

## Middelfejlen paa de udlignede Forsøgsresultater ved Rækkemetoden.

Af R. K. Kristensen.

Formlen  $m^2 = \frac{[v^2]}{(p \div 1)(r \div 1)}$  blev i sin Tid fremstillet til

Brug ved den fejlteoretiske Behandling af Forsøgsrækker<sup>1</sup>). I 1925 fandt *N. P. Johansen* den samme Formel ved Behandling af en »glidende« Udjævning, gennemført ved Hjælp af forskydelige, firesidede Afdelinger, der indeholder en Parcel af hvert Forsøgsled. Jeg fremsatte da en Formulering, der dækkede begge Spørgsmaal og samtidig omfattede en Udjævning, hvor samtlige Parceller ligger i een Række, og det var dermed paavist, at Formlen ogsaa gælder ved Rækkemetoden, naar man beregner Middelfejlen paa de enkelte Parcelafgrøder af de udjævnede Værdier<sup>2</sup>). I det følgende forelægges en lille Undersøgelse over Middelfejlen paa Forsøgsleddenes Afgrøder, der er de egentlige Forsøgsresultater. Som Eksempel paa Rækkemetoden benyttes et tænkt Forsøg med 5 Forsøgsled og 4 Fællesparceller, indlagt paa den øverste Række (og de to sidste Parceller af næstøverste Række, se Tidsskrift for Planteavl, 31. Bind, Side 467) af et tidligere benyttet Prøvedyrkningsmateriale fra Forsøgsstationen ved Askov (Byg; Halm og Kærne tilsammen, hkg pr. Parcel à 55 m<sup>2</sup>).

De oprindelige, de udjævnede og de udlignede Afgrøder er opførte i Tabel 1. De udjævnede Afgrøder er fremkomne paa den sædvanlige Maade som Middeltal af 5 og 5 Parceller, d. v. s. glidende Afdelinger, indeholdende en Parcel af hvert Forsøgsled; de udlignede Afgrøder er derefter dannet ved at

<sup>1</sup>) *R. K. Kristensen*: Nøjagtigheden ved Varietets- og Stammeforsøg med Roer, udførte paa Statens Forsøgsstationer i Aarene 1886—1919. Tidsskrift for Planteavl, 28. Bind (1922). Senere blev Formlen fremstillet af »Student« (og *R. A. Fisher*): On Testing Varieties of Cereals. Biometrika, 15. Bind (1923), — af *Bj. Bjerke*: Sammenregning av observasjonsrekker; *R. K. Kristensen*s formel. Meldinger fra Norges Landbrukshøjskole, 6. Bind (1926), — og af *W. U. Behrens*: Zum Fehlerausgleich bei Feldversuchen. Landwirtschaftliche Jahrbücher, 70. Bind (1929).

<sup>2</sup>) Tidsskrift for Planteavl, 31. Bind (1925), Side 489.

lægge Forskellen mellem de oprindelige og de udjævnede Afgrøder til Gennemsnittet af samtlige Parceller med Undtagelse af de 4 Hjælpeparceller, altsaa til Gennemsnittet af Parcelerne 3—22 (190.05).

Tabel 1. Oprindelige, udjævnede og udlignede Afgrøder.

Parcel		Afgrøde			
Nr.	Mærke	Oprindelig	Udjævnet	Forskel	Udlignet
1	d <sub>0</sub>	176			
2	e <sub>0</sub>	167			
3	a <sub>1</sub>	170	166.4	3.6	193.65
4	b <sub>1</sub>	161	163.0	÷ 2.0	188.05
5	c <sub>1</sub>	158	159.2	÷ 1.2	188.85
6	d <sub>1</sub>	159	157.0	2.0	192.05
7	e <sub>1</sub>	148	155.4	÷ 7.4	182.65
8	a <sub>2</sub>	159	156.2	2.8	192.85
9	b <sub>2</sub>	153	158.4	÷ 5.4	184.65
10	c <sub>2</sub>	162	163.2	÷ 1.2	188.85
11	d <sub>2</sub>	170	168.0	2.0	192.05
12	e <sub>2</sub>	172	175.0	÷ 3.0	187.05
13	a <sub>3</sub>	183	181.2	1.8	191.85
14	b <sub>3</sub>	188	186.2	1.8	191.85
15	c <sub>3</sub>	193	197.2	÷ 4.2	185.85
16	d <sub>3</sub>	195	209.2	÷ 14.2	175.85
17	e <sub>3</sub>	227	219.0	8.0	198.05
18	a <sub>4</sub>	243	226.4	16.6	206.65
19	b <sub>4</sub>	237	237.6	÷ 0.6	189.45
20	c <sub>4</sub>	230	240.6	÷ 10.6	179.45
21	d <sub>4</sub>	251	241.6	9.4	199.45
22	e <sub>4</sub>	242	245.4	÷ 3.4	186.65
23	a <sub>0</sub>	248			
24	b <sub>0</sub>	256			

Som Eksempel paa Fejlberægningen anføres Forsøgsled a samt Totalafgrøde og Kvadratsum for alle 5 Forsøgsled. Til Sammenligning anføres Totalafgrøderne, som de fremkommer ved Sammentælling af de oprindelige, ikke udlignede Afgrøder; m er Middelfejlen paa de enkelte (udlignede) Parcelafgrøder.

Udlign.			Udlign.		Oprindl.		
	Afgr.	v	v <sup>2</sup>	Afgr.	[v <sup>2</sup> ]	Afgr.	
a <sub>1</sub> .....	193.85	÷2.6	6.76	a.....	785.0	145.84	755
a <sub>2</sub> .....	192.85	÷3.4	11.56	b.....	754.0	27.16	739
a <sub>3</sub> .....	191.85	÷4.4	19.36	c.....	743.0	58.92	743
a <sub>4</sub> .....	206.65	10.4	108.16	d.....	759.4	297.84	775
Sum....	785.00		145.84	e.....	754.4	130.92	789
Gsn....	196.25			Sum....		660.88	

$$m^2 = \frac{660.88}{(5 \div 1)(4 \div 1)} = 55.06, m = 7.42.$$

Udjævningen har saaledes ikke forandret Totalafgrøden for det midterste Forsøgsled, som har sine Parceller liggende fejlfrit (symmetrisk) paa »Normalmarken«, Parcel 3—22, (en Parcel midt paa hver af de 4 Afdelinger); Grunden hertil er, at de 4 Afdelingsgennemsnit, som c-Parcellerne sammenlignes med, har samme Gennemsnitsværdi som alle 20 Parceller, Nr. 3—22. De øvrige Forsøgsled kan imidlertid ogsaa betragtes som liggende symmetrisk paa hver sin Normalmark, bestaaende af Parcellerne 1—20, 2—21, 4—23 og 5—24. Deres udlignede Totalafgrøder kan derfor ogsaa beregnes ved en simpel Sammentælling af de oprindelige Afgrøder, naar der tilføjes en Korrektion, som svarer til Forskellen mellem Normalmarkerne. Denne Forskel fremkommer ved Forskydning, idet Parceller gaar fra ved den ene Ende af Stykket, og Parceller kommer til ved den anden. De udlignede Afgrøder kan derfor beregnes saaledes (da der er 5 Forsøgsled, falder kun  $\frac{1}{5}$  af Forskellen paa det enkelte Forsøgsled):

$$a. 170 + 159 + 183 + 243 \div \frac{176 + 167 \div 251 \div 242}{5} = 785.0.$$

$$b. 161 + 153 + 188 + 237 \div \frac{167 \div 242}{5} = 754.0.$$

$$c. 158 + 162 + 193 + 230 = 743.$$

$$d. 159 + 170 + 195 + 251 \div \frac{248 \div 170}{5} = 759.4.$$

$$e. 148 + 172 + 227 + 242 \div \frac{248 + 256 \div 170 \div 161}{5} = 754.4.$$

Betegnes de udlignede Totalafgrøder med A, B, C, D og E, har man:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \div \frac{1}{5} d_0 \div \frac{1}{5} e_0 + \frac{1}{5} d_4 + \frac{1}{5} e_4 = A^1).$$

$$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 \div \frac{1}{5} e_0 + \frac{1}{5} e_4 = B.$$

$$c_1 + c_2 + c_3 + c_4 = C.$$

$$d_1 + d_2 + d_3 + d_4 \div \frac{1}{5} a_0 + \frac{1}{5} a_1 = D.$$

$$e_1 + e_2 + e_3 + e_4 \div \frac{1}{5} a_0 \div \frac{1}{5} b_0 + \frac{1}{5} a_1 + \frac{1}{5} b_1 = E.$$

Naar Middelfejlen paa Enkeltparcelafgrøderne er m, kan Middelfejlen paa den udlignede Totalafgrøde A (ifølge Reglerne for Middelfejlen paa en Funktion af Observationsstørrelser) beregnes saaledes:

$$M_A^2 = m^2 + m^2 + m^2 + m^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 m^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 m^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 m^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 m^2 = \\ 4 m^2 + 4 \left(\frac{1}{25} m^2\right) = 4 \frac{4}{25} m^2.$$

Paa samme Maade faas:

$$M_B^2 = 4 \frac{2}{25} m^2, M_C^2 = 4 m^2, M_D^2 = 4 \frac{2}{25} m^2, M_E^2 = 4 \frac{4}{25} m^2.$$

Naar p er Forsøgsleddenes og r Fællesparcellernes Antal, og n betegner Forsøgsleddets Nr. saaledes, at det midterste har Nr. 0, og de næste — til begge Sider — har Nr. 1, 2, 3 . . . ., bliver det almindelige Udtryk for  $M^2$ :

$$M^2 = r m^2 + \frac{2 n}{p^2} m^2 = \left(r + \frac{2 n}{p^2}\right) m^2.$$

1) Gennemføres samtlige Regninger, har man, naar G betyder Gennemsnitsafgrøden af Parcel 3—22:

$$A = a_1 \div \frac{d_0 + e_0 + a_1 + b_1 + c_1}{5} + G + a_2 \div \frac{d_1 + e_1 + a_2 + b_2 + c_2}{5} + G \\ + a_3 \div \frac{d_2 + e_2 + a_3 + b_3 + c_3}{5} + G + a_4 \div \frac{d_3 + e_3 + a_4 + b_4 + c_4}{5} + G.$$

$$\text{Da } G = \frac{a_1 + b_1 + c_1 + d_1 + e_1 + \dots + a_4 + b_4 + c_4 + d_4 + e_4}{20},$$

$$\text{og } 4 G = \frac{a_1}{5} + \frac{b_1}{5} + \frac{c_1}{5} + \frac{d_1}{5} + \frac{e_1}{5} + \dots + \frac{a_4}{5} + \frac{b_4}{5} + \frac{c_4}{5} + \frac{d_4}{5} + \frac{e_4}{5},$$

$$\text{og } \frac{a_1}{5} + \frac{b_1}{5} + \dots + \frac{b_4}{5} + \frac{c_4}{5} \div \left(\frac{a_1}{5} + \frac{b_1}{5} + \dots + \frac{b_4}{5} + \frac{c_4}{5}\right) = 0,$$

$$\text{bliver } A = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \div \frac{1}{5} d_0 \div \frac{1}{5} e_0 + \frac{1}{5} d_4 + \frac{1}{5} e_4.$$

Det første Led i det toleddede Udtryk svarer altsaa til den almindelige Formel for Middelfejlen paa en Sum, saaledes som man faar den ved det midterste Forsøgsled, medens det sidste Led angiver Korrektionen, der bliver effektiv ved de øvrige Forsøgsled. Det ses, at Faktoren  $\frac{2n}{p^2}$ , der bestemmer Korrektionen, er uafhængig af Fællesparcellernes Antal, endvidere, at Korrektionen vokser med tiltagende Afstand fra det midterste Forsøgsled og aftager — for samme Værdi af  $n$  — med stigende Antal af Forsøgsled. For 3—15 Forsøgsled bliver Korrektionsleddets Faktor:

$n =$	0	1	2	3	4	5	6	7
$p = 3$	0	$\frac{2}{9}$	—	—	—	—	—	—
$p = 5$	0	$\frac{2}{25}$	$\frac{4}{25}$	—	—	—	—	—
$p = 7$	0	$\frac{2}{49}$	$\frac{4}{49}$	$\frac{6}{49}$	—	—	—	—
$p = 9$	0	$\frac{2}{81}$	$\frac{4}{81}$	$\frac{6}{81}$	$\frac{8}{81}$	—	—	—
$p = 11$	0	$\frac{2}{121}$	$\frac{4}{121}$	$\frac{6}{121}$	$\frac{8}{121}$	$\frac{10}{121}$	—	—
$p = 13$	0	$\frac{2}{169}$	$\frac{4}{169}$	$\frac{6}{169}$	$\frac{8}{169}$	$\frac{10}{169}$	$\frac{12}{169}$	—
$p = 15$	0	$\frac{2}{225}$	$\frac{4}{225}$	$\frac{6}{225}$	$\frac{8}{225}$	$\frac{10}{225}$	$\frac{12}{225}$	$\frac{14}{225}$

I Eksemplet faar man:

$$M_A = 15.13, M_B = 14.99, M_C = 14.84, M_D = 14.99, M_E = 15.13.$$

Af det almindelige Udtryk for Totalafgrøderne ses, at A og B er svagt forbundne, idet Størrelserne  $\div \frac{1}{5} e_0$  og  $+\frac{1}{5} e_4$  indgaar i begge. Tilsvarende Baand findes mellem D og E.