om middelfejl — bør således i almindelighed ikke være det første skridt i en vurdering; man må først undersøge om der er god mening i at beregne dem, hvilket ingenlunde behøver at være tilfældet.

Selv noget så simpelt som at trække to tal fra hinanden — hvad man jo gør når resultatet af et gødningsforsøg opgives som *merudbytte* — bygger på forudsætninger som ikke på forhånd kan vides at være opfyldt. I orienteringen bør man derfor gå ud fra de helt umiddelbare observationer, og det første skridt vil i almindelighed bestå i en grafisk analyse af dem. En god leveregel ved behandling af talmaterialer er: *Man må tegne, før man kan regne.*

II. Materiale.

Forløbet af en sådan orienteringsproces skal her illustreres på et udsnit af et stort forsøgsmateriale der er publiceret i 330.

¹⁾ Udvidelse af et foredrag holdt den 3. februar 1948 ved et kursus for tjenestemænd ved Statens Forsøgsvirksomhed i Plantekultur.

og 374. Beretning fra Statens Forsøgsvirksomhed i Plantekultur¹). Forsøgene er udført på 13 forsøgssteder gennem 12 år, hvorved man på en række forskellige afgrøder har gennemprøvet forskellige gødskninger: $\frac{1}{2}$, 1, og $1\frac{1}{2}$ kvælstof i chilesalpeter, $\frac{1}{2}$ og 1 kvælstof i svovlsur ammoniak samt 1 kvælstof i kalksalpeter. 2 lidt mere komplicerede gødskninger er for simpelhedens skyld udeladt af nærværende diskussion. Til sammenligning er der udført kontrolforsøg på »ugødet« — for rodfrugter staldgødet — jord.

I beretningerne er der for hvert forsøg angivet et udbyttetal som hkg pr. ha. Disse udbyttetal er dog ikke de egentlige observationer; hvert af dem er beregnet ud fra et forsøg med 4—6 fællesparceller à 40—50 m² pr. forsøgsled. Usikkerheden på de anførte udbyttetal er ikke oplyst, og forøvrigt er spørgsmålet om hvorledes man skal foretage den principielt korrekte vurdering af et sådant forsøg stadig genstand for diskussion²).

III. Primær problemstilling.

Omfanget af de lokale og tidsbestemte forsøgsfejl — de egentlige arbejdsfejl og fertilitetsvariationens indflydelse — kendes altså ikke. Men selv om de var kendt, ja selv om de var praktisk taget helt elimineret gennem en yderst omhyggelig teknik eller et meget stort antal fællesparceller, var vi faktisk lige vidt.

For det første varierer udbyttet efter samme gødning overordentlig stærkt fra år til år og fra sted til sted. Disse systematiske variationer kunne man vel i store træk korrigerer for — det er bl. a. det man tilsigter ved beregning af merudbyttet — men at der ville restere anselige ukorrigerbare og dermed »tilfældige« variationer illustreres af tabel 1, som viser at man endog på samme forsøgsstation kan få helt modstridende resultater i forskellige år. Sådanne forskelle går langt ud over hvad man ud fra forsøgsfejlene

¹) *Karsten Iversen og Jacob Wested*: Forsøg med forskellige kvælstofgødninger 1922—38. Tidsskrift for Planteavl 44 (1939), 273—362. *Karsten Iversen og K. Dorph-Petersen*: Forsøg med forskellige kvælstofgødninger 1930—1942. Tidsskrift for Planteavl 48 (1944), 418—520. Mag. agro. K. Dorph-Petersen har venligst henledt min opmærksomhed på dette righoldige materiale.

²) Jvf. A. Hald: *The Decomposition of a Series of Observations*. København 1948 (Disp.).

Tabel 1. 4 års udbytte af kartofler efter gødskning med chilesalpeter.
Tørstof i hkg pr. ha.

Askov lermark.

År	Kvælstof.			Diff.
	0	1	1 $\frac{1}{2}$	
1936	81.0	97.9	111.0	+ 13.1
1938	89.4	113.9	99.0	+ 14.9
	0	$\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	Diff.
1931	76.8	92.4	106.9	+ 14.3
1941	76.5	94.0	84.2	+ 9.8

ville anse for tilfældige, og hvad de beror på — grove tekniske fejl, særlig lunefulde fertilitetsvariationer eller andre forhold — får stå hen. Hovedsagen er, at *de forsøgsresultater vi nu en gang har at bygge på må ventes at være belastede med større variationer end »forsøgsfejlene«*.

Formålet med forsøgene er imidlertid at belyse virkningen af de forskellige gødningsformer, og det må altså gøres på trods af disse større variationer. I virkeligheden kan man overhovedet ikke tage stilling til dette spørgsmål ud fra et enkelt forsøg. Dette synspunkt er helt i forsøgenes ånd. Det er jo i det højeste et historisk kuriosum hvilke udbytter — eller merudbytter for den sags skyld — f. eks. 1 kvælstof i chilesalpeter og i svovlsur ammoniak gav et bestemt år på en bestemt forsøgsmark. Hvad det drejer sig om er, hvilken fordel der *i almindelighed* er ved at anvende en gødskning frem for en anden, altså at belyse *den generelle relation mellem de to gødskninger* — den relation som trods alle variationer består op gennem årene på samme station og på sådanne forskellige stationer som under en veldefineret synsvinkel lader sig sammenligne.

IV. Udbytterelationen. Absolut og relativt merudbytte.

For at illustrere hvorledes man kan arbejde sig frem til formuleringen af en sådan generel lovmæssighed vælger vi kærneudbyttet af havre. I tabel 2 er udbytterne i de forskellige år givet for Lundgaard. Selve udbytterne varierer stærkt, grunddud-

byttet fra 3.7 til 14.8 hkg pr. ha og udbyttet af 1 kvælstof i chilesalpeter fra 4.1 til 28.6 hkg pr. ha. Men tegner man et diagram med årenes grundudbytter som abcisse og de tilsvarende udbytter af f. eks. 1 kvælstof i chilesalpeter som ordinat (fig. 1), ser man at de to slags udbytter i store træk er proportionale. Forholdstallets variationer fra det ene år til det andet kan ganske vist være meget betydelige; således kan forholdet mellem udbytterne et år være 1.3:1, et andet år 2.5:1, men i det store og hele ligger forsøgsudbyttet omkring 1.7 gange grundudbyttet, så merudbyttet ligger på omkring 70 pct. i de 12 år.

Tabel 2. Kærneudbytte af havre, hkg pr. ha.
Lundgaard 1931—42.

Gødning	»Ugødet«	Chilesalpeter			Svovlsur ammoniak		Kalksalpeter
		$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1
Kvælstof	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1
År / nr.	0	1	2	3	4	5	6
1931	11.7	16.0	20.3	18.4	16.0	19.1	18.8
1932	13.7	17.0	18.6	21.4	17.3	20.7	19.3
1933	8.1	9.1	9.8	10.4	9.2	11.1	9.9
1934	8.1	10.7	12.4	11.6	10.1	11.1	11.3
1935	12.7	20.0	25.5	27.8	18.0	24.0	24.1
1936	4.7	5.2	7.9	9.8	6.0	9.3	7.6
1937	7.3	12.3	17.0	20.5	13.8	17.7	16.0
1938	14.8	22.8	28.6	32.1	20.7	27.0	28.1
1939	3.7	3.5	4.1	4.5	3.3	4.4	4.0
1940	10.4	13.0	14.4	12.9	12.8	14.3	11.7
1941	6.1	8.2	8.1	8.3	7.9	9.6	6.9
1942	10.9	16.8	19.6	21.3	16.8	20.1	20.7

Lignende resultater finder man med andre gødskninger og på andre forsøgsstationer, så vi kan formulere en almindelig regel for disse forsøg:

På hvert enkelt forsøgssted er udbyttet efter en bestemt gødskning (U_1) på nær tilfældige årsvariationer proportionalt med grundudbyttet (U_0)¹⁾:

$$(1) \quad U_1 \approx K_i \cdot U_0.$$

Proportionalitetsfaktoren K_i gælder i alle forsøgsår for den givne

¹⁾ Tegnet \approx læses: »lig med på nær tilfældige variationer«.

gødskning, men principielt forudsættes den ikke fælles for forsøgsstederne.

Af den fundne proportionalitet (1) kan straks drages den vigtige konklusion, at de foreliggende forsøg ikke beskrives adækvat ved hjælp af de absolutte merudbytter $U_i - U_0$, idet disse vil afhænge af de enkelte års grundudbytter og måske også af forsøgsstationen. Af (1) følger nemlig

$$(2) \quad U_i - U_0 \approx (K_i - 1) U_0$$

hvor højre side kun er uafhængig af U_0 når $K_i = 1$, d. v. s. når den pågældende gødning intet merudbytte giver.

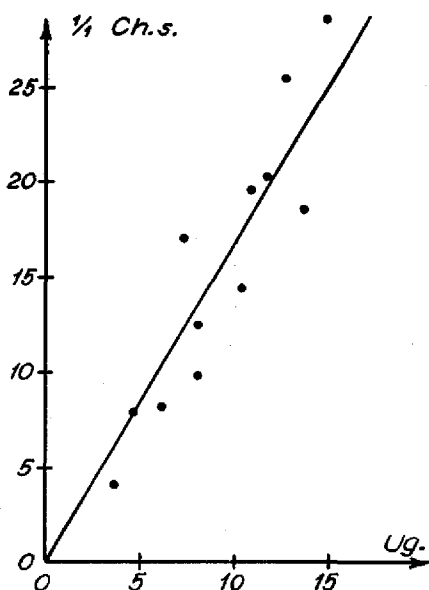


Fig. 1.

1 kvælstof i chilesalpeter contra ugødet jord.
Årligt udbytte. Lundgaard.

Denne indvending rammer derimod ikke *det relative merudbytte*, idet

$$\frac{U_i - U_0}{U_0} \approx K_i - 1.$$

Man kan udtrykke dette således: *merudbytteprocenten holder sig i store træk konstant.*

V. Logaritmisk udbytte og merudbytte.

Fig. 1 frembyder endnu et karakteristisk træk: For små grundudbytter er variationen af forsøgsudbytterne ret lille, men med stigende udbytte forøges også variationen.

I forbindelse med den multiplikative relation (1) frister dette forhold til at forsøge at bruge *logaritmer i mellemregningerne*. Herved opnås to ting: 1. Den multiplikative relation erstattes med en *additiv*, nemlig

$$(4) \quad \log U_1 \approx \log U_0 + \log K_1,$$

og en sådan er på mange måder langt lettere at have med at gøre. 2. Tegner man fig. 1 om i logaritmisk målestok (fig. 2), finder man,

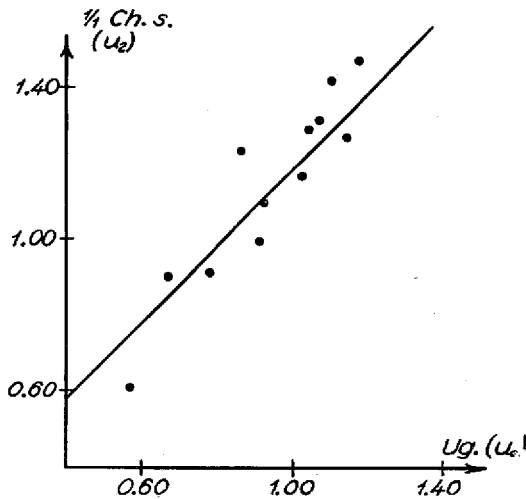


Fig. 2.

1 kvælstof i chilesalpeter contra ugødet jord.
Årligt logaritmisk udbytte.
Lundgaard.

at *variationen er nogenlunde den samme for større og mindre udbytter*: Punkterne ligger jævnt fordelt omkring en linie med Hældningen 1.

Disse to forhold medfører tilsammen så store lettelser både i orienteringen og i den endelige statistiske analyse, at vi i det følgende skal acceptere anvendelsen af logaritmer, som vi da for

overskuelighedens skyld vil betegne med små bogstaver. Formlen (4) for gødningseffekten kommer således til at lyde

$$(5) \quad u_i \approx u_0 + k_i$$

hvor $u_i = \log U_i$ er *det logaritmiske udbytte* af gødning nr. i —spec. er $u_0 = \log U_0$ det logaritmiske grundudbytte — medens $k_i = \log K_i$ er *det logaritmiske merudbytte*.

Det bør måske pointeres, at indførelsen af logaritmer kun er et teknisk mellemlid i beregningerne, og at slutresultaterne altid kan — og bør — udtrykkes i sædvanlige tal, refererende til udbytter angivet i almindelige enheder, f. eks. hkg pr. ha.

Af fig. 2 aflæses man således, idet 1 kvælstof i chilesalpeter betegnes som gødning nr. 2,

$$(6) \quad u_2 \approx u_0 + 0.18$$

eller

$$(6a) \quad k_2 \approx 0.18,$$

hvilket da antilogaritmen til 0.18 er 1.5, betyder, at selve udbyttet er 1.5 gange så stort som grundudbyttet. På Lundgaard varierede merudbyttet af 1 kvælstof i chilesalpeter altså omkring 50 pct. i de 12 forsøgsår.

VI. Merudbytte kontra udbyttedifferens.

Efter dette synes det nærliggende at betragte det logaritmiske merudbytte som det egentlige forsøgsresultat, det hvorpå den endelige vurdering af forsøgets udfald skal foretages.

Lad os f. eks. forsøge at sammenligne udbytterne af 1 kvælstof i chilesalpeter (nr. 2) og 1 kvælstof i svovlsur ammoniak (nr. 5) på Lundgaard forsøgsstation (jvf. tabel 3).

For at afgøre om forskellen mellem to gennemsnitlige (logaritmiske) merudbytter som 0.198 og 0.212 er signifikant plejer man — i henhold til de mere moderne statistiske metoder — at beregne kvadratsummen af observationernes afvigelser fra middeltallet i hver række (SK) og tildele hver kvadratsum et antal frihedsgrader (f), som er antallet af observationer minus 1. Summen af SK'erne divideret med summen af frihedsgraderne kaldes

Tabel 3. Forkert vurdering af differensen mellem to gennemsnitlige (logaritmiske) merudbytter (jvf. teksten).

År	Logaritmisk udbytte			Logaritmisk merudbytte		
	u_0	u_2	u_5	k_2	k_5	
1931.....	1.07	1.31	1.28	0.24	0.21	
1932.....	1.14	1.27	1.32	0.13	0.18	
1933.....	0.91	0.99	1.04	0.08	0.13	
1934.....	0.92	1.09	1.04	0.17	0.12	
1935.....	1.10	1.41	1.39	0.31	0.28	
1936.....	0.67	0.90	0.97	0.23	0.30	
1937.....	0.86	1.23	1.25	0.37	0.39	
1938.....	1.17	1.46	1.43	0.29	0.26	
1939.....	0.57	0.61	0.64	0.04	0.07	
1940.....	1.02	1.16	1.16	0.14	0.14	
1941.....	0.78	0.91	0.98	0.13	0.20	
1942.....	1.04	1.29	1.30	0.25	0.26	
Middel...	0.198	0.212	D = 0.014

$$SK_2 = 0.1084 \quad f_2 = 11$$

$$SK_5 = 0.0904 \quad f_5 = 11$$

$$SK = 0.1988 \quad f = 22$$

$$MK = 0.00904$$

$$Mf\{D\} \approx \sqrt{0.00904 \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12}\right)} = 0.039$$

$$t = \frac{0.014}{0.039} = 0.39$$

middelkvadratet (MK) og er et skøn over spredningskvadratet, som man antager er fælles for de to observationsrækker. Skønnet over middelfejlen på differensen mellem de to middeltal (D) får man derefter som

$$(7) \quad Mf\{D\} \approx \sqrt{0.00904 \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{12}\right)} = 0.039$$

og dette tal divideret op i differensen 0.014 giver Student's t:

$$(8) \quad t = \frac{0.014}{0.039} = 0.36.$$

For merudbytterne ville denne sædvanlige middelfejlsberegning imidlertid være helt forfejlet. En afgørende forudsætning er nemlig, at de to rækker af observationer der skal sammenlignes er uafhængige af hinanden; men merudbytterne er opstået ved, at man fra de to udbyttekolonner u_2 og u_5 har trukket den samme tredje kolonne u_0 . De tilfældige variationer, grundudbytterne er behæftet med, indgår derfor i begge merudbyttekolonner og fremkalder en sammenhæng mellem k 'erne.

Af udbytterelationen (5) anvendt på $i = 2$ og $i = 5$ følger imidlertid

$$(9) \quad u_5 \approx u_2 + (k_5 - k_2),$$

og tegner man de logaritmiske merudbytter for 1 kvælstof i svovlsur ammoniak og 1 kvælstof i chilesalpeter op mod hinanden, finder man, som fig. 3 viser, en meget snæver sammenhæng —

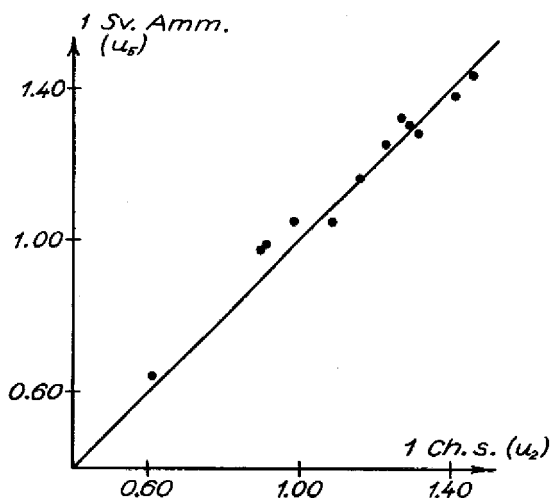


Fig. 3.

1 kvælstof i svovlsur ammoniak
 contra 1 kvælstof i chilesalpeter. Årligt logaritmisk udbytte.
 Lundgaard.

punkterne lejr sig i virkeligheden ganske tæt omkring identitetslinien. Vi danner derfor differensen $u_2 - u_5$ for hvert enkelt år og beregner middeltal samt skøn over dettes middelfejl på sædvanlig måde (jvf. tabel 4). Middeltallet af differenserne er selvfølgelig — på nær en afrundingsfejl — lig med differensen mellem middeltallene. Derimod er skønnet over middelfejlen kun $\frac{1}{3}$ af hvad vi fandt ved den forkerte beregning — hvilket langt opvejer, at antallet af frihedsgrader er blevet reduceret til det halve.

At D trods det in casu ikke afviger signifikant fra 0 er en anden sag; men det er ikke vanskeligt at forestille sig tilfælde, hvor den første beregning lader differensen mellem middeltallene, være 1.0 gange middelfejlen, medens den korrekte beregning giver

f. eks. 3.0 gange middelfejlen. Noget i den retning finder man faktisk ved at sammenligne $\frac{1}{2}$ og $1\frac{1}{2}$ kvælstof i chilesalpeter.

Konklusionen af denne analyse er, at *hvis man sammenligner to gødningers udbytter, som om merudbytterne var de originale iagttagelser, føres man let til at begå katastrofale fejl*. I de foreliggende forsøg kan sammenligningerne derimod foretages på basis af de logaritmiske *udbyttedifferenser* (f. eks. $u_5 - u_2$).

VII. Årsniveau og gødningsvirkning.

Hermed er merudbytterne i og for sig ikke bandlyst, da de dog er en speciel slags udbyttedifferenser. Men i de foreliggende forsøg er de faktisk de usikreste af alle udbyttedifferenserne. Efter det foreløbige skøn den foregående analyse har givet, har vi for merudbytterne et middelkvadrat på ca. 0.01, medens udbyttedifferenserne $u_5 - u_2$ gav et middelkvadrat på kun ca. 0.002. Dette er i fuld overensstemmelse med, at vi i fig. 2 fandt at punkterne spredte sig meget stærkere om den rette linie, end tilfældet er i fig. 3.

Årsagen hertil er ganske simpelt, at *i de foreliggende forsøg er udbyttet på ugødet jord langt mere variabelt end udbyttet på gødet jord*.

En nøjagtigere vurdering foretager vi først lidt senere (VIII), men allerede nu er det klart, at i en vurdering af forsøgsresultaterne kan de ugødede parceller absolut ikke indgå på linie med de egentlige forsøgsparceller. I virkeligheden er de næsten værdiløse for forsøgets præcision.

Et lignende forhold finder man i mange dyreforsøg. Som eksempel kan nævnes forsøg over virkningen af tetanussera, hvor alle forsøgsdyr får samme mængde tetanustoxin, men tilblandet forskellige doser af de sera, der ønskes prøvet. En lille gruppe af

Tabel 4. Rigtig vurdering af (logaritmiske) udbyttedifferenser.

År	Differens $u_5 - u_2$
1931	÷ 0.03
1932	+ 0.05
1933	+ 0.05
1934	÷ 0.05
1935	÷ 0.03
1936	+ 0.07
1937	+ 0.02
1938	÷ 0.03
1939	+ 0.03
1940	0.00
1941	+ 0.07
1942	+ 0.01
Middel	+ 0.013

$$SK = 0.01927$$

$$f = 11$$

$$MK = 0.00175$$

$$Mf \{ D \} = \sqrt{\frac{0.00175}{12}}$$

$$= \sqrt{0.000146}$$

$$= 0.012$$

$$t = \frac{0.013}{0.012} = 1.1$$

dyrene giver man udelukkende toxindosen, i almindelighed dog kun for at kontrollere om der skulle være sket en grov fejl ved tilberedningen, men derudover udnyttes kontrolgruppen som oftest ikke i vurderingen af forsøget. Dettets formål er at sammenligne to eller flere sera, og denne sammenligning foretages udelukkende på grundlag af de dyr der behandles med både serum og toxin.

Denne parallel lader formode at de tilsigtede sammenligninger mellem forskellige mængder af samme gødning, mellem de forskellige gødninger og mellem forsøgsstationerne kan foretages på grundlag af de gødede parceller alene, medens udbytteerne på de ugødede parceller blot tjener til kontrol på, at der ikke ved tilsåningen er sket grove fejltagelser eller andre større uheld.

En sådan vurdering er fuldt gennemførlig på basis af den fundne lovmæssighed (5), som til dette formål blot formuleres lidt anderledes: *For hvert år er en stations logaritmiske udbytte af en gødning (nr. i) sammensat af et årsniveau \bar{u} og en gødningsvirkning g_i samt tilfældige variationer:*

$$(10) \quad u_i \approx \bar{u} + g_i.$$

g_i er konstant fra år til år, medens \bar{u} varierer. Som repræsentant for årsniveauet er man imidlertid ikke forpligtet til at tage just det logaritmiske grundudbytte u_0 , man kan lige så godt tage et af de andre udbytter eller endnu bedre: *Gennemsnittet af alle de gødede parcellers logaritmiske udbytter det pågældende år*¹⁾. Årsniveauet bliver derved bestemt med en væsentlig større nøjagtighed end noget enkelt udbytte.

Tabel 5 illustrerer beregningen af årsniveauerne på materialet fra Lundgaard; til sammenligning er også udbytteerne på ugødet jord anført. I fig. 4 er det vist, hvor nøje de enkelte gødningers udbytter følger årsniveauet. For alle de gødede jorder er sammenhængen meget snæver og beskrives nøje af ligning (10). For den ugødede jord er variationen, som ventet, noget større.

Når man trækker årsniveauet fra det logaritmiske udbytte af en gødning, får man — i henhold til (10) — et skøn over gødnings-

¹⁾ Relationen mellem de størrelser der indgår i (10) og (5) er da: $\bar{u} = u_0 + k.$, $g_i = k_i + (u_0 - \bar{u}) = k_i - k.$, hvor $k.$ er det gennemsnitlige logaritmiske merudbytte for de anvendte gødskninger. Den store fordel ved (10) er, at de tilfældige variationer er langt mindre end i (5).

Tabel 5. Beregning af årsniveauer som gennemsnitlige logaritmiske udbytter på gødede jorder.
Kærneudbyttet af havre, Lundgaard.

År	Chilesalpeter				Svovlsur ammoniak		Kalksalpeter	Årsniveau	
	u_0 ugødet	u_1 $1\frac{1}{2}$	u_2 1	u_3 $1\frac{1}{2}$	u_4 $1\frac{1}{2}$	u_5 1	u_6 1	loga- ritm.	hkg pr. ha
								\bar{u}	\bar{U}
1931	1.07	1.20	1.31	1.26	1.20	1.28	1.27	1.25	13.3
1932	1.14	1.23	1.27	1.33	1.24	1.32	1.29	1.28	13.4
1933	0.91	0.96	0.99	1.02	0.96	1.04	1.00	1.00	10.0
1934	0.92	1.03	1.09	1.06	1.00	1.04	1.05	1.05	11.2
1935	1.10	1.30	1.41	1.44	1.26	1.38	1.38	1.38	13.4
1936	0.67	0.70	0.90	0.99	0.78	0.97	0.88	0.87	7.4
1937	0.86	1.09	1.23	1.31	1.14	1.25	1.20	1.20	13.2
1938	1.17	1.36	1.46	1.51	1.32	1.43	1.45	1.42	13.9
1939	0.57	0.54	0.61	0.65	0.52	0.64	0.60	0.59	3.9
1940	1.02	1.11	1.16	1.11	1.11	1.16	1.07	1.12	13.2
1941	0.78	0.91	0.91	0.92	0.90	0.98	0.84	0.91	8.1
1942	1.04	1.22	1.29	1.33	1.22	1.30	1.32	1.28	19.0

virksomheden det enkelte år, og gennemsnittet over de 12 år giver et skøn over *virksomheden over den betragtede gødning på det pågældende forsøgssted*. Disse beregninger er — stadig for Lundgaard — udført i tabel 6, og til sammenligning er den tilsvarende beregning også udført for den ugødede jord.

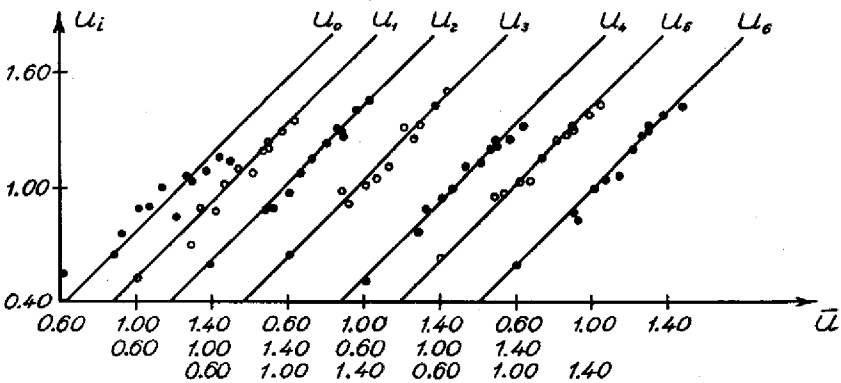


Fig. 4.

De logaritmiske udbytter u_i af de enkelte forsøgsled tegnet op mod årsniveauet \bar{u} . Abscisserne forskudt.

Tabel 6. Beregning af gødningsvirkninger (g) som gennemsnit af de logaritmiske udbytters afvigelser fra årsniveauet.

Gødningsvirkningen udtrykt som procentisk afvigelse fra årsniveauet regnet i hkg pr. ha. (G_i = antilogaritmen til g_i).
Kærneudbytte af havre. Lundgaard.

År	Chilesalpeter				Svovlsur ammoniak		Kalksalpeter
	$u_0 - \bar{u}$ ugødet	$u_1 - \bar{u}$ $1/2$	$u_2 - \bar{u}$ 1	$u_3 - \bar{u}$ $1 1/2$	$u_4 - \bar{u}$ $1/2$	$u_5 - \bar{u}$ 1	$u_6 - \bar{u}$ 1
1931	÷ 0.18	÷ 0.05	+ 0.06	+ 0.01	÷ 0.05	+ 0.03	+ 0.02
1932	÷ 0.14	÷ 0.05	÷ 0.01	+ 0.05	÷ 0.04	+ 0.04	+ 0.01
1933	÷ 0.09	÷ 0.04	÷ 0.01	+ 0.02	÷ 0.04	+ 0.04	0.00
1934	÷ 0.13	÷ 0.02	+ 0.04	+ 0.01	÷ 0.05	÷ 0.01	+ 0.02
1935	÷ 0.26	÷ 0.06	+ 0.05	+ 0.08	÷ 0.10	+ 0.02	+ 0.01
1936	÷ 0.20	÷ 0.15	+ 0.03	+ 0.12	÷ 0.09	+ 0.10	0.00
1937	÷ 0.34	÷ 0.11	+ 0.03	+ 0.11	÷ 0.06	+ 0.05	+ 0.03
1938	÷ 0.25	÷ 0.06	+ 0.04	+ 0.09	÷ 0.10	+ 0.01	+ 0.01
1939	÷ 0.02	÷ 0.05	+ 0.02	+ 0.02	÷ 0.07	+ 0.05	+ 0.01
1940	÷ 0.10	÷ 0.01	+ 0.04	÷ 0.01	÷ 0.01	+ 0.04	÷ 0.05
1941	÷ 0.13	0.00	0.00	+ 0.01	÷ 0.01	+ 0.07	÷ 0.07
1942	÷ 0.24	÷ 0.06	+ 0.01	+ 0.05	÷ 0.06	+ 0.02	+ 0.04
$g_i \dots$	÷ 0.173	÷ 0.055	+ 0.025	+ 0.050	÷ 0.057	+ 0.038	+ 0.002
$G_i \dots$	0.87	0.88	1.06	1.12	0.88	1.09	1.00
100 · 1 ÷ G_i	÷ 33 %	÷ 12 %	+ 6 %	+ 12 %	÷ 12 %	+ 9 %	0 %

For at konkretisere resultaterne har jeg i sidste kolonne af tabel 5 anført antilogaritmerne til de beregnede årsniveauer \bar{u} ; herved får man årsniveauerne udtrykt direkte som hkg pr. ha (\bar{U}). Ligeledes angiver næstnederste række af tabel 6 antilogaritmerne til de beregnede logaritmiske gødningsvirkninger (G_i), medens nederste række viser hvor mange pct. afvigelsen fra 1.00 udgør.

Man ser heraf, at årsniveauerne for Lundgaard varierer fra 3.9 til 19.0 hkg pr. ha (tabel 5). Endvidere ser man (tabel 6), at 1 kvælstof i kalksalpeter gav et udbytte, der svarer ret nøje til årsniveauet; udbyttet efter $\frac{1}{2}$ kvælstof i chilesalpeter og $\frac{1}{2}$ kvælstof i svovlsur ammoniak lå omkring 12 pct. lavere end årsniveauet, medens 1 og $1\frac{1}{2}$ kvælstof i chilesalpeter samt 1 kvælstof i svovlsur ammoniak ydede ca. 6 pct., 12 pct. og 9 pct. mere. Ugødet jord lå derimod ca. 33 pct. under årsniveauet, men dette tal er betydeligt usikrere end de øvrige angivelser.

VIII. Usikkerheden på udbyttet på gødet og ugødet jord.

Når man i hver kolonne i tabel 6 trækker gødningsevirkningen g_i fra, får man den i tabel 7 givne oversigt over *restvariationerne*. Det ses umiddelbart, at de som helhed er væsentligt mindre på gødet jord end på ugødet jord. Kvadratsummen af afvigelserne bliver efter korrektion for de lidt unøjagtige middeltal (2 decimaler) 0.0745 og 0.0871 for henholdsvis gødet og ugødet jord. Af frihedsgrader er der henholdsvis $5 \cdot 11 = 55$ og 11, så skønnene over spredningskvadraterne bliver 0.00135 og 0.0079 — det sidste tal skulle egentlig korrigeres for variansen på årsniveauet, der dog er helt betydningsløs; skønnet over denne varians er $0.00135/6 = 0.0002$.

Tabel 7. Restvariation efter elimination af årsniveau (\bar{n}) og gødningsevirkning (g_i ; her kun regnet med 2 decimaler).
Kærneudbytte i havre. Lundgaard.

År/nr.	Ugødet	Chilesalpeter			Svovlsur ammoniak		Kalksalpeter
	0	1	2	3	4	5	6
1931	÷ 0.01	+ 0.01	+ 0.03	÷ 0.04	+ 0.01	÷ 0.01	+ 0.02
1932	÷ 0.03	+ 0.01	÷ 0.04	0.00	+ 0.02	0.00	+ 0.01
1933	+ 0.08	+ 0.02	÷ 0.04	÷ 0.03	+ 0.02	0.00	0.00
1934	+ 0.04	+ 0.04	+ 0.01	÷ 0.04	+ 0.01	÷ 0.05	0.00
1935	÷ 0.09	0.00	+ 0.02	+ 0.03	÷ 0.04	÷ 0.02	+ 0.02
1936	÷ 0.03	÷ 0.09	0.00	+ 0.07	÷ 0.03	+ 0.06	+ 0.01
1937	÷ 0.17	÷ 0.05	0.00	+ 0.06	0.00	+ 0.01	0.00
1938	÷ 0.08	0.00	+ 0.01	+ 0.04	÷ 0.04	÷ 0.03	+ 0.03
1939	+ 0.15	+ 0.01	÷ 0.01	+ 0.01	÷ 0.01	+ 0.01	+ 0.01
1940	+ 0.07	+ 0.05	+ 0.01	÷ 0.06	+ 0.05	0.00	÷ 0.05
1941	+ 0.04	+ 0.06	÷ 0.03	÷ 0.04	+ 0.05	+ 0.03	÷ 0.07
1942	÷ 0.07	0.00	0.02	0.00	0.00	÷ 0.02	+ 0.04

En lignende beregning kan anstilles for hvert forsøgssted. I tabel 8 er der givet en oversigt over resultaterne. Forsøgsstederne falder i 2 skarpt adskilte grupper: Hornum (trods udeladelse af det helt ekstraordinære år 1942), Lundgaard, Studsgaard og Tystofte med en varians der både for gødet og ugødet jord ligger i et meget højere niveau end for de øvrige forsøgsstationer. Derimod afviger MK'erne indenfor hver gruppe — gødet og ugødet jord hver for sig — ikke mere fra hverandre, end hvad der kan tænkes at være

Tabel 8. Skøn over spredningskvadraterne for gødede og ugødede Jorder for hvert forsøgssted.

Kærneudbytte af havre.

Forsøgssted	Gødede jorder		Ugødede jorder	
	$10^4 \times \text{MK}$	f	$10^4 \times \text{MK}$	f
Aakirkeby	3.51	50	16.3	10
Askov	5.19	55	20.4	11
Blangsted	3.29	55	20.2	11
Borris	4.65	55	39.8	11
Lundby	5.50	50	20.4	10
Lyngby	4.27	55	28.8	11
Rønhave	4.06	55	15.9	11
Stokkemarke	4.45	55	9.8	11
Tylstrup	4.73	50	18.4	10
Tils	4.40	480	20.3	96
Hornum*)	24.2	50	70.9	10
Lundgaard	13.5	55	79.2	11
Studsgaard	16.2	55	58.1	11
Tystofte	11.3	55	24.2	11
Tils	16.1	215	57.8	43

*) Her er 1942 udeladt da dette år udviste en usædvanlig stor variabilitet i forsøgsresultaterne (1 kvælstof i svovlsur ammoniak var særlig påfaldende). Medtages dette år forøges $10^4 \times \text{MK}$ til 69.4 for gødede jorder, men blot til 84.8 for ugødet jord.

tilfældigheder. For hver gruppe dannes derfor et med frihedsgraderne vejlet gennemsnit af MK'erne, og vi får således 4 ret velbestemte skøn over spredningskvadraterne:

Gruppe	Gødet		Ugødet	
	$10^4 \cdot \text{MK}$	f	$10^4 \cdot \text{MK}$	f
I	4.40	480	20.3	96
II	16.1	215	57.8	43

Af disse totaltal ser man, at spredningskvadraterne i gruppe II er 3 à 4 gange så store som i gruppe I, samt at *spredningskvadratet i begge grupper er ca. 4 gange så stort på den ugødede jord som på den gødede.*

For nøjagtigheden af årsniveauerne har disse resultater helt umiddelbare konsekvenser: Da \bar{u} er et middeltal af 6 u_i 'er, medens

u_0 kun er en enkelt observation bliver skønnene over middelfejlskvadraterne henholdsvis

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad \frac{\text{Mf}^2 \{ \bar{u} \}}{6} = 0.000073 \quad \frac{\text{Mf}^2 \{ \bar{u}_0 \}}{1} = 0.00203 \\ \text{II} \quad \frac{0.00161}{6} = 0.00027 \quad \frac{0.00578}{1} = 0.00578, \end{array}$$

og middelfejlene beregnes til

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad \begin{array}{ccc} \text{Mf} \{ \bar{u} \} & \text{Mf} \{ u_0 \} & \text{Mf} \{ u_0 \} / \text{Mf} \{ \bar{u} \} \\ 0.0086 & 0.045 & 5.2 \end{array} \\ \text{II} \quad \begin{array}{ccc} 0.0164 & 0.076 & 4.6 \end{array} \end{array}$$

d. v. s. *middelfejlen på u_0* — der jo ved beregning af det logaritmiske merudbytte accepteres som repræsentant for årsniveauet — er ca. 5 gange så stor som *middelfejlen på \bar{u}* .

Gødningsvirkningen g_i kan beregnes som differensen mellem gennemsnittet af udbytterne på gødning nr. i og gennemsnittet af årsudbytterne \bar{u} . Middelfejlskvadratet på g_i beregner man ved at dividere det tidligere fundne middelkvadrat for gødet jord med antallet af forsøgsår (i alm. 12) og multiplicere med $1 - \frac{1}{6}$, som følge af at der er 6 forsøgsled. — Hvis man vil sammenligne virkningerne af de forskellige gødskninger på samme forsøgsstation opstår dog en lille komplikation, idet g_i 'erne ikke er indbyrdes uafhængige, da de har summen 0 (jvf. fodnoten s. 379). For den følgende diskussion er dette forhold uden betydning. —

Vil man ved vurderingen af gødningens virkning gå ud fra den ugødede jord, danner man k_i som differensen mellem gennemsnittet af udbytterne på gødning nr. i og gennemsnittet af udbytterne på ugødet jord. Middelfejlskvadratet på k_i beregner man da ved at dividere summen af Middelkvadraterne for gødet og ugødet jord med antallet af forsøgsår.

For 12 år bliver resultaterne af disse beregninger

$$\begin{array}{l} \text{I} \quad \frac{\text{Mf}^2 \{ g_i \}}{12} \cdot \frac{5}{6} = 0.0000305 \quad \frac{\text{Mf}^2 \{ k_i \}}{12} = \frac{0.09044 + 0.00203}{12} = 0.00206 \\ \text{II} \quad \frac{0.00161}{12} \cdot \frac{5}{6} = 0.000112 \quad \frac{0.00161 + 0.00578}{12} = 0.00615 \end{array}$$

For selve de beregnede middelfejl får vi:

	$Mf \{g_i\}$	$Mf \{k_i\}$	$Mf \{k_i\} / Mf \{g_i\}$
I	0.0055	0.0143	2.60
II	0.0106	0.0248	2.34

Middelfejlen på den logaritmiske gødningsvirkning er altså ca. 2½ gange så stor, når den regnes ud fra ugødet jord, som når den regnes ud fra gødet jord alene.

IX. Jordbundens beskaffenhed og årsniveaets variation.

Det er tidligere berørt (s. 377), at årsniveauerne for Lundgaard varierer betydeligt fra år til år: mindste og største værdi af \bar{u} er 0.59 og 1.42 (tabel 5). Lignende forhold finder man for andre forsøgssteder

Eksempelvis er \bar{u} angivet for Lundgaard og Lyngby i tabel 9.

Variationen er adskilligt mindre for Lyngby, fra 1.29 til 1.55, men på trods heraf følges niveauerne ad i nogen grad. Dette fremgår af fig. 5, hvor årsniveauerne for de to stationer er tegnet op mod hinanden. Således gav 1933, 36, 39 og 41 relativt ringe udbytte og 1931, 32, 35 og 42 relativt stort udbytte på begge stationer.

Tabel 9.
Logaritmiske årsniveauer for to forsøgssteder.

År	Lundgaard	Lyngby
1931.....	1.26	1.51
1932.....	1.28	1.52
1933.....	1.00	1.38
1934.....	1.05	1.50
1935.....	1.36	1.51
1936.....	0.87	1.37
1937.....	1.20	1.45
1938.....	1.42	1.49
1939.....	0.59	1.34
1940.....	1.12	1.38
1941.....	0.91	1.39
1942.....	1.28	1.55

Et andet forhold er også iøjnefaldende i fig. 5: Alle punkterne ligger under identitetslinien, d. v. s. udbyttelniveauet er hvert år lavere for Lundgaard end for Lyngby.

Disse iagttagelser indicerer en nærmere undersøgelse af årsniveauerne med henblik på fælles tidsvariationer for de forskellige forsøgssteder, idet man samtidig diskuterer, hvorvidt nogle forsøgssteder som helhed ligger lavere end andre.

Med hensyn til det sidste punkt har jordbundens beskaffenhed vist sig at være af afgørende betydning. Den er karakteriseret som svær, ret svær, god eller let lermuld, god eller let og tør sandjord, eventuelt med leret undergrund, og i tabel 10, der giver en oversigt over årsniveauerne, er forsøgsstederne samlet i grupperne A, B, C og D efter dette synspunkt.

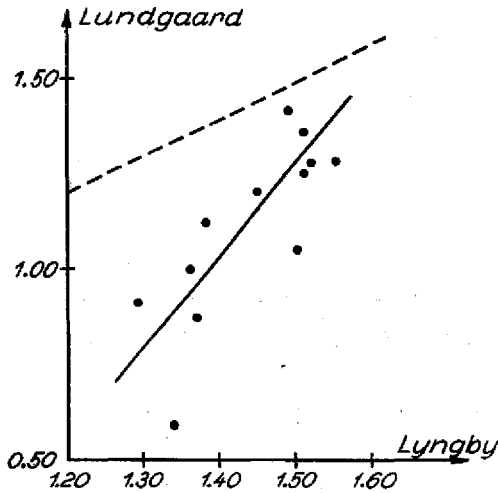


Fig. 5.

Samvariationen af de logaritmiske årsniveauer for to forsøgssteder.

Den punkterede linie er indentitetslinien.

Indenfor hver gruppe ligger niveauerne for samme år oftest ret tæt, hvorfor der for hver gruppe er beregnet et totalt årsniveau¹⁾, dog med udeladelse af de år for hvilke et eller flere forsøgssteder mangler. Resultaterne er tegnet op i fig. 6, hvoraf man ser, at årsniveauerne som helhed ligger højest i gruppe A (svær lermuld), tæt fulgt af gruppe B (let lermuld), væsentligt lavere for gruppe C (god sandjord) og lavest for gruppe D (let, tør sandjord).

En nærmere betragtning af fig. 6 viser, at toppene og dalene for grupperne A, B, og C følges ad i nogen grad og måske også for D, som dog udviser et mere uroligt forløb. For at få et klarere overblik over de mulige fælles tidsvariationer har vi dannet et totalt årsniveau for alle stationerne i de år, hvor de alle var repræsenterede, og derefter er de enkelte gruppers årsniveauer tegnet op mod de totale årsniveauer (fig. 7, a—d). Ved umiddelbar iagttagelse af disse diagrammer ser man, at der virkelig er en markant sammenhæng til stede, og at dette endog gælder gruppe D.

¹⁾ Simpelt gennemsnit af de enkelte stationers årsniveau. Der er ikke taget hensyn til den i det foregående afsnit påviste ringere nøjagtighed af resultaterne fra nogle stationer, da den herfra hidrørende variation er underordnet i denne sammenhæng.

Tabel 10. Årsniveauer for de enkelte forsøgssteder, for 4 jordbundsgrupper og for hele materialet.

Forsøgssted	Jordbundens beskaffenhed	1931	1932	1933	1934	1935	1936	1937	1938	1939	1940	1941	1942
Stokkemærke	Svær lermuld	1.52	1.84	1.64	1.60	1.65	1.49	1.88	1.61	1.51	1.55	1.51	1.62
Blangsted....	Ret svær »	1.70	1.66	1.54	1.67	1.64	1.52	1.59	1.62	1.64	1.58	1.51	1.57
Aakirkeby...	» » »	1.66	1.41	1.85	—	1.69	1.53	1.60	1.63	1.51	1.50	1.46	1.52
Rønhave....	» » »	1.59	1.67	1.58	1.60	1.61	1.54	1.53	1.62	1.37	1.63	1.48	1.59
A Total.....		1.618	1.595	1.603	—	1.648	1.520	1.575	1.620	1.508	1.565	1.490	1.578
Lundby....	God lermuld	1.59	1.66	1.48	1.42	1.65	1.56	1.50	1.56	1.57	1.48	1.49	—
Tystofte....	Lermuld	1.60	1.66	1.47	1.48	1.67	1.61	1.63	1.70	1.60	1.59	1.46	1.56
Lyngby....	Let lermuld	1.51	1.52	1.36	1.50	1.51	1.37	1.45	1.49	1.34	1.35	1.29	1.55
Askov.....	» »	1.51	1.59	1.54	1.53	1.58	1.50	1.51	1.55	1.43	1.56	1.39	1.55
Borris.....	God sandjord	1.60	1.60	1.56	1.54	1.63	1.62	1.55	1.60	1.53	1.48	1.39	1.55
B Total.....		1.562	1.614	1.542	1.494	1.608	1.512	1.528	1.564	1.494	1.496	1.404	—
Hornum....	God sandjord	1.43	1.50	1.52	1.48	1.55	1.34	1.33	1.29	1.26	1.19	1.06	0.98
Tylstrup....	» »	1.44	1.40	—	1.39	1.45	1.37	1.44	1.39	1.34	1.26	1.27	1.43
C Total.....		1.44	1.45	—	1.44	1.50	1.36	1.39	1.34	1.30	1.23	1.17	1.21
Lundgaard . .	Let, tør sandj.	1.25	1.28	1.00	1.05	1.36	0.87	1.20	1.42	0.59	1.12	0.91	1.28
Studsgaard . .	» » »	1.27	1.23	1.19	1.13	1.36	0.87	1.26	1.38	1.18	1.10	0.93	1.37
D Total.....		1.26	1.26	1.10	1.09	1.36	0.87	1.23	1.40	0.89	1.11	0.92	1.33
Total.....		1.528	1.528	(1.473)	(1.485)	1.565	1.392	1.475	1.521	1.375	1.416	1.319	(1.460)

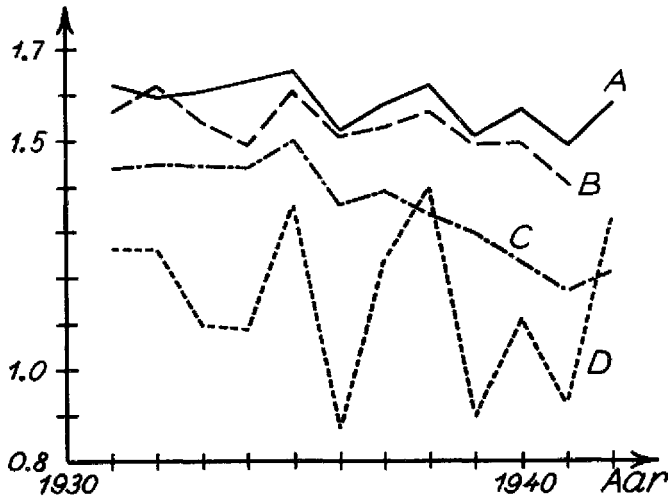


Fig. 6.

Gennemsnitlige årsniveauer for de 4 jordbundsgrupper.

Sammenhængen er imidlertid af en væsentlig anden karakter, end den vi fandt mellem de forskellige forsøgsled på samme station (jvf. fig. 4). Der lå punkterne om linier med hældningen 1, så at de logaritmiske udbyttedifferenser varierede tilfældigt omkring konstante værdier. Også her ligger punkterne om rette linier, men som det ses af fig. 7, har de vidt forskellige hældninger: For gruppe A er den 0.56, for gruppe B er den 0.80, medens den for grupperne C og D er henholdsvis 1.07 og 1.73. Disse linier, der kan siges at angive en slags gennemsnitlige relationer mellem gruppernes årsniveauer og de totale årsniveauer, er tegnet ind i fig. 8.

Betydningen af disse relationer kan i det væsentlige beskrives således:

Der er år hvor kærneudbyttet af havre ligger lavt hele landet over, og der er år hvor det ligger højt. De enkelte forsøgssteder følger trop — på nær lokalt betingede variationer — men den indflydelse de genrelle faktorer har, er i høj grad afhængig af jordbundens beskaffenhed. For de lerede jorder er forskellen mellem de dårligste år og de bedste år ca. 0.155 og ca. 0.200, medens den for de sandede jorder udgør ca. 0.345 og ca. 0.640. Omregnes disse logaritmiske angivelser til almindelige tal (hkg pr. ha) udsiger de, at de bedste år lå udbyttene ca. 45 pct., ca. 60 pct., ca.

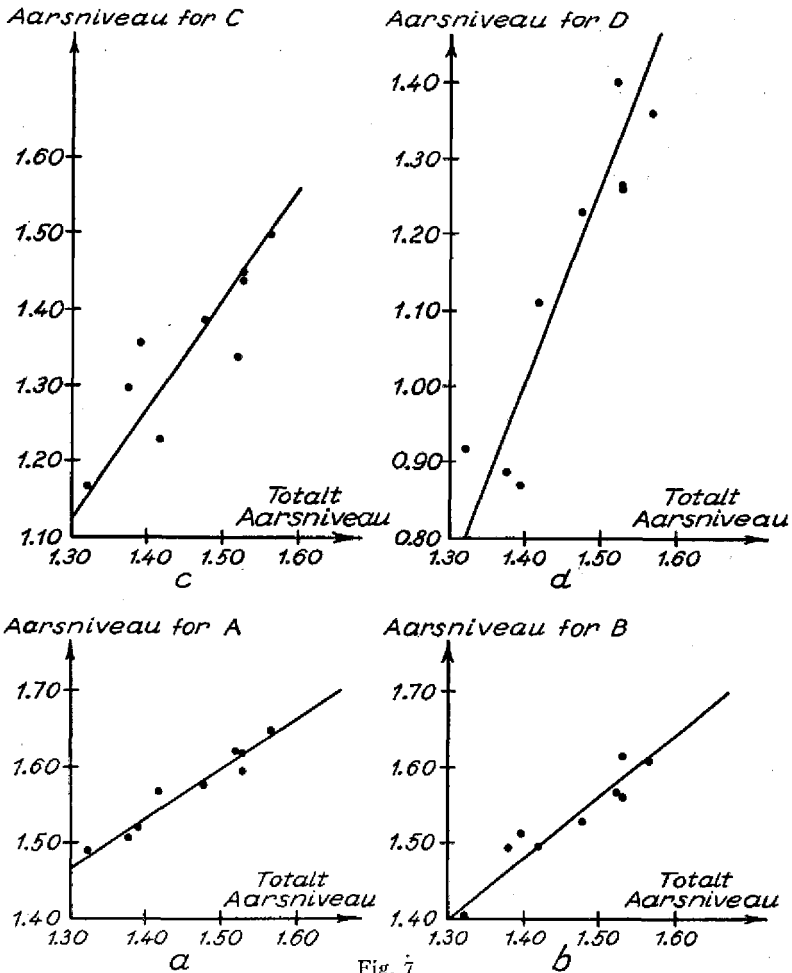


Fig. 7.

De enkelte jordbundsgrupperes årsniveau tegnet op mod de totale årsniveauer.

120 pct. og ca. 340 pct. over de dårligste års udbytter, alt eftersom jorden var svær lermuld, god lermuld, god sandjord eller let sandjord.

En anden side af samme sag er, at forskellen mellem gruppernes udbytter er langt større i de dårlige år end i de gode. Ved sammenligning af A og C finder man således forskellene ca. 0.340 og ca. 0.100, hvilket omregnet betyder at i de dårlige år lå svær lermuld ca. 120 pct. over god sandjord, medens forskellen kun var ca. 25 pct. i de bedste år.

De diskuterede relationer gælder naturligvis kun i store træk. I de enkelte år og på de enkelte stationer kan der være betydelige udsving fra dem. Hvor meget det drejer sig om, er anskueliggjort

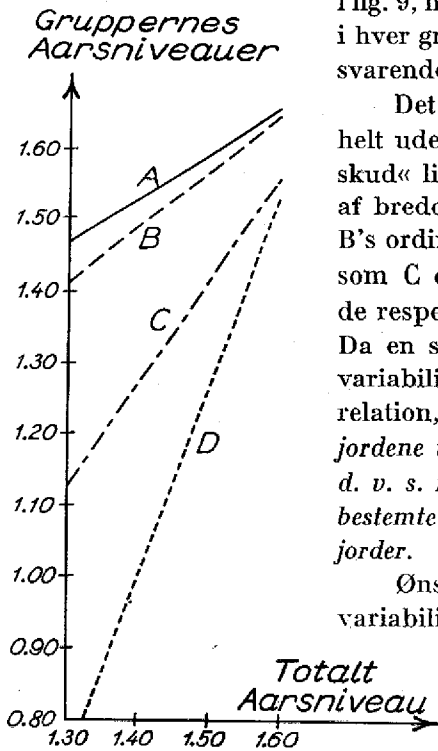


Fig. 8.

De gennemsnitlige relationer mellem gruppernes årsniveauer og det totale årsniveau.

A	÷ 25 pct.	+ 33 pct.
B	÷ 25 pct.	+ 33 pct.
C	÷ 33 pct.	+ 50 pct.
D	÷ 37 pct.	+ 60 pct.

i fig. 9, hvor alle de enkelte årsniveauer i hver gruppe er tegnet op mod de tilsvarende totale årsniveauer.

Det ses, at enkelte værdier falder helt udenfor, men på nær disse »vildskud« ligger punkterne indenfor bånd af bredden ca. 0.25, (bemærk at A og B's ordinatmålestok er dobbelt så stor som C og D's) 0.25, 0.35 og 0.40 for de respektive grupper A, B, C og D¹⁾. Da en større bredde betyder en større variabilitet omkring den beskrevne relation, fremgår det heraf, at for sandjordene var udbyttet mere lunefuldt — d. v. s. mere påvirket af lokale og tidsbestemte faktorer — end for de lerede jorder.

Ønsker man at udtrykke denne variabilitet i almindelige udbyttetotal (hkg pr. ha) kan man omregne de »maximale afvigelser« fra de logaritmiske gennemsnitsrelationer: ± 0.125 , ± 0.125 , ± 0.175 og ± 0.200 til procentiske »maximale afvigelser« fra de års-

niveauer, der svarer til de fundne relationer:

¹⁾ Under hensyn hertil burde de totale årsniveauer strengt taget regnes om til vejede gennemsnit, hvori årsniveauerne fra de 4 grupper tildedes de respektive vægte 3, 3, 2 og 1. Da nærværende undersøgelse kun er af orienterende karakter, er dette raffinement dog udeladt.

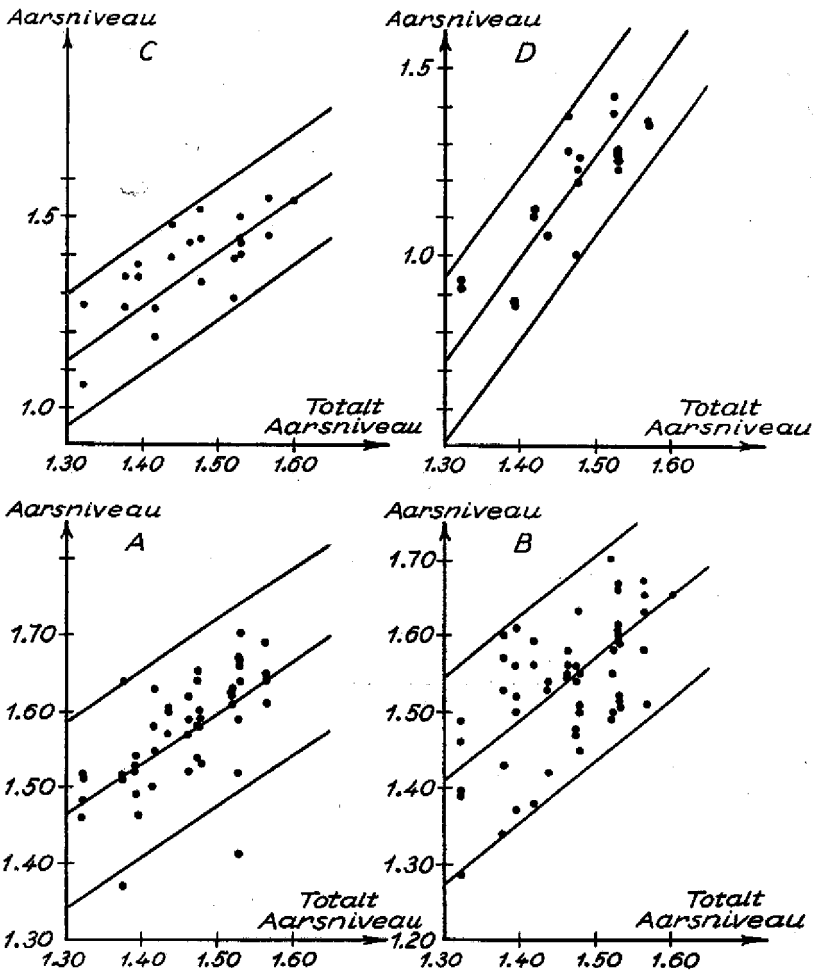


Fig. 9.

De enkelte årsniveauer indenfor hver jordbundsgruppe tegnet op mod de totale årsniveauer.

X. Det totale årsniveau og tiden.

I beregningen af de totale årsniveauer som gennemsnit kunne vi kun benytte de år, hvor der fandtes årsniveauer for alle stationer. At det for de 3 resterende år ikke går an at danne gennemsnit af de observationer, der forefindes, er klart; hvis f. eks. gruppe D mangler, vil gennemsnittet af de 3 andre grupper ligge for højt til at repræsentere alle forsøgsstederne.

Principielt er det selvfølgelig muligt at beregne fuldt tilfredsstillende årsniveauer, selv om en eller flere grupper mangler eller er ufuldstændigt repræsenteret. En helt fyldestgørende beregning er dog ret kompliceret, men man kan angive en simpel fremgangsmåde der giver et korrekt, omend ikke det nøjagtigst mulige skøn over niveauet. For året 1933, hvor C mangler, kan man f. eks. på fig. 8 aflæse de totalniveauer, der svarer til de for A, B og D fundne niveauer. Disse er 1.603, 1.542 og 1.10, hvortil svarer

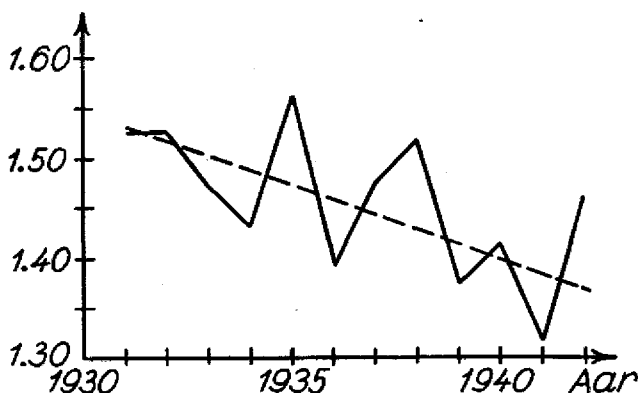


Fig. 10.

Årligt logaritmisk udbyttensniveau for samtlige forsøgsparceller.
Havre. Kærneudbytte.

1.510, 1.465 og 1.435 og af disse tal beregnes gennemsnittet under hensyn til stationernes antal, der er 4,5 og 2. Resultatet bliver 1.476. Efter dette princip er de totalniveauer bestemt, som er anført i parentes i nederste række af tabel 10.

Vi kan nu danne os et overblik over, hvordan totalniveauerne har vekslet i løbet af de 12 år (fig. 10). Mest iøjnefaldende er vel de store udsving, der næsten giver indtryk af en periodicitet. Om en sådan virkelig er til stede kan dog ikke afgøres ud fra så kort et åremål, med mindre der kan gives en teoretisk baggrund for en sådan antagelse. Et andet iøjnefaldende træk er, at der har fundet et, trods de store svingninger, umiskendeligt fald i udbyttensniveauet sted.

Såvel svingningerne som den faldende tendens er forhold som i store træk er fælles for alle forsøgsstederne, og årsagerne

må derfor søges i generelle faktorer. Men om disse udelukkende er at finde i svingninger i landets klima som helhed — og i så fald hvilke af klimaets komponenter talen er om — eller om man også skal tænke på andre forhold, som er fælles for alle forsøgsstederne — en eller anden konsekvens af selve forsøgsplanen, efter hvilken de samme parceller år efter år tilføres samme kvælstofgødning — er spørgsmål som kræver videregående undersøgelser og — naturligvis — supplerende materiale.

Det samme gælder forøvrigt et andet problem, der heller ikke bliver taget op i dette arbejde: I årsniveauerne har vi for hver enkelt station fået et ret nøjagtigt mål for jordens produktivitet under visse beslægtede forsøgsbetingelser, og det skulle derfor synes muligt at belyse i hvor høj grad de tidsmæssige lokale variationer af produktionen hænger sammen med registrerede klimatologiske faktorer som temperatur og nedbør året igennem.

XI. Sammenligning af gødninger. Værdital.

Tabel 11 giver en oversigt over virkningerne g_i af de forskellige gødskninger på hver station, beregnet som gennemsnit af de logaritmiske udbytters afvigelser fra de gødede jorders årsniveauer, jvf. tabel 6. På grundlag heraf skal vi forsøge en vurdering af de 3 kvælstofgødninger i forhold til hinanden.

Vi sammenligner først kalksalpeter med chilesalpeter. På totaltallene for de 4 jordbundsgrupper ses, at 1 kvælstof i de to gødninger giver virkninger, der ligger ret nær hinanden, og betragtes tallene for alle de enkelte forsøgssteder synes der ikke at være nogen iøjnefaldende systematik i forskellene.

Til en nøjere vurdering af disse differenser skal vi bruge deres middelfejl som er $\sigma \sqrt{\frac{2}{n}}$, hvor n er antallet af forsøgsår og σ er spredningen. For denne har vi i VIII (s. 383) fundet skønnene 2.10 og 4.01 i grupperne I og II, og middelfejlen på $g_6 - g_2$ — d. v. s. på udbyttedifferensen for 1 kvælstof i kalksalpeter og i chilesalpeter — bliver i de 4 kombinationer der findes:

Gruppe	Antal forsøgsår	
	11	12
I	0.90	0.85
II	1.71	1.64

Tabel 11. $10^2 \times$ gødningsvirkningerne af de forskellige gødskninger på hvert forsøgssted.

For hver jordbundsgruppe er dannet vejede middeltal under hensyn til antal forsøgsår og nøjagtighed af gødningsvirkningerne. De med*) markerede forsøgssteder tildeles vægten $\frac{1}{4} \times$ antal forsøgsår, de øvrige det hele antal forsøgsår.

Forsøgssteder	Chilesalpeter			Svovlsur ammoniak		Kalksalp.	Ugødet	Antal forsøgsår
	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	1		
Stokkemærke	$\div 1.8$	$+1.5$	$+3.4$	$\div 4.8$	$\div 0.8$	$+2.5$	$\div 7.7$	12
Blangsted...	$\div 2.5$	$+1.9$	$+4.0$	$\div 5.1$	$\div 1.1$	$+2.7$	$\div 11.4$	12
Aakirkeby...	$\div 1.0$	$+0.8$	$+2.4$	$\div 2.9$	$\div 0.2$	$+0.8$	$\div 6.8$	11
Rønhave....	$\div 1.8$	$+1.3$	$+2.6$	$\div 3.1$	$+0.3$	$+0.8$	$\div 9.8$	12
A.....	$\div 1.8$	$+1.4$	$+3.1$	$\div 4.2$	$\div 0.4$	$+1.7$	$\div 8.7$	
Lundby.....	$\div 3.7$	$+1.8$	$+5.1$	$\div 5.4$	$+0.7$	$+1.5$	$\div 13.4$	11
Tystofte.....	$\div 2.4$	$+2.2$	$+3.4$	$\div 3.4$	0.0	$+0.3$	$\div 8.1$	12*)
Lyngby.....	$\div 3.3$	$+2.6$	$+5.7$	$\div 6.8$	$\div 1.0$	$+2.4$	$\div 14.1$	12
Askov.....	$\div 3.7$	$+1.1$	$+3.4$	$\div 4.8$	$+1.8$	$+2.3$	$\div 13.7$	12
Borris.....	$\div 3.5$	$+2.1$	$+4.9$	$\div 5.2$	$\div 0.4$	$+2.1$	$\div 13.2$	12
B.....	$\div 3.5$	$+1.9$	$+4.7$	$\div 5.4$	$\div 0.2$	$+2.0$	$\div 13.3$	
Hørnum....	$\div 8.5$	$+1.1$	$+5.8$	$\div 5.2$	$+4.8$	$+2.6$	$\div 20.5$	11*)
Tylstrup....	$\div 3.7$	$+2.9$	$+4.3$	$\div 6.1$	$+0.6$	$+1.9$	$\div 14.3$	11
C.....	$\div 4.7$	$+2.7$	$+4.5$	$\div 5.9$	$+1.5$	$+2.0$	$\div 15.9$	
Lundgaard..	$\div 5.6$	$+2.4$	$+4.9$	$\div 5.7$	$+3.8$	$+1.1$	$\div 17.5$	12*)
Studsgaard..	$\div 3.5$	$+1.1$	$\div 0.6$	$\div 2.7$	$+3.6$	$+2.0$	$\div 14.3$	12*)
D.....	$\div 4.5$	$+1.9$	$+2.2$	$\div 4.2$	$+3.7$	$+1.1$	$\div 15.5$	
Studsgaard.. uden 1934	$\div 4.0$	$+1.2$	$+1.1$	$\div 3.3$	$+3.4$	$+1.7$	$\div 15.5$	11*)

Sammenligningen giver det nu i tabel 12 anførte resultat: Forskellen mellem de to gødningsvirkninger er snart positiv og snart negativ, men overstiger ikke $1.3 \times$ middelfejlen. Efter denne analyse af de foreliggende iagttagelser er der altså ikke noget i vejen for at antage, at 1 kvælstof på alle de undersøgte jorder har samme virkning når den gives i kalksalpeter, som når den gives i chilesalpeter. 1.00 må derfor være et godt skøn over kalksalpeters værdital overfor chilesalpeter målt på niveauet 1 kvælstof.

Sammenligningen mellem svovlsur ammoniak og chilesalpeter fortager vi for oversigtens skyld først på de 4 jordbundsgrupper A—D. I fig. 11, A—D har vi for hver gruppe tegnet de gen-

nemsnitlige gødningsvirkninger g op mod de anvendte mængder af kvælstof i chilesalpeter og svovlsur ammoniak. Idet den polygon man får ved at forbinde punkterne for konsekutive kvælstofmængder med liniestykker opfattes som en approximation til udbyttekurven, kan man af diagrammerne i fig. 11 aflæse hvilke kvælstofmængder i chilesalpeter der svarer til $\frac{1}{2}$ og 1 kvælstof i svovlsur ammoniak. Idet tallene for $\frac{1}{2}$ kvælstof ganges med 2 får man de i tabel 13 angivne resultater.

Tabel 12. Sammenligning mellem virkningerne af 1 kvælstof i kalksalpeter (g_0) og i chilesalpeter (g_2). t = differensen ($g_0 - g_2$) divideret med dens middelfejl.

Forsøgs- sted	$10^3 \times$ ($g_0 - g_2$)	Mf.	t
Stokkemærke.....	+1.0	0.85	+1.2
Blangsted.....	+0.8	0.85	+0.9
Aakirkeby.....	0.0	0.90	0.0
Rønhave.....	÷0.5	0.85	÷0.6
Lundby.....	÷0.3	0.90	÷0.3
Tystofte.....	÷1.9	1.64	÷1.2
Lyngby.....	÷0.2	0.85	÷0.2
Askov.....	+1.1	0.85	+1.3
Borris.....	0.0	0.85	0.0
Hornum.....	+1.5	1.71	+0.9
Tylstrup.....	÷1.0	0.90	÷1.1
Lundgaard.....	÷1.3	1.64	÷0.8
Studsgaard.....	÷0.9	1.64	+0.5

De to værdital stemmer ret godt overens for grupperne A, B og C. Hvorvidt forskellene, der jo er lidt systematisk prægede, virkelig betyder, at værditallet afhænger af det kvælstofniveau, målingen foretages på, eller om de er fremkaldt af den systematiske fejl der begås når man opfatter udbyttekurverne som stykkevis lineære i stedet for jævnt buede, eller om det kan være rene og skære tilfældigheder, kan kun en dyberegående statistisk analyse afsløre.

M. h. t. gruppe D er det påfaldende, at virkningen af $1\frac{1}{2}$ kvælstof i chilesalpeter — selv om man udelader det helt afvigende år 1934 for Studsgaard — ligger lavere end virkningen af 1 kvælstof i svovlsur ammoniak, og at udbyttekurvens hele forløb

lader formode, at værditallet målt på 1 kvælstof ligger på mindst $1\frac{3}{4}$. Dette hidrører væsentligst fra Studsgaard, hvis »udbyttekurve« for chilesalpeter bøjer vandret af fra 1 til $1\frac{1}{2}$ kvælstof (fig. 12b). Men selv om man nøjes med Lundgaard går tendensen i samme

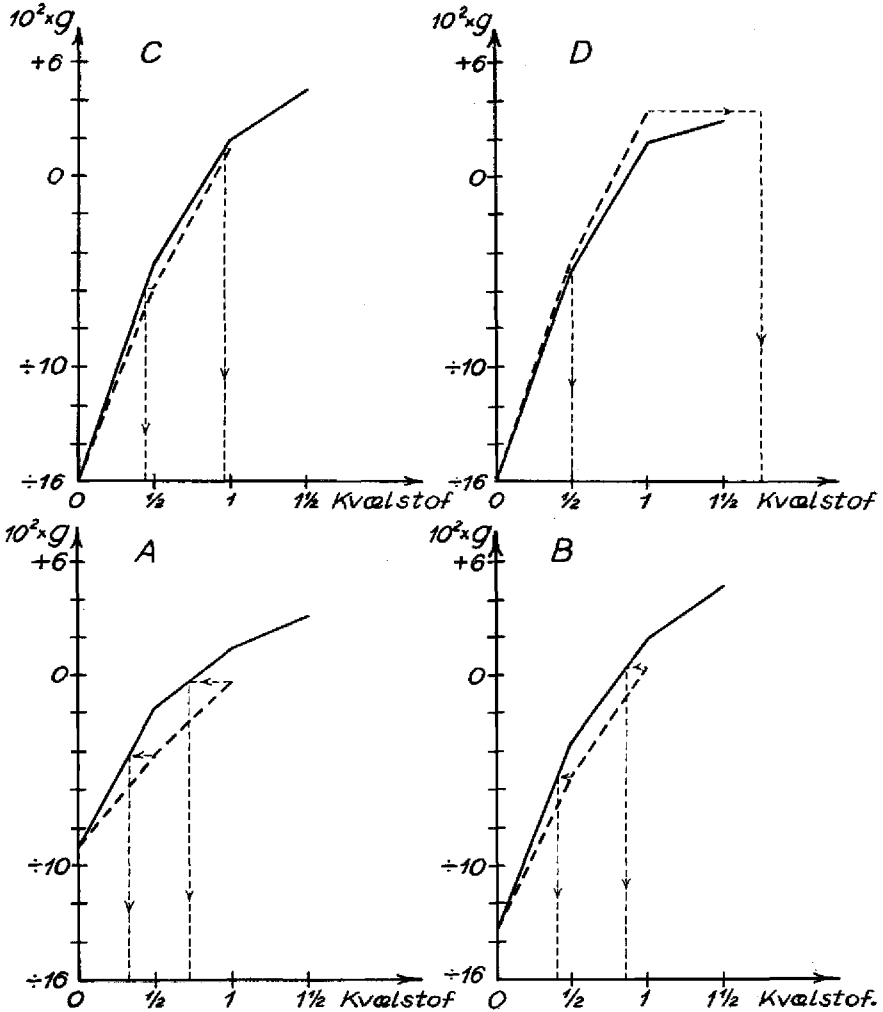


Fig. 11.

Gennemsnitlig gødningsvirkning g i hver jordbundsgruppe tegnet op mod gødningsmængde.

———— kvælstof i chilesalpeter.

----- kvælstof i svovlsur ammoniak.

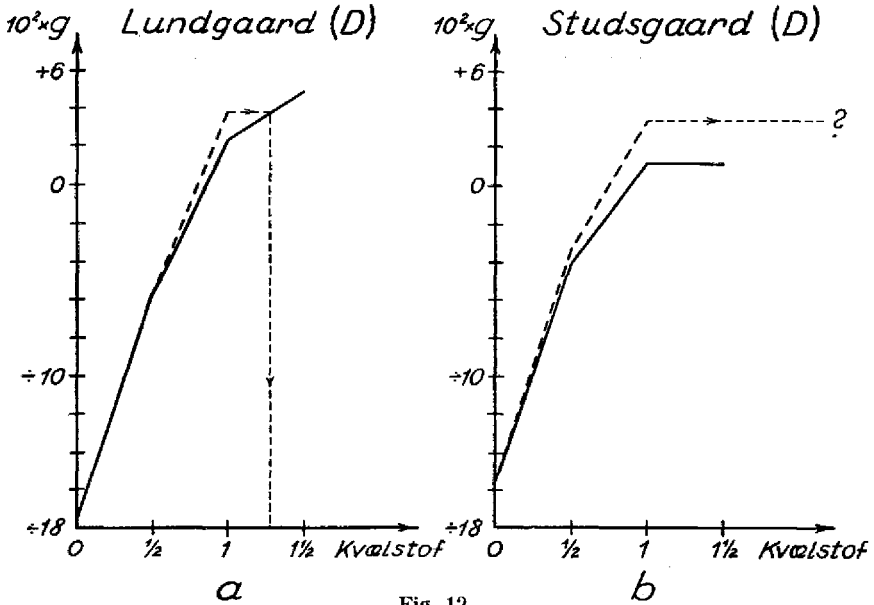


Fig. 12.

Gødningsvirkning g på to forsøgssteder tegnet op mod gødningsmængde.

———— kvælstof i chilesalpeter.
 - - - - - kvælstof i svovlsur ammoniak.

retning (fig. 12a); dog må det erindres at Lundgaard — såvel som Studsgaard — er blandt de 4 stationer, hvor gødningsvirkningen er mere usikkert bestemt.

Alt i alt er forskellene ikke særlig vel underbyggede, og vi skal derfor — i hvert fald i denne orienterende analyse — *antage at svovlsur ammoniak for hver forsøgsstation har et bestemt værdital overfor chilesalpeter.*

Tabel 13. Værdital af kvælstof i svovlsur ammoniak overfor kvælstof i chilesalpeter målt på $\frac{1}{2}$ og 1 kvælstof.

Jordbunds- gruppe	Kvælstof	
	$\frac{1}{2}$	1
A.....	0.68	0.71
B.....	0.80	0.86
C.....	0.90	0.98
D.....	1.06	> 1.75
Lundgaard .	0.98	1.28

Af tabel 13 fremgår da, at *dette værdital stiger fra ca. 0.70 for gruppe A til godt 1.0 for gruppe D.*

Nu blev inddelingen af forsøgsstederne efter jordbundens art foretaget med henblik på diskussionen af årsniveauerne, og

det er ikke på forhånd givet, at den er lige så adækvat for diskussionen af gødningsvirkningen. Ved en grafisk vurdering som i

Tabel 14.
Værdital for svovlsur ammoniak overfor chilesalpeter for hvert enkelt forsøgssted.

De med*) markerede tal er væsentligt unøjagtigere end de øvrige og indgår ved beregningen af de gennemsnitlige værdital kun med vægten $\frac{1}{4}$.

Forsøgssted	Værdital
Stokkemærke	0.56
Blangsted...	0.65
Aakirkeby..	0.63
Rønhave....	0.77
A.....	0.65
Lundby....	0.65
Tystofte....	0.60*)
Lyngby.....	0.66
Askov.....	0.98
Borris.....	0.78
B.....	0.76
Hornum....	1.29*)
Tylstrup....	0.78
C.....	0.96
Lundgaard..	1.07*)
Studsgaard.	1.21*)
D.....	1.14

noget højere grad udnytter udbyttekurvens forløb som helhed og antagelsen af værditallets eksistens — men som det vil føre lidt for vidt at komme ind på ved denne lejlighed — kan man danne et skøn over værditallet for hver station (tabel 14). At værditalleene i store træk følger linien fra A til D er klart nok, men der er anselige afvigelser, hvis årsager det måske kunne lønne sig at efterforske.

Konklusionen af hele denne analyse af gødningsvirkningerne bliver således, at *vel er det muligt, at begrebet værdital for de mængder kvælstof, det har drejet sig om, har en nogenlunde veldefineret mening for hvert forsøgssted* — og for kalksalpeter synes tallet at ligge ret fast — *men for svovlsur ammoniak varierer det så stærkt fra det ene forsøgssted til det andet at et generelt værdital (med henblik på havres kærneudbytte) principielt set er helt meningsløst.* Hvilket lokale faktorer, der betinger dette »værditals« variation, kan ikke fastslås på grundlag af de her diskuterede data, men om jorden er tung eller let synes at spille en væsentlig rolle.

XII. Diskussion af resultater og metodik.

En oversigt over gangen i den her foretagne orientering er givet i nedenstående resumé (XIII). Den endelige formulering af de tilgrundliggende arbejdshypoteser og gennemførelsen af den statistiske analyse er herefter kun et spørgsmål om tekniske detaljer. Til mange formål vil et sådant raffinement end ikke være påkrævet, da det blot tjener til numerisk underbygning af de alle-

rede dragne konklusioner — hvilket kan være vigtigt, når de skal sammenholdes med andre forsøg — samt til yderligere belysning af visse detailspørgsmål.

Med hensyn til selve resultaterne må det pointeres, at de ikke kan generaliseres umiddelbart. I første instans giver de en beskrivelse af kærneudbyttet af havre i et ganske bestemt forsøgsmateriale. Men selvfølgelig er resultaterne generelle, for så vidt som man under væsentligt samme forsøgsbetingelser utvivlsomt ville få lignende resultater. Det er hvad den statistiske analyse tilsigter: at finde frem til de generelle træk, *de træk der på nær tilfældige variationer reproduceres ved gentagelse af forsøget*. Men der er ingen garanti for at resultaterne bliver bestående under ændrede forsøgsbetingelser. I analysen af nye materialer — helt andre forsøgsrækker eller blot andre høstudbytter fra samme forsøgsrække — må derfor bl. a. selve grundlaget, udbytterelationen (1), prøves efter, og i tilfælde hvor den ikke passer må en ny formulering forsøges. Men det metodiske har gyldighed udover det her behandlede materiale: *Man søger at formulere en generel lovmæssighed, og på grundlag af denne foretager man analysen, som tager sigte på at adkrystallisere de faktorer der synes at betinge dels variabiliteten — in casu gødskning og lokalitet — dels udbytteneiveauet — her jordbundens beskaffenhed og en tidsfaktor — og endelig, i den foreliggende problemstilling, udbyttets afhængighed af gødningens art og mængde* — herunder en kontrol af værditallenes mening og konstans.

XIII. Resumé.

Formålet med den foreliggende undersøgelse har været at give et eksempel på hvorledes en elementær orientering i et talmateriale kan føre op til formuleringen af grundlaget for den endelige statistiske analyse og tillige give hovedtrækkene i en sådan exaktere analyses resultater (I og XII).

Det anvendte materiale er kærneudbytte af havre i en 12-årig forsøgsrække med forskellige kvælstofgødninger på 13 forsøgssteder (II).

Hovedresultaterne af undersøgelsen er følgende:

De egentlige forsøgsfejl er underordnede; hovedspørgsmålet er, om der eksisterer en generel relation mellem udbytterne efter

forskellige gødskninger, en relation som holder på tværs af udbyttens variation fra år til år og fra sted til sted (III).

En sådan udbytterelation findes, og den formuleres hensigtsmæssigt som en additivitet af logaritmerne til udbytterne. I denne formulering bliver usikkerheden på relationen uafhængig af udbyttets størrelse (IV og V).

Alle merudbytterne — her de logaritmiske — efter forskellige gødskninger indeholder en fælles fejlkilde, nemlig usikkerheden på grundudbyttet. Den statistiske analyse foretages derfor på grundlag af selve udbytterne (VI). — Om fornødent kan merudbytterne naturligvis indføres i den diskussion af kvælstofgødningens økonomi, der kan foretages, når resultaterne af den statistiske analyse foreligger. —

Udbyttet på ugødet jord er langt mere variabelt end på gødet jord; forsøgsmaterialet på ugødet jord skulle være 4 gange så stort for at give samme præcision som på gødet jord (VII og VIII).

Forsøgene på ugødet jord er i og for sig overflødige undtagen som kontrolforanstaltninger. I resten af analysen udgår de, da de komplicerer regnearbejdet uden at forøge resultaternes præcision nævneværdigt (VII).

Som følge af den ovenfor omtalte udbytterelation kan et logaritmisk udbytte på et forsøgssted opfattes som en resultant af et årsniveau og en gødningsvirkning samt tilfældige variationer. (VII og VIII).

En meget nøjagtig repræsentant for årsniveauet har man i middeltallet af de logaritmiske udbytter på de gødede jorder; det er 25 gange så nøjagtigt som grundudbyttet (VII og VIII).

Usikkerheden på forsøgsresultaterne fra Hornum, Lundgaard, Studsgaard og Tystofte er 4 gange så stor som for de øvrige stationer (VIII).

Årsniveauerne afhænger stærkt af jordbundens beskaffenhed — svær lermuld, let lermuld, god sandjord, let og tør sandjord (IX).

De logaritmiske årsniveauer på de forskellige stationer følges ad i ret høj grad. Sammenhængen er lineær, men hældningen er ikke 1. Det ytrer sig bl. a. i, at i dårlige år ligger udbyttet på svær lermuld langt over udbyttet på god sandjord, medens forskellen er meget mindre i gode år (IX).

Den ovennævnte lovmæssighed medfører, at årsniveauet på hver enkelt station i store træk er bestemt af et for alle stationer fælles årsniveau. Dette totale årsniveau udviser i løbet af de 12 forsøgsår et jævnt fald — overlejret af ret regelmæssige svingninger (IX og X). — Om disse forhold skyldes klimatologiske eller forsøgmæssige faktorer kan det her diskuterede materiale alene ikke belyse.

På de lerede jorder er årsniveauet i betydelig højere grad bestemt af det totale årsniveau end på de sandede jorder (IX).

Det er ikke på forhånd givet at begrebet værdital — d. v. s. forholdet mellem ækvivalente mængder af to forskellige gødninger — har nogen mening, selv for en given forsøgsstation. Orienteringen går dog ikke afgjort imod en sådan antagelse, men en endelig stillingtagen til spørgsmålet ville kræve en dyberegående statistisk analyse (XI).

For svovlsur ammoniak contra chilesalpeter varierer værditallet så stærkt fra det ene forsøgssted til det andet, at et generelt værdital principielt set er meningsløst. For kalksalpeter contra chilesalpeter ligger det derimod ret fast på 1.0 (XI).

I store træk stiger svovlsur ammoniaks værdital overfor chilesalpeter fra 0.7 for svær lerjord til 1.0 for let sandjord (XI).