Om Variationsanalyse. III.

Af R. K. Kristensen.

Som udviklet i de to foregaaende Arbejder om dette Emne, er Fishers Variationsanalyse bygget op paa en speciel Ligning, se Tidsskrift for Planteavl, 39. Bind, Side 535, og 40. Bind, Side 522. Dette medfører, at Beregningerne ikke giver nogen egentlig fejlteoretisk Variationsanalyse. For det første fremtræder de forskellige Variationer i Kombination med de tilfældige Fejl, og for det andet er de fremkomne Udtryk for Variation + tilfældig Fejl udregnet paa en saadan Maade, at de fundne Værdier ikke kan sammenlignes direkte eller benyttes som almindelige Maal for Variationen.

Eksempel 1. 10 Varieteter af Runkelroer er sammenlignet paa to Forsøgssteder, A og B. Afgrødetallene er:

Varietet Nr.	A	B	Sum	Differens, d
1	563	627	1190	64
2	557	550	1107	7
3	564	555	1119	9
4	577	496	1073	81
5	509	479	988	30
6	563	469	1032	94
7	500	471	971	29
8	451	472	923	21
9	497	464	961	33
10	438	509	947	71

Vi betragter Forsøgene paa A og B som simple Gentagelser (Dobbeltforsøg) og kalder Forskellen mellem Varieteterne for Variation, medens Forskellen mellem A og B betegnes som Forsøgsfejl. Middelfejlen (eller Middelafvigelsen) beregnes af alle 20 Afgrødetal under eet (»Total«) og af Sumtallene 1190, 1107 o. s. v. Resultaterne opstilles i Fishers Variationsskema, og Forsøgsfejlen beregnes af Differensen mellem de to første Kvadratsummer:

	Kvadratsum	Divisor	m^2	m
Total	48789	19	2568	50.7
Variation	69635 : 2 = 34818	9	3869	62.2
Forsøgsfejl	13971	10	1397	37.4

Variationen er saaledes større end Totalafvigelsen (62.2 mod 50.7), hvad der er selvmodsigende, hvis Tallene skal betragtes som Resultat af en Variationsanalyse. En saadan kan derimod gennemføres paa følgende Maade:

Totalafvigelsen beregnes af A- og B-Rækken hver for sig efter den almindelige Formel: $m^2 = \frac{[v^2]}{10 \div 1}$, og man faar:

	A	B	Middelværdi
m	50.3	52.9	51.6

Forsøgsfejlen beregnes af Differenserne d efter Formlen:

$$m^2 = \frac{[d^2]}{2 \times 10},$$

hvad der svarer til at beregne Middelfejlen af hver Varietet for sig og derefter danne Middelværdi af m^2. Man finder m = 37.4 og har nu, idet Totalfejlens Kvadrat er lig Summen af Partielfejlenes Kvadrater (Variation og Forsøgsfejl kan betragtes som uafhængige af hinanden):

	Fejlteoretisk		Efter Fisher
	m^2	m	m
Total	2666	51.6	50.7
Variation	1269	35.6	62.2
Forsøgsfejl	1397	37.4	37.4

Efter den fejlteoretiske Analyse er Variation og Forsøgsfejl omtrent lige store og hver for sig mindre end Totalafvigelsen. Denne stemmer tilnærmelsesvis med den efter Fishers Fremgangsmaade beregnede Værdi (det behøver dog ikke at finde Sted i alle Tilfælde; Totalafvigelsen efter Fisher er en rent beregningsmæssig Størrelse, der ikke dækker nogen Realitet i Forsøget). Forsøgsfejlen stemmer eksakt, og det vil den altid gøre, naar Betingelserne for Anvendelse af Fishers Variationsskema er til Stede.

At Variationen faar en saa uforholdsmæssig høj Værdi i Fishers Variationsskema, skyldes den Behandling, som Kvadratsummen 69635 underkastes. Da Beregningen er foretaget med Summer af to Enkeltstørrelser, bliver Kvadratsummen $2^2 = 4$ Gange for stor, naar det er Enkeltstørrelsernes Variation, man søger; Kvadratsummen skal altsaa divideres med 4, og man faar da den Kvadratsum, der vilde fremkomme ved at regne med Gennemsnitstal (Gennemsnit af 2 Enkelttal) i Stedet for med Sumtal. Gennemsnitstallenes Variation er imidlertid mindre end Enkeltstørrelsernes, og vi skulde derfor, hvis Gennemsnitstallene fulgte Fejlloven, gange Middelfejlen med $\sqrt{2}$ eller Kvadratsummen med 2 for at komme tilbage til Enkeltstørrelsernes Variation, altsaa:

$$\frac{69635}{4} \times 2 = \frac{69635}{2} = 34818,$$

som er den Værdi, Middelfejlen beregnes af i Variationsskemaet.

Variationen følger imidlertid ikke Fejlloven, naar Sumtallene dannes paa den angivne Maade. Hvis der ingen Forsøgsfejl var til

Stede, vilde A- og B-Rækken være ens, Gennemsnitstal og Enkelttal vilde have samme Middelfejl, samme Variation. Følgelig er det kun Forsøgsfejlen, der formindskes ved Sammendragning af de to Rækker, og Beregningen bliver da:

$$\frac{69635}{4} = 17409, \quad \frac{17409}{10 \div 1} = 1934.$$

I Middelfejlskvadratet 1934 er Forsøgsfejlens Kvadrat, divideret med 2, indgaaet, og den rene Variation, befriet for Arbejdsfejlen, bliver:

$$m^2 = 1934 \div \frac{1397}{2} = 1236, \quad m = 35.2.$$

I Betragtning af Materialets ringe Omfang stemmer denne Værdi særdeles godt med den, der blev fundet ved at behandle A- og B-Rækken hver for sig (35.2 mod 35.6).

Eksempel 2. De 10 Varieteter er sammenlignet paa 3 Forsøgssteder, A, B, C[1]):

Varietet Nr.	A	B	C
1	563	627	450
2	557	550	433
3	564	555	355
4	577	496	337
5	509	479	419
6	563	469	363
7	500	471	343
8	451	472	370
9	497	464	325
10	438	509	305

Afgrøderne paa C ligger meget lavere end paa A og B, men vi gaar ud fra, at dette ikke forstyrrer Sammenligningen mellem de 10 Varieteter, og fjærner Forskellen mellem alle tre Forsøgssteder, »Stedvariationen« ved Beregningen af Forsøgsfejlen. Forskellen mellem Varieteterne betegnes som »Sortvariation«. Fishers Variationsskema giver:

		Kvadratsum	Divisor	m^2	m
Total		211129	29	7280	85.3
Sortvariation	136583 : 3 =	45528	9	5059	71.1
Stedvariation	1420385 : 10 =	142038	2	71019	266.5
Forsøgsfejl		23563	18	1309	36.2

Det ses umiddelbart, at de saaledes fundne Værdier af m ikke giver noget rimeligt Billede af de forskellige Variationer.

Beregnes Sortvariation + Forsøgsfejl paa samme Maade som før af A-, B- og C-Rækken, faas:

---

[1]) Samtlige Tal er udtaget af Tabel 1, Tidsskrift for Planteavl, 28. Bind, Side 97. For Nemheds Skyld benyttes delvis de samme Tal i Eksempel 1 og 2.

	A	B	C	Middelværdi[1])
m	50.3	52.9	48.4	50.6

og en Adskillelse af Sortvariation og Forsøgsfejl giver:

	m^2	m
Total	2559	50.6
Sortvariation	1250	35.4
Forsøgsfejl	1309	36.2[2])

Til Beregning af Stedvariation + Forsøgsfejl har man 10 Rækker à 3 Enkeltstørrelser, og Middelværdien bliver:

$$m^2 = \frac{[[v^2]]}{10\,(3 \div 1)} = \frac{150203}{20} = 7510, \quad m = 86.7, \text{ og man faar:}$$

	m^2	m
Total	7510	86.7
Stedvariation	6201	78.7
Forsøgsfejl	1309	36.2

Sammenstilles disse Værdier af Middelfejlen med de tilsvarende fra Fishers Variationsskema, har man:

	Efter Fisher	Fejlteoretisk
Sortvariation	71.1	35.4
Stedvariation	266.5	78.7
Forsøgsfejl	36.2	36.2

Eksempel 3. Et femdelt Forsøg (Springertræksfordeling) indlægges paa hosstaaende 25 Prøvedyrkningsresultater (jvf. Tidsskrift for Planteavl, 40. Bind, Side 522). De Parceller, der hører til Forsøgsled Nr. 1, er betegnet med kursive Typer. Variationen adskilles i 3 Kategorier, eftersom den er knyttet til Rækker, Søjler (»lodrette« Rækker) eller Forsøgsled. Fishers Variationsskema giver:

243	237	230	251	242
251	228	*238*	248	256
238	238	233	243	*248*
212	*229*	228	245	252
215	224	229	*230*	231

	Kvadratsum	Divisor	m^2	m
Total	3102	24	129.2	11.4
Rækker	5335 : 5 = 1067	4	266.8	16.3
Søjler	5199 : 5 = 1040	4	260.0	16.1
Forsøgsled	1649 : 5 = 330	4	82.5	9.1
Forsøgsfejl	665	12	55.4	7.4

Her kan (ved et virkeligt Forsøg) Variation + Forsøgsfejl ikke beregnes paa samme Maade som før, fordi Forsøgsleddene — som Følge af deres Beliggenhed — griber ind i Rækker og Søjler, men

[1]) Kvadratroden af de kvadrerede Værdiers Middelværdi.

[2]) Forsøgsfejlen kan udtages af Fishers Variationsskema eller beregnes efter den af mig i sin Tid udarbejdede Eliminationsmetode, se »Bestemmelse af Middelfejlen ved Kombinationer af ensidige og tilfældige Afvigelser«, Tidsskrift for Planteavl, 28. Bind (1922), Side 119.

Beregningen kan gennemføres ved Hjælp af Sumtallene ligesom i Eksempel 1[1]. For Rækkerne:

$$\frac{5335}{5^2(5 \div 1)} = 53.35, \ m^2 = 53.35 \div \frac{55.4}{5} = 42.3, \ m = 6.5,$$

o. s. v. Man faar da følgende Værdier af Middelfejlen:

	Efter Fisher	Fejlteoretisk
Rækker	16.3	6.5
Søjler	16.1	6.4
Forsøgsled	9.1	2.3
Forsøgsfejl	7.4	7.4

Da Beregningen er gennemført med et Prøvedyrkningsmateriale, hvor alle Forsøgsleddene er ens, skulde Forsøgsleddene egentlig være fejlfri, naar Forsøgsfejlen er skilt ud (med mindre man vil opfatte Middelfejlen 2.3 som et Udtryk for den Rest af systematiske Variationer, der ikke er blevet fjærnet gennem Parcelfordelingen). Ved den anden af de to mulige Springertræksfordelinger med Udgangspunkt i Hjørneparcellen er Forsøgsfejlen ogsaa paa det nærmeste lige stor med Forsøgsleddenes Variation + Forsøgsfejlen, hvad der naturligvis ikke betyder, at den ene Springertræksfordeling er principielt bedre end den anden, men kun, at Tilfældighederne al Tid har et betydeligt Spillerum, naar Materialet ikke er større end her.

Fishers Variationsskema kan — under de Betingelser, som jeg har angivet og nærmere udformet i »Om Variationsanalyse. II.« — benyttes til at finde Forsøgsfejlen, hvis man foretrækker denne Beregningsmaade for den af mig tidligere udarbejdede Eliminationsmetode; men Beregningsmaaden maa ikke opfattes som en virkelig Variationsanalyse, da de fundne Udtryk for de forskellige Kategorier af Variationer ikke giver det rigtige Billede af Variationernes Størrelse.

---

[1]) Da det kun drejer sig om et fingeret Forsøg, kan Beregningen dog bygges paa Enkelttallene for Rækkernes og Søjlernes Vedkommende. Man finder da ligesom i Eksempel 1 en tilfredsstillende Overensstemmelse med Sumtal-Beregningen.