Bestemmelse af Middelfejlen ved Forsøgsresultater med uregelmæssige ensidige Afvigelser.

Af R. K. Kristensen.

Der søges et Udtryk for de tilfældige Fejl ved en Række Forsøgsresultater, som er behæftede med baade ensidige og tilfældige Afvigelser, f. Eks. Afgrøderne af en Række ens behandlede Parceller (Prøvedyrkningsresultater). Vi benytter den øverste Parcelrække fra en Prøvedyrkning paa Forsøgsstationen ved Askov[1]). Afgrøderne (Byg; Halm og Kærne tilsammen) er opført i Tabel 1 (hkg pr. Parcel à 55 m^2). Afgrøderne er svagt dalende gennem den første Tredjedel af Rækken, derefter er de stigende, og de sidste Parceller har en betydelig større Afgrøde end de første. Bevægelsen er saaledes ikke uden Regelmæssighed, men det vil dog være vanskeligt at fastsætte Kurvens Form og angive en Formel for denne uden at gøre sig skyldig i en vis Vilkaarlighed. At der ikke kan fremstilles en almindelig Formel for Variationer i Jordens Frugtbarhed, er givet paa Forhaand; vi maa regne med, at alle mulige Kurvetyper kan fremkomme. Vi vil derfor søge at fremstille et Udtryk for de tilfældige Fejl eller Afvigelser paa en saadan Maade, at de ensidige Afvigelser elimineres, uden at vi behøver at danne et matematisk Udtryk for disse.

Vi danner Middeltal af Afgrøderne paa første og tredje Parcel, anden og fjerde Parcel o. s. fr. og sammenligner disse Middeltal med de mellemliggende Parceller, Nr. 2, 3, 4, ..., idet vi danner de paagældende Differenser, som det er vist i Tabel 1. Disse Differenser er Udtryk for de tilfældige Afvigelser, da Virkningen af ensidige Variationer er fjærnet i det væsentlige ved Dannelsen af Middeltallene. At en ringe Del af den

[1]) Se Tidsskrift for Planteavl, 31. Bind, Side 467, og 35. Bind, Side 624.

ensidige Variation gaar over paa den tilfældige — med mindre den ensidige Variation kan repræsenteres ved en ret Linie — kan vi se bort fra. Middelfejlen kan derefter beregnes som i Tabel 1.

Tabel 1. Beregning af Middelfejlen.

Parcel Nr.	Afgr.	Parcel Nr.	Afgr.	Middeltal	Parcel Nr.	Afgr.	Differens, d	d^2
1	176	3	170	173	2	167	÷6	36
2	167	4	161	164	3	170	6	36
3	170	5	158	164	4	161	÷3	9
4	161	6	159	160	5	158	÷2	4
5	158	7	148	153	6	159	6	36
6	159	8	159	159	7	148	÷11	121
7	148	9	153	151	8	159	8	64
8	159	10	162	161	9	153	÷8	64
9	153	11	170	162	10	162	0	0
10	162	12	172	167	11	170	3	9
11	170	13	183	177	12	172	÷5	25
12	172	14	188	180	13	183	3	9
13	183	15	193	188	14	188	0	0
14	188	16	195	192	15	193	1	1
15	193	17	227	210	16	195	÷15	225
16	195	18	243	219	17	227	8	64
17	227	19	237	232	18	243	11	121
18	243	20	230	237	19	237	0	0
19	237	21	251	244	20	230	÷14	196
20	230	22	242	236	21	251	15	225
21	251				22			
22	242							
$m^2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1245}{20} = 42.5$, $m = 6.5$							Sum 1245	

Til Bestemmelse af Relationen mellem m og d tjener følgende:

Der foreligger n uforbundne, positive eller negative Fejl: f_1, f_2 . . . . f_n, der fordeler sig efter den almindelige Fejllov og har Middelværdien

$$F = \sqrt{\frac{[f^2]}{n}}.$$

Der dannes $n \div 2$ Differenser, d:

$$d_1 = \frac{f_1 + f_3}{2} \div f_2 = \frac{f_1}{2} + \frac{f_3}{2} \div f_2$$

$$d_2 = \frac{f_2 + f_4}{2} \div f_3 = \frac{f_2}{2} + \frac{f_4}{2} \div f_3$$

. . . .

$$d_{n \div 3} = \frac{f_{n \div 3} + f_{n \div 1}}{2} \div f_{n \div 2} = \frac{f_{n \div 3}}{2} + \frac{f_{n \div 1}}{2} \div f_{n \div 2}$$

$$d_{n \div 2} = \frac{f_{n \div 2} + f_n}{2} \div f_{n \div 1} = \frac{f_{n \div 2}}{2} + \frac{f_n}{2} \div f_{n \div 1}$$

Differenserne kvadreres:

$$d_1^2 = \frac{f_1^2}{4} + \frac{f_3^2}{4} + f_2^2 + 2\,\frac{f_1}{2} \cdot \frac{f_3}{2} \div 2\,\frac{f_1 f_2}{2} \div 2\,\frac{f_3 f_2}{2}$$

. . . .

. . . .

Da Dobbeltprodukterne kan være positive eller negative med lige stor Sandsynlighed ifølge Karakteristikken af f, vil vi sætte deres Sum lig Nul og faar da:

$$d_1^2 = \frac{f_1^2}{4} + \frac{f_3^2}{4} + f_2^2$$

$$d_2^2 = \frac{f_2^2}{4} + \frac{f_4^2}{4} + f_3^2$$

$$d_3^2 = \frac{f_3^2}{4} + \frac{f_5^2}{4} + f_4^2$$

$$d_4^2 = \frac{f_4^2}{4} + \frac{f_6^2}{4} + f_5^2$$

. . . .

$$[d^2] = \frac{1}{4} f_1^2 + \frac{5}{4} f_2^2 + \frac{6}{4} f_3^2 + \frac{6}{4} f_4^2 + \ldots + \frac{5}{4} f^2_{n \div 1} + \frac{1}{4} f^2_n.$$

De første (og de sidste) Værdier af f^2 kan hver for sig være større eller mindre end Middelværdien af f^2, men da der ikke paa Forhaand er større Sandsynlighed for det ene end for det andet, vil vi i Stedet for $\frac{1}{4} f_1^2 + \frac{5}{4} f_2^2$ skrive $\frac{6}{4} f^2_{1,2}$:

$$[d^2] = \frac{3}{2} f^2_{1,2} + \frac{3}{2} f_3^2 + \frac{3}{2} f_4^2 + \ldots\ldots + \frac{3}{2} f^2_{n \div 1, n} =$$

$$\frac{3}{2} (f^2_{1,2} + f_3^2 + f_4^2 + \ldots\ldots + f^2_{n \div 1, n}),$$

og sætte Gennemsnitsværdien af $f^2_{1,2}, f_3^2, f_4^2 \ldots\ldots f^2_{n \div 1, n}$ lig Gennemsnitsværdien af f^2:

$$\frac{f^2_{1,2} + f_3^2 + f_4^2 + \ldots + f^2_{n \div 1,n}}{n \div 2} = \frac{f_1^2 + f_2^2 + f_3^2 + \ldots\ldots + f_n^2}{n}$$

og faar da, naar D^2 er Middelværdien af d^2:

$$D^2 = \frac{[d^2]}{n \div 2} = \frac{3}{2}\frac{[f^2]}{n} = \frac{3}{2} F^2,$$

$$F^2 = \frac{2}{3} D^2.$$

Ved Fejlberegninger i Praksis vil der i Almindelighed staa et større Materiale til Raadighed end det her viste. Foreligger der f. Eks. flere Gentagelsesrækker af samme Art som den her benyttede, og søger man en fælles Værdi for Middelfejlen, kan man trække de fundne Værdier af m^2 sammen til en Middelværdi, og dette vil da forøge Sikkerheden ved Fejlberegningen og bøde paa den Ulempe, at Fremstillingen af Fejludtrykkene, Differenserne d, er indskrænket til at foregaa efter et ganske bestemt System.

Den beskrevne Fremgangsmaade kan f. Eks. ogsaa anvendes til Bestemmelse af Middelfejlen ved en Række gentagne Vejninger af voksende Dyr.