

## Fejlberedning ved Markforsøg. Erstatningstal.

Af R. K. Kristensen.

I Tidsskrift for Planteavl, 38. Bind (1932), Side 161—64, blev der gjort Rede for en ny Fremgangsmaade til Bestemmelse af Middelfejlen ved Forsøgsresultater, som er behæftet med uregelmæssige ensidige Afvigelser. I et senere Arbejde<sup>1)</sup> blev Metoden prøvet paa tre Aars spredte (lokale) Forsøg med stigende Mængder af Kali- og Fosforsyregødning, givet til Byg (100—200—300 kg Kaligødning, 200—400—600 kg Superfosfat pr. ha). Den Omstændighed, at Forsøgene, der blev udført af de lolland-falsterske Landboforeninger, var anlagt med flere Gødningsmængder, muliggjorde en Anvendelse af den omtalte Metode, idet man kan slutte, at der skal være en vis Regelmæssighed i Udbyttet efter de forskellige Gødningsmængder. Uden at forudsætte nogen bestemt Form — eller Formel — for Afgrødekurven efter de stigende Gødningsmængder kan man sige, at gode Forsøg vil give mere regelmæssige Kurver end mindre gode Forsøg, og en Fejlberedning kan derfor bygges paa Kurvens Jævnhed, saaledes at jævne Kurver giver en mindre Middelfejl end ujævne Kurver. Hver enkelt af Kurvens kendte Talværdier (Ordinater) sammenlignes med Middeltallet af den foregaaende og den efterfølgende Værdi, de paagældende Differenser dannes, og Middelfejlen beregnes efter Formlen:

$$M^2 = \frac{[d^2]}{n} \cdot \frac{2}{3},$$

hvor  $d$  er Differenserne, og  $n$  er Antallet af disse.

Senere blev Undersøgelsen kompletteret, idet den blev gennemført paa alle Forsøgene (i det første Arbejde var kun hvert andet Fosforsyreforsøg og hvert tredje Kaliforsøg benyt-

<sup>1)</sup> Samme Tidsskrift, 39. Bind (1933), Side 524—34.

tet til nogle af Beregningerne), og et fjerde Aar (1933) blev føjet til<sup>1)</sup>. I det følgende skal gives en kort Oversigt over Resultaterne samtidig med, at Undersøgelsen føres videre paa enkelte Punkter.

Foruden de omtalte Beregninger efter den nævnte Metode, der bygger paa Forsøgsleddenes Afgrøder, blev Middelfejlen beregnet ved Hjælp af de enkelte Parceller efter Elimination af ensidige Afvigelser — som tidligere beskrevet. Middelværdierne for de enkelte Aar samt for hele Materialet under eet var (hkg pr. ha, Kærne + Halm):

	Superfosfat:		Kaligødning:	
	Antal Forsøg	Middelfejl	Antal Forsøg	Middelfejl
1930.....	6	1.2 hkg	10	1.5 hkg
1931.....	17	1.4 »	22	1.8 »
1932.....	11	1.3 »	14	1.5 »
1933.....	7	1.5 »	20	1.4 »
Under eet...	41	1.3 hkg	66	1.5 hkg

Den gennemsnitlige Afgrøde (Kærne + Halm) af alle 4 Forsøgsled var 69.8 hkg pr. ha ved Superfosfatforsøgene og 66.0 hkg ved Kaliforsøgene, og Middelfejlen bliver derefter 1.9 pCt. af Afgrøden ved Superfosfatforsøgene og 2.2 pCt. ved Kaliforsøgene.

Sammenstilles de fundne Middelværdier med de Middelfejlsværdier, der fandtes ved Hjælp af Forsøgsleddenes Afgrøder, har man:

	Superfosfat	Kaligødning
Beregnet af Parceller .....	1.3 hkg	1.5 hkg
» » Forsøgsled .....	1.2 »	1.2 »

De efter to helt forskellige Fremgangsmaader fundne Værdier ligger saaledes — ligesom ved den første Undersøgelse — ret nær ved hinanden. Den lille Forskel kan muligvis skyldes, at tvivlsomme Forsøg lettere kasseres paa Grund af Uregelmæssigheder i Forsøgsleddenes Totalafgrøder end paa Grund af uregelmæssige Afgrøder af de enkelte Parceller.

Merudbyttets Variation fra det ene Forsøgssted til det andet skyldes to Aarsager: De egentlige Forsøgsfejl (der hovedsagelig stammer fra Jordens Uensartethed) og den Omstændighed, at Gødningen ikke virker ens overalt, fordi Gødnings-

<sup>1)</sup> Se »Beretning om Landboforeningernes Virksomhed for Planteavlens paa Lolland-Falster 1933«, Side 49—54.

trangen er forskellig. Merudbyttets Variation fra Sted til Sted, Totalvariationen, blev paa sædvanlig Maade beregnet af Enkeltresultaternes (Merudbyttetalenes) Afvigelse fra deres Gennemsnitsværdi i de 41 Fosforsyreforsøg og de 66 Kaliforsøg. Det fundne Udtryk, Middelfavgivelsen, var for de tre Gødnings-tillæg (Kærne + Halm):

	1.	2.	3. Tillæg
Superfosfat.....	2.4 hkg	3.1 hkg	3.8 hkg
Kaligødning.....	2.1 »	3.3 »	4.0 »

Middelfavgivelsen er stigende fra første til andet og fra andet til tredje Gødningstillæg. Dette Forhold kan sandsynligvis forklares saaledes: Tænker man sig, at det sande Merudbytte, der svarer til den virkelige Gødningstrang, varierer (fra Sted til Sted) mellem Nul og en vis Maksimumsværdi, da vil den sidste kun naas ved et Gødningstillæg, der er stort nok til at mætte hele den forhaandenværende Gødningstrang. Ved mindre Gødningsmængder vil det fulde Merudbytte ikke naas, Tallene vil variere mellem Nul og en Størrelse, der er mindre end det nævnte Maksimumsbeløb, og Variationen og Middelfavgivelsen vil derfor blive mindre.

Den egentlige Forsøgsfejl, fundet ved Hjælp af Forsøgsleddenes Afgrøder, var 1.2 hkg (fælles for alle 4 Forsøgsled), baade ved Superfosfat- og Kaliforsøgene. Udskilles denne Størrelse, multipliceret med  $\sqrt{2}$ , af Totalvariationen<sup>1)</sup>, faar man f. Eks. ved Superfosfat, 1. Tillæg, hvor Totalvariationen var 2.4 hkg,  $2.4^2 \div (1.2 \times \sqrt{2})^2 = 2.87$ ,  $\sqrt{2.87} = 1.7$ ; den rene Variation fra Sted til Sted er altsaa udtrykt ved Middelfavgivelsen 1.7 hkg. For samtlige Tillæg bliver den:

	1.	2.	3. Tillæg
Superfosfat.....	1.7 hkg	2.6 hkg	3.4 hkg
Kaligødning.....	1.2 »	2.8 »	3.6 »

Forsøgsfejlen (beregnet ved Hjælp af Forsøgsleddenes Afgrøder) blev, naar den angives i pCt. af Afgrøden:

<sup>1)</sup> Forsøgsfejls Bestemmelse efter Formlen Side 161 er uafhængig af, om man regner med Merudbytte eller Totaludbytte. Ved Bestemmelse af Merudbyttets Variation fra Sted til Sted ligger Sagen anderledes. Her elimineres den Variation, der er udtrykt ved de grundgødede Afgrøders Variation, men Forsøgsfejlen vokser efter Reglen for Middelfejlen paa en Differens. Samtidig danner Subtraktionen af Grundgødet Baand mellem de tre Merudbyttetal, men dette faar ingen principiel Indflydelse paa Middelfejls Størrelse.

	Kærne + Halm	Kærne alene
Superfosfat.....	1.7 pCt.	2.2 pCt.
Kaligødning.....	1.8 »	2.1 »

For Totalvariationen var de tilsvarende Tal:

	Kærne + Halm:		
	1.	2.	3. Tillæg
Superfosfat.....	3.4 pCt.	4.4 pCt.	5.3 pCt.
Kaligødning.....	3.2 »	5.0 »	6.0 »
	Kærne alene:		
	1.	2.	3. Tillæg
Superfosfat.....	4.4 pCt.	5.6 pCt.	6.1 pCt.
Kaligødning.....	4.2 »	5.5 »	6.7 »

Navnlig Totalvariationen er kendelig mindre, naar man regner med den samlede Afgrøde (Kærne + Halm), end naar man regner med Kærnen alene. Variationer i Kærneudbyttet er afbalanceret noget af modsat virkende Variationer i Halm-mængden.

Princippet: At behandle Afgrødekurven som et vilkaarligt System af rette Linier, er benyttet af *K. Prytz* ved en Bearbejdelse af 6 Aars Forsøg med forskellige Kvælstofgødninger<sup>1)</sup>. Afgrødekurven opfattes som en ret Linie mellem to og to Gødningsmængder. Inden for samme Interval regnes der med simpel Proportionalitet mellem Gødningstillæg og Udbyttetigning. Eksempel (Forsøg Nr. 1, Side 36):

Grundgødet har givet.....	15.0 hkg Kærne pr. ha
15 kg Kvælstof i Chilesalpeter.....	21.6 » » »
30 » » » ».....	27.2 » » »
30 » » » Svovlsur Ammoniak.....	25.0 » » »

30 kg Kvælstof i Chilesalpeter har saaledes givet  $27.2 \div 21.6 = 5.6$  hkg mere end 15 kg Kvælstof, medens Svovlsur Ammoniak har givet  $25.0 \div 21.6 = 3.4$  hkg mere. Den Mængde Kvælstof i Chilesalpeter, der svarer til Udbyttetigningen 3.4 hkg, findes af Ligningen:

$$\frac{x}{15} = \frac{3.4}{5.6}, \quad x = 9.1 \text{ kg.}$$

30 kg Kvælstof i Svovlsur Ammoniak har altsaa givet samme Udbytte som  $15 + 9.1 = 24.1$  kg Kvælstof i Chilesalpeter,

<sup>1)</sup> Bidrag til »Beretning om Forsøg med forskellige Kvælstofgødninger. Udført i Aarene 1928—1933 under Ledelse af Landboforeningernes provinsielle Planteavlsudvalg«. København 1933.

og Erstatningstallet for Svovlsur Ammoniak fremgaar af Proportionen:

$$\frac{E}{100} = \frac{30}{24.1}, \quad E = 124,$$

eller:

$$E = \frac{200 (27.2 \div 21.6)}{27.2 + 25.0 \div 2 \times 21.6} = 124.$$

Den første Gruppe Forsøg (Rug, Side 36) giver følgende Erstatningstal<sup>1)</sup>:

Nr.	E	Nr.	E	Nr.	E	Nr.	E
1	124	10	153	19	53	28	100
2	114	11	100	20	123	29	158
3	124	12	144	21	109	30	108
4	117	13	139	22	100	31	79
5	63	14	57	23	96	32	108
6	100	15	124	24	116	33	103
7	101	16	91	25	119	34	200
8	143	17	93	26	139	35	100
9	109	18	71	27	113	36	133

Gennemsnit... 111.8

Spørgsmaalet bliver nu: Hvilken Usikkerhed er det gennemsnitlige Erstatningstal 111.8 behæftet med? Spørgsmaalets rette Besvarelse er af stor Betydning for en Vurdering af Forsøgenes Resultater. Vi vil først undersøge Størrelsen af den egentlige Forsøgsfejl, »Arbejdsusikkerheden«. Forfatteren har beregnet den af de enkelte Parceller efter den af mig tidligere angivne Metode og fundet, at den gennemsnitlige Arbejdsusikkerhed paa Afgrøden af et Forsøgsled er 0.64 hkg Kærne pr. ha. I Gennemsnit gav de 36 Forsøg:

Grundgødet .....	17.1	hkg	Kærne
15 kg Kvælstof i Chilesalpeter .....	20.9	»	»
30 » » » » .....	24.4	»	»
30 » » » Svovlsur Ammoniak .....	23.7	»	»

og Erstatningstallet, beregnet heraf, bliver:

$$E = \frac{200 (24.4 \div 20.9)}{24.4 + 23.7 \div 2 \times 20.9} = 111.1^2).$$

<sup>1)</sup> Beregnet af Udbyttetalene Side 37. Ogsaa i de forholdsvis faa Tilfælde, hvor 30 kg Kvælstof i Svovlsur Ammoniak har givet større Afgrøde end 30 kg Kvælstof i Chilesalpeter, er Regningen gennemført som vist i Eksemplet, da der ikke er prøvet større Kvælstofmængde i Chilesalpeter end de 30 kg.

<sup>2)</sup> De enkelte Forsøg faar ikke samme Vægt som ved den forrige Beregningsmaade.

Naar vi regner med Middelfejlen 0.64 hkg (Middelværdien for samtlige 36 Forsøg) og beregner Middelfejlen paa Erstatningstallet 111.1 efter den almindelige Formel<sup>1)</sup> for Middelfejlen paa en Funktion,  $y = f(a, b, \dots, r)$ ,

$$M_y^2 = \left(\frac{dy}{da}\right)^2 m_a^2 + \left(\frac{dy}{db}\right)^2 m_b^2 + \dots + \left(\frac{dy}{dr}\right)^2 m_r^2,$$

faar vi:

$$E = 111.1 \pm 2.4.$$

For et enkelt Forsøg vil Middelfejlen ligge omkring 14.6 (14.6 :  $\sqrt{36} = 2.4$ ).

Middelfejlen 2.4 angiver imidlertid ikke den totale Usikkerhed paa Erstatningstallet 111.1. Erstatningstallet varierer fra Sted til Sted, ikke blot paa Grund af Forsøgsfejlen, men ogsaa fordi Jordbunds- og Gødningsforhold er forskellige, og det vil derfor være vildledende at karakterisere Erstatningstallets Usikkerhed alene ved Forsøgsfejlen.

Beregnes de 36 Erstatningstals totale Variation paa sædvanlig Maade af deres Afgivelser fra Middeltallet 111.8 (afrundet til 112), faar man  $m = 29.2$ , og det gennemsnitlige Erstatningstals Middelaftagelse bliver  $29.2 : \sqrt{36} = 4.9$ . Erstatningstallet, beregnet paa denne Maade, kan altsaa skrives som:

$$E = 111.8 \pm 4.9.$$

Følgende Analyse kan opstilles (idet Totalfejlsens Kvadrat er lig Summen af Partiellejlsens Kvadrater):

	M <sup>2</sup>	M
Variation + Forsøgsfejl .....	24.01	4.9
Forsøgsfejl .....	5.76	2.4
Variation alene .....	18.25	4.3

Den rene Variation fra Sted til Sted (befriet for Arbejdsfejlen) er altsaa henvend dobbelt saa stor som den egentlige Forsøgsfejl (4.3 mod 2.4).

Beregner man efter Mitscherlichs Formel<sup>2)</sup> den Mængde Kvelstof i Chilesalpeter, der svarer til Gennemsnitsafgrøden af Svovlsur Ammoniak, har man:

<sup>1)</sup> Se f. Eks.: Middelfejlen paa omregnede Forsøgsresultater. Tidsskrift for Planteavl, 38. Bind (1932), Side 857.

<sup>2)</sup> Se f. Eks.: »Minimumsloven«, af Johannes Witt, Tidsskrift for Landbrugets Planteavl, 19. Bind (1912), Side 719—734.

$$x = \frac{c \div \log(A \div 23.7)}{k}, \text{ hvor}$$

$$A = \frac{20.9^2 \div 17.1 \times 24.4}{2 \times 20.9 \div 17.1 \div 24.4}$$

$$k = \frac{\log(A \div 17.1) \div \log(A \div 20.9)}{15 \div 0}$$

$$c = \log(A \div 17.1) + k \times 0, \text{ og finder}$$

$$x = 26.90 \text{ kg}, E = \frac{100 \times 30}{26.90} = 111.5.$$

Erstatningstallet er saaledes — paa Grund af Afgrødekurvens Krumning — en Ubetydelighed højere, end naar det beregnes efter rette Linier (111.5 mod 111.1).

Beregnes Middelfejlen paa Erstatningstallet 111.5 efter den før anførte almindelige Formel og med Benyttelse af Middelværdien 0.64 hkg, faar man

$$E = 111.5 \pm 2.5.$$

Middelfejlen (Forsøgsfejlen, »Arbejdsusikkerheden«) er saaledes paa det nærmeste lige stor, enten man beregner Erstatningstallet efter rette Linier eller efter Mitscherlichs Formel (2.44—2.50). Men i sidste Tilfælde er Erstatningstallet angivet lidt mere korrekt, fordi der er taget Hensyn til Kurvens Krumning. Naar Erstatningstallet beregnes ved et enkelt Forsøg, er Usikkerheden større, end naar det beregnes af Gennemsnitstallene, og den Fejl, der da begaas ved at regne med rette Linier, er betydningsløs i Sammenligning med Forsøgsfejlen.

Naar man har at gøre med tilstrækkelig regelmæssige Resultater, specielt Gennemsnitstal (og jævnt stigende Gødningsmængder), er der intet til Hinder for at benytte Mitscherlichs Formel. Behandling af Afgrødekurven efter de rette Liniers Princip, hvor der intet forudsættes om Kurvens Form, har den Betydning, at man kan beregne Erstatningstallene for de enkelte Forsøg, trods de mere uregelmæssige Resultater, og dette er nødvendigt for at kunne beregne den totale Usikkerhed paa det gennemsnitlige Erstatningstal.

#### Rækkemetode og Skakbrætmetode.

I Tidsskrift for Planteavl, 39. Bind (1933), Side 699—709, forelagdes Resultaterne af en Sammenligning mellem Nøjagtigheden ved Rækkemetoden og Skakbrætmetoden. Der blev afsluttet med følgende Bemærkning: »Den foreliggende Undersøgelse berører ikke Spørgsmaalet om, hvorvidt det aflange

Forsøgsstykke ved Rækkemetoden giver et bedre Udtryk for hele Markens Tilstand — naar det drejer sig om lokale Gødningsforsøg — end det kvadratiske (eller tilnærmelsesvis kvadratiske) Forsøgsstykke ved Skakbrætmetoden. Spørgsmaalet lader sig ikke besvare direkte, naar man ikke kender hele Markens Gødningstrang, derimod kan man ved Hjælp af et Prøvedyrkningsmateriale, hvor hele Marken er behandlet og tilsaaet ens, undersøge, om det aflange eller det kvadratiske Forsøgsstykke giver den bedste »Prøveudtagning« af en Mark med varierende Frugtbarhed, og Resultatet kan da med nogen Ret overføres paa andre Egenskaber, der kan tænkes at variere paa lignende Maade.

Naar de i Fig. 1 (se det nævnte Arbejde) opførte Afgrøder af smaa Parceller ( $2 \times 3$  m) slaas sammen, 6 og 6, paa to forskellige Maader, kan der dannes kvadratiske »Forsøgsstykker« à  $6 \times 6$  m og aflange Stykker à  $2 \times 18$  m. Naar de øverste 15 vandrette Rækker behandles for sig og de nederste 15 for sig, faas to Marker (A og B) med 45 Stykker i hver (idet de to bageste lodrette Rækker, som bliver til overs ved Dannelsen af de aflange Stykker, ikke benyttes), og der er da et rimeligt Forhold mellem »Markens« og »Forsøgsstykkernes« Størrelse.

De enkelte Forsøgsstykkers Evne til at repræsentere hele Marken — med Hensyn til Frugtbarhed — kan nu bestemmes ved simpelthen at beregne deres Middelaflvigelse paa sædvanlig Maade ved Hjælp af Forskellen mellem de enkelte Stykkers Afgrøde og Markens Gennemsnitsafgrøde (her er Middelaflvigelsen dog beregnet ved Division med  $n$ ,  $n = 45$ ). Der faas da følgende Værdier af Middelaflvigelsen (Hektogram):

	Mark A	Mark B
Aflange Stykker .....	35.9	38.8
Kvadratiske Stykker .....	37.1	40.7

Et vilkaarlig udtaget aflangt Stykke i Mark B f. Eks. repræsenterer altsaa Markens Gennemsnitsafgrøde med en Nøjagtighed (eller Unøjagtighed) af  $\pm 38.8$  hg, for et kvadratisk Stykke er det tilsvarende Tal 40.7 (Gennemsnitsafgrøden var 380 hg i Mark A og 390 hg i Mark B). For begge Markers Vedkommende har de aflange Stykker vist en lidt større »Repræsentations-evne« end de kvadratiske; men Forskellen er meget lille og maa vel nærmest siges at være uden praktisk Betydning.