

Bestemmelse af Middelfejlen ved Markforsøg med forskellige Parcellfordelinger.

Udjævningsmetoder.

Af R. K. Kristensen.

I 1913 offentliggjorde *Alfred Koch*, Göttingen, nogle Forsøg, der bl. a. omfattede en Sammenligning mellem Staldgødning, udbragt om Efteraaret og nedpløjet med det samme, og Staldgødning, der i spredt Tilstand blev liggende oven paa Jorden og først nedpløjet om Foraaret. Den sidste Fremgangsmaade gav det bedste Resultat, hvad der forekom mig ret uforklarligt og var i direkte Strid med et lille Forsøg, jeg havde udført i 1905 ved at lade Staldgødning ligge udbredt paa et Stykke Papir i Marken og undersøge Ammoniaktabet. I Løbet af to Døgn var største Delen af Gødningens Ammoniakindhold eller omtrent $\frac{1}{4}$ af hele Kvælstofindholdet fordampet¹⁾. Jeg foretog da en Bearbejdelse af det i Forsøgsberetningen fra Göttingen forelagte Talmateriale med det Formaal at bestemme Forsøgsfejls Størrelse og undersøge Forholdet mellem denne og det fundne Udslag, idet jeg beregnede Middelfejlen af Forskellen mellem Afgrødernes Størrelse efter de to Fremgangsmaader. Det viste sig da, at alle Gennemsnitsdifferenserne for de enkelte Afgrødearter laa inden for Forsøgsfejlenes Grænse, den største Værdi var kun 2.4 Gange Middelfejlen, og Differensernes Fordeling efter Størrelse faldt ganske sammen med de tilfældige Fejls Fordeling efter Fejlloven (Differenserne udtrykt i Middelfjlsenheder):

Differensernes Størrelse	0—1	1—2	2—3
Differensernes Antal	11	4	1
do. efter Fejlloven	10.9	4.3	0.7

¹⁾ Tidsskrift for Landbrugets Planteavl, 18. Bind, Side 481.

Middelfejlen paa de enkelte Afgrøder laa omkring ved 6 —7 pCt. af Afgrødens Størrelse¹⁾).

Disse Resultater opfordrede til at gøre vore egne Planteavlsforsøg til Genstand for lignende Undersøgelser. Jeg udførte nogle foreløbige Fejlberegninger vedrørende enkelte Forsøgsgrupper og forelagde Resultaterne ved Forsøgsvirksomhedens Budgetmøde i 1914 og foreslog, at der bevilgedes Midler til en Bearbejdelse af de udkomne Forsøgsberetninger (eller en Del af disse) med det Formaal at belyse Sikkerheden ved de udførte Forsøg. Under Forhandlingerne fremkom følgende Udtalelser:

R. K. Kristensen: En systematisk Undersøgelse af det foreliggende Materiale vilde give faste Holdepunkter for en Bedømmelse af Forsøgsresultaternes Paalidelighed, og man vilde komme en eventuel Kritik ude fra i Forkøbet. Det kunde desuden ventes, at disse Undersøgelser vilde give interessante Oplysninger i forsøgsteknisk Henseende. Man maatte komme dertil, at man ikke blot offentliggjorde selve Forsøgsresultaterne, men at man ogsaa gjorde Rede for den Sikkerhed, der kunde tillægges disse Resultater. Der var heller ingen Tvivl om, at Udviklingen vilde gaa i den Retning, og det var da mere fornøjeligt at gaa i Spidsen end at komme bagefter.

E. Lindhard var i Princippet imod at skille den talmæssige Behandling af Resultaterne fra den faglige. Hvis den samme, som bearbejder og opgør Forsøgsmaterialet, foretog disse Beregninger, kunde det maaske betyde noget for ham, men hvis man i Forsøgsberetningerne vilde medtage den fejlteoretiske Behandling af Materialet, vilde det rimeligvis medføre, at Beretningerne ikke fik andre Læsere end R. K. Kristensen. Men han kunde fuldt ud tiltræde, at denne blev sat i Stand til at arbejde med de omhandlede Spørgsmaal.

H. A. B. Vestergaard: Fordi f. Eks. en Hvedesort fra Aar til andet gav et forskelligt Udbytte i Forhold til andre Sorter, kunde man ikke kalde det Forsøgsfejl; det var Afvigelser, fremkaldt af de naturlige Forhold.

R. K. Kristensen fremdrog i Anledning af denne Udtalelse nogle Eksempler (hentede fra de forelagte Undersøgelser), der viste, hvor højst forskellige Værdier af Middelfejlen man kunde komme til, efter som den ene eller den anden Slags Variation blev taget med i Beregningen. Saadanne forskellige Værdier skulde ikke blandes sammen men tværtimod holdes ude fra hverandre, man vilde da faa Oplysninger om de forskellige Fejlkilders Betydning og om Sikkerheden — eller Usikkerheden — paa de forskellige Trin af Forsøget. Man maatte gøre Rede for, hvad de fundne Værdier af Middelfejlen var

¹⁾ Jvf. Tidsskrift for Planteavl, 21. Bind, Side 283—294.

Udtryk for, og præcisere, hvad man forstod ved Forsøgsfejl. Ved tidligere Arbejder havde han gjort den Erfaring, at et væsentligt Punkt var at afgøre, hvornaar Fejlloven havde Gyldighed, og hvornaar Materialet var af en saadan Natur, at de fejlteoretiske Sætninger ikke kunde anvendes.

L. Helweg var ikke fortrolig med Fejleregningsspørgsmaal, da saadanne laa uden for den Sfære, hvori han hidtil havde bevæget sig, men han mente, at et Samarbejde mellem R. K. Kristensen og den, der gjorde Forsøgsarbejdet op, kunde blive frugtbringende. Hvis vedkommende havde en Fornemmelse af, at Materialet ikke var helt godt, vilde det have sin Betydning at faa det godtgjort med klare Tal.

N. J. Nielsen: Det vilde sikkert paa flere Maader støtte Udarbejdelsen af Forsøgsberetninger, om R. K. Kristensen blev sat i Stand til at begynde et Arbejde som det foreslaaede.

Fr. Hansen havde glædet sig over at høre denne Sag behandlet. I hvor stor Udstrækning et saadant Arbejde vilde faa praktisk Betydning, var en Sag for sig, maaske vilde det gaa som med andre Spørgsmaal, der i Begyndelsen syntes at ligge temmelig fjærnt fra Forsøgsvæsnets hidtidige Opgaver men efterhaanden var gaaet ind som et betydningsfuldt Led i Forsøgsvæsnets Arbejde. Men Talbehandlingen skulde ikke være en Slags Overhøjhed: Vi vil ikke udlevere os selv.

R. K. Kristensen mente ikke, at man ad Beregningens Vej kunde etablere nogen Overhøjhed over selve Forsøgene. Forsøgsmandens praktiske Indsigt i og Forstaaelse af sit Materiale maatte være det primære, Beregningerne det sekundære. Men man kunde ad Beregningens Vej skaffe haandgribelige, talmæssige Udtryk for de paagældende Forhold og paa den Maade bringe dem i haandterlig Form.

H. C. Larsen kunde anbefale R. K. Kristensens Forslag.

Forslaget vedtoges, og de i 1886 paabegyndte Forsøg med Varietet og Stammer af Roer blev derefter tagne op til fejlteoretisk Behandling.

Den tekniske Side af Sagen frembød visse Vanskeligheder, hvis Opgaven skulde løses korrekt. Enhver Fejlregning hviler paa en Gentagelsesrække. Ved Forsøg som de omhandlede kan Gentagelsesrækker dannes paa flere Maader, men i alle Tilfælde gælder det, at ensidige Afvigelser, der ikke virker som Fejl i Forsøget, præger Tallene saaledes, at Middelfejlen ikke bliver et Udtryk for de egentlige Forsøgsfejl, med mindre de ensidige Afvigelser fjærnes. Men bortskaffer man disse gennem visse Omregninger af Forsøgsresultaterne, vil Regningerne ogsaa gribe ind i de tilfældige Afvigelser og formindske disse, saaledes at Grundlaget for en Bestemmelse af Middelfejlen for-

rykkes. Medens den fundne Værdi af Middelfejlen vilde blive for høj, hvis man ikke tog Hensyn til ensidige Afvigelser, vil den nu efter Bortskaffelsen af disse blive for lav, hvis man anvender de almindelige fejlteoretiske Formler, der gælder for de oprindelige, ikke omdannede »Observationsstørrelser«. Dette Forhold har man overset. Indtil den nyeste Tid har Middelfejlen været beregnet af saadanne omdannede Forsøgsresultater, uden at man har taget Konsekvenserne af de udførte Omregninger¹⁾.

Allerede i 1911 stod jeg over for Problemet ved en Undersøgelse angaaende den Indflydelse, som Planteindividernes Variation i Størrelse udøver paa Forsøgsfejlen ved Forsøg med Roer. Roerækker, der laa i Forlængelse af hverandre men paa tre forskellige Parceller, blev betragtet som Gentagelser og Middelfejlen beregnet af disse, efter at Forskellen mellem de tre Parcellers Totalafgrøder var fjærnet ved Korrigering af de enkelte Rækker. I Beskrivelsen tilføjede jeg: »Denne Fremgangsmaade vil dog medføre . . . at den fundne Middelfejl bliver lidt lavere, end naar den beregnes af hver enkelt Parcel for sig, da de tre Parceller selvfølgelig ikke vilde give nøjagtig samme Afgrøde, selv om dennes Størrelse ikke blev paa-virket af andre Faktorer end dem, der bestemmer Overensstemmelsen mellem Rækkerne inden for samme Parcel«²⁾.

I 1915 fremsatte jeg en Kritik af E. A. Mitscherlichs Fejl-beregning ved en af ham udarbejdet Opgørelsesmetode, der

¹⁾ Eksempler:

Alfred Hummel: Massenbauversuche. Illustrierte Landwirtschaftliche Zeitung, 31. Aargang (1911), Side 823.

E. A. Mitscherlich: Zur Methodik der Felddüngungs- und Sortenanbau-Versuche. Landwirtschaftliche Jahrbücher, 42. Bind (1912), Side 418.

F. M. Surface og R. Pearl: A method of correcting for soil heterogeneity in variety tests. Journal of Agricultural Research, 5. Bind, II (1916), Side 1047.

E. Lindhard: Dyrkningsforsøg med Sukkerroestammer. Tidsskrift for Planteavl, 29. Bind (1923), Side 111.

L. Rasmussen: Beretning om Landboforeningernes Virksomhed for Planteavl paa Sjælland 1924, Side 280.

²⁾ Tidsskrift for Landbrugets Planteavl, 18. Bind, Side 753. Ved et særligt Tilfælde kom Afhandlingen til at indeholde nogle Trykfejl, som jeg her benytter Lejligheden til at rette. Tabel 4, Skifte B. Parcel 3, Række 1—2: 0.788, læs 0.788. Tabel 7, Parcel 2, vestlige Halvdel, Række 5: 9.76, læs 7.76. Tabel 16, Række 7: Efter Roen paa Plads Nr. 23 i Rækken skal følge to Roer à 519 g (i alt 26 Roer i Stedet for 25).

gaar ud paa at bortskaffe de ensidige Afvigelser, som skyldes regelmæssige Variationer i Jordens Frugtbarhed, og derefter bestemme Middelfejlen ved Hjælp af de tilbageblevne, mere tilfældige Afvigelser. Kritikken slutter saaledes: »*Mitscherlich* forveksler Middelfejlen paa Forsøgsresultaterne med Middelfejlen paa Funktioner af disse. Han erstatter de virkelige Forsøgsresultater med nogle beregnede Resultater . . . og bygger sin Bestemmelse af Middelfejlen paa Variationen hos disse beregnede Størrelser, men denne Variation er selvfølgelig afhængig af Beregningens Natur, af den Maade, hvorpaa de beregnede Resultater er tilvejebragte, og kan derfor ikke blive et sandt Udtryk for Forsøgsfejlen¹⁾).

Ved Iværksættelsen af det paa Budgetmødet i 1914 foreslaaede Arbejde valgte jeg at betragte Afgrøderne af en Varietet eller Stamme paa de forskellige Forsøgssteder som Gentagelsesresultater og fjærne de ensidige Afvigelser, der skyldtes den Omstændighed, at Afgrøden varierede meget i Størrelse fra det ene Forsøgssted til det andet. Ved disse Omregninger var der foretaget »en Forskønnelse af Materialet (de tre Forsøgssteder vilde jo ikke give nøjagtig samme Gennemsnitsafgrøde, selv om Afgrødernes Størrelse kun var paavirket af tilfældige Fejl²⁾), og der maatte da fremstilles en Middelfejlsformel, som tog Hensyn til disse Omregninger. Formlen, $m^2 = \frac{[v^2]}{(p \div 1)(r \div 1)}$, der tillader en korrekt Fejlregning under disse og tilsvarende Forhold, blev offentliggjort i 1922³⁾.

E. A. Mitscherlich vilde ikke bøje sig for disse Synspunkter. Endnu i 1924 betegnede han (dog uden nærmere Begrundelse) den Beregning, hvormed jeg havde paavist det uholdbare i hans Fejlregning, som »ganske utilladelig⁴⁾).

Men samtidig tog *E. Lindhard* den anførte ny Formel og den dertil knyttede Metode i Brug ved de af ham ledede Dyrkningsforsøg med Rodfrugstammer⁵⁾, og *Knut Vik* benyttede

¹⁾ Tidsskrift for Planteavl, 22. Bind, Side 364.

²⁾ do., 28. Bind, Side 121.

³⁾ Formlen blev først opstillet af mig og dens Rigtighed vist ved Hjælp af nogle Eksempler med faa Elementer. Senere udarbejdede *N. P. Johansen* et almengyldigt Bevis, omfattende n Elementer. Se Tidsskrift for Planteavl, 28. Bind, Side 119—128, og 31. Bind, Side 493—494.

⁴⁾ Nordisk Jordbrugsforskning 1924, Side 196.

⁵⁾ Tidsskrift for Planteavl, 30. Bind, Side 454.

Formlen ved nogle Sammenligninger mellem forskellige Fejl-beregningsmetoder¹⁾.

I 1926 skrev *Bj. Bjerke*: »R. K. Kristensen har først stillet følgende Spørgsmaal af generel Betydning: Man har dyrket p forskellige Sorter . . . paa r forskellige Voksesteder . . . og derved faaet pr Afgrødetal. Find paa Grundlag heraf, hvor stor tilfældig Middelfejl det enkelte Afgrødetal er behæftet med«, og fremsatte en kortere Begrundelse (der navnlig var beregnet paa Undervisningsbrug) af den omhandlede Formel²⁾.

I »Forelæsninger over Landbrugets Jorddyrkning I« (1928) af *K. A. Bondorff* er Princippet: At der ved Beregning af Middelfejlen maa tages Hensyn til den ved særlige Omregninger fremkaldte »Forskønnelse« af Materialet, akcepteret helt igennem. Den til Formlen $m^2 = \frac{[v^2]}{(p \div 1)(r \div 1)}$ knyttede Korrektionsmetode er benyttet ved Behandlingen af Forsøgsrækker (Side 147—160) og Formlen lagt til Grund ved Beregningen af Middelfejlen³⁾.

Medens de ensidige Afgivelser i Almindelighed kan bortskaffes i tilstrækkelig Grad ved forholdsvis simple Operationer, bliver det betydelig vanskeligere at gennemføre en korrekt Fejlberedning ved Hjælp af de saaledes omdannede Forsøgsresultater, da en Udredning af de foretagne Omregningers Indflydelse paa de Talstørrelser, Fejlberedningen skal bygges paa, er meget omstændelig. Vi maa gaa den Vej at udvælge visse typiske Tilfælde, knyttede til enkelte karakteristiske Forsøgsplaner, og udarbejde eksakte (eller saa vidt muligt eksakte) Middelfejlsformler for disse Tilfælde. Saadanne Standardformler kan da ogsaa benyttes, hvor Materialet til Fejlberedningen kun fjærner sig lidt fra det Grundlag, den paagældende Formel

¹⁾ Bedømmelse av feilene på forsøksfelter med og uten Målestokk. Meddinger fra Norges Landbrukshøiskole 1924, Side 169.

²⁾ Sammenregning av observasjonsrekker; R. K. Kristensens Formel. I. c. 1926, Side 364.

³⁾ Betyder p et Antal Forsøgsled og r et Antal Forsøgssteder, og udregnes Middelfejlen for et enkelt Forsøgsled, faar man $m^2 = \frac{p[v^2]_1^r}{(p \div 1)(r \div 1)}$. Beregnes Middelfejlen derefter paa Forsøgsleddets Gennemsnitsafgrøde, faar man $m^2 = \frac{p[v^2]_1^r}{r(p \div 1)(r \div 1)} = \frac{[v^2]_1^r}{r(r \div 1)} \cdot \frac{p}{p \div 1}$. (I nævnte Lærebog er Bogstaverne d, l og n benyttet i Stedet for henholdsvis v, p og r).

hviler paa; her maa den anvendte Formel da betragtes som en Tilnærmelsesformel. Hvor det skønnes, at en Standardformel kan tilpasses efter et foreliggende Tilfælde og derved komme det rigtige nærmere — uden dog at naa den eksakte Form —, kan en saadan Omdannelse foretages, idet vedkommende Formel saaledes gaar over til at blive en Tilnærmelsesformel. Ved fortsatte Undersøgelser kan det undertiden lykkes at fremstille eksakte Formler, hvor man hidtil har maattet nøjes med en Tilnærmelsesformel. Det lader sig dog ikke gøre at fremstille Formler, der fuldstændig dækker alle de i Praxis forekommende, fejlteoretisk set meget sammensatte Tilfælde; men dette er heller ikke nødvendigt. Bestemmelse af Middelfejlen ved Markforsøg er i sig selv — saa vel som mange andre Middelfejlsberegninger — en saa usikker Bestemmelse, at en ringe Afvigelse fra det teoretisk rigtige Grundlag er uden Betydning for den praktiske Udnyttelse af Fejlregningens Resultater. Selv de eksakte Formler giver jo ikke Middelfejls sande, men kun dens sandsynligste Værdi og er for saa vidt ogsaa kun Tilnærmelsesformler.

Kender vi de sande Fejl, u , som klæber ved n Gentagelsesresultater, er Middelfejls Kvadrat

$$m^2 = \frac{[u^2]}{n}. \quad (1)$$

Er de sande Fejl ubekendte, maa vi i Stedet for u benytte v , Enkeltresultaternes Afvigelse fra deres Gennemsnitsværdi, og den sandsynligste Værdi af m^2 er da

$$m^2 = \frac{[v^2]}{n \div 1}. \quad (2)$$

Deler vi de n Elementer i p Grupper med r Elementer i hver Gruppe og danner Differenserne v_1 mellem de enkelte Elementer og Middeltallet af den Gruppe, som vedkommende Element hører til, er

$$m^2 = \frac{[v_1^2]}{p(r \div 1)}. \quad (3)$$

Deles Differenserne v_1 i r ny Grupper med p Differenser i hver saaledes, at der i hver Gruppe kommer een Differens fra hver af de foregaaende Grupper, og dannes ny Differenser, v_2 , mellem v_1 og Middeltallet af vedkommende ny Gruppe, er

$$m^2 = \frac{[v_2^2]}{(p \div 1)(r \div 1)}. \quad (4)$$

Er Antallet af Grupper lig Antallet af Elementer i hver Gruppe, og fortsættes Differensdannelserne, idet der stadig dannes ny Grupper paa den Maade, at der ikke i en Gruppe kommer to eller flere Differenser, som er afledte af Elementer (eller Differenser), der har været sammen i en tidligere dannet Gruppe (selvfølgelig kan denne Fordring kun tilfredsstilles et begrænset Antal Gange), er, naar p betyder Antallet af Grupper og Elementer i hver Gruppe, og s er det Antal Gange, der er dannet Grupper,

$$m^2 = \frac{[v_s^2]}{(p \div 1)(p \div (s \div 1))}. \quad (5)$$

Sætter vi

$$m^2 = \frac{[v_s^2]}{n} \cdot \left(\frac{p}{p \div 1}\right)^s, \quad (6)$$

da er denne Formel kun korrekt for $s=1$ og $s=2$. For højere Værdier af s bliver Formlen — i Modsætning til de foregaaende eksakte Formler — kun en Tilnærmelsesformel, der kan benyttes, hvor Forholdene er saa sammensatte, at ingen af de foregaaende Formler kan komme til Anvendelse. Dette vil navnlig være Tilfældet, hvor Antallet af Grupper (og Elementer i hver Gruppe) ikke er konstant. Vi vil da sætte

$$m^2 = \frac{[v_s^2]}{n} \cdot \frac{p_1}{p_1 \div 1} \cdot \frac{p_2}{p_2 \div 1} \cdot \dots \cdot \frac{p_s}{p_s \div 1}, \quad (7)$$

hvor $p_1, p_2, \dots, p_s$ er det skiftende Antal af Elementer eller Differenser i hver Gruppe. Ifølge sin Opbygning vil denne Formel give lidt for lave Værdier af Middelfejlen ved højere Værdier af s . Men hvis de særlige Forhold, der er til Stede, hvor denne Formel tænkes anvendt, medfører, at der kommer to eller flere Elementer sammen, som har været sammen i en tidligere dannet Gruppe, vil dette virke i modsat Retning, og Formlen vil da føre til et Resultat, der kommer det rigtige meget nær.

For $s=3$ kan Formel 5 omskrives til

$$m^2 = \frac{[v_3^2]}{n((p \div 1)^3 + 1) : p^3 \div 1}.$$

Naar Antallet af Grupper (og Elementer i hver Gruppe) ikke er konstant, vil vi derefter sætte

$$m^2 = \frac{[v_3^2]}{n ((p_1 \div 1) (p_2 \div 1) (p_3 \div 1) + 1) : (p_1 p_2 p_3) \div 1} \quad (8)$$

der vil give en finere Tilnærmelse end Formel 7, efter hvilken vi vilde have

$$m^2 = \frac{[v_3^2]}{n (p_1 \div 1) (p_2 \div 1) (p_3 \div 1) : (p_1 p_2 p_3)} \quad (9)$$

Formel 1, 2 og 3 hører hjemme i den almindelige Fejlteori, Formel 4 og dens Tilblivelse er omtalt i det foregaaende, Formel 5 er fremstillet af *N. P. Johansen* i efterfølgende Afhandling, Formel 6 er behandlet samme Sted, Formel 7 er — som det ses — fremkommet ved en mekanisk Omdannelse af Formel 6, og Formel 8 er paa samme Maade fremgaaet af Formel 5, medens Formel 9 er en Omskrivning af Formel 7 (for $s = 3$). Eksempler paa Anvendelse af disse Formler (med Undtagelse af Formel 1) vil forekomme i det følgende.

Den umiddelbare Anledning til disse Undersøgelser var en Anmodning fra Dr. *Å. Åkerman*, Svaløf, om at faa udarbejdet en Metode til Bestemmelse af Middelfejlen ved den i det følgende omtalte Forsøgsplan med 10 Forsøgsled og 5 Fællesparceller i Lighed med, hvad der tidligere var gjort for det femdelte Forsøg (efter Ønske fra den lokale Forsøgsvirksomhed). I »Anlæg og Opgørelse af Markforsøg«¹⁾ blev den sidstnævnte Forsøgsplan (5 Forsøgsled og 5 Fællesparceller) behandlet som et enkeltstaaende Tilfælde, medens den her er behandlet som Led i en Sammenhæng, idet jeg samtidig benytter Lejligheden til at vise en lidt anden Fremgangsmaade (som maaske vil foretrækkes af nogle) ved Udregning af v -erne²⁾.

Arbejdet omfatter:

1. 5 Forsøgsled og 5 Fællesparceller.
2. 10 » » 5 »
3. 9 » » 6 »
4. Tilfældig Fordeling.
5. Noter.
6. Oversigt over Formler til Bestemmelse af Middelfejlen.

Vi benytter det i Tidsskrift for Planteavl, 31. Bind, Side 468, beskrevne Prøvedyrkningsmateriale (6radet Byg, Halm og

¹⁾ Tidsskrift for Planteavl, 31. Bind, Side 464.

²⁾ Disse Undersøgelser var i det væsentlige gennemførte i 1927, men forandrede Vilkaar med Hensyn til et større Arbejde af anden Art forsinkede Afslutningen.

Kærne tilsammen), der omfatter følgende Afgrødetal (hkg pr. Parcel à 55 m²):

Fig. 1. Afgrøder.

170	161	158	159	148	159	153	162	170	172	183	188	193	195	227	243	237	230	251	242
147	147	153	156	155	155	163	171	186	179	178	186	177	194	213	251	228	238	248	256
168	163	165	158	159	162	160	164	174	178	179	189	200	205	220	238	238	233	243	248
156	149	150	142	148	145	147	148	163	149	154	159	170	173	187	212	229	228	245	252
146	151	148	150	176	166	165	161	168	173	182	184	195	200	203	215	224	229	230	231
171	176	163	165	163	158	158	150	170	164	171	173	191	183	174	198	187	204	196	212
174	152	153	144	157	147	155	160	154	162	166	165	188	189	182	203	196	201	208	188
203	171	164	154	160	158	155	155	155	164	177	180	189	191	195	188	189	201	185	195
173	168	159	171	154	163	151	166	156	170	160	176	175	182	188	190	193	200	208	209
179	172	158	168	160	169	166	173	186	187	200	202	200	199	200	200	214	205	218	211
187	184	176	172	195	178	176	185	180	183	192	198	198	220	200	218	216	211	210	211

1. 5 Forsøgsled og 5 Fællesparceller.

Parcellerne i de 10 øverste Rækker af Fig. 1 inddeles i 8 Marker à 5 × 5 Parceller, beliggende saaledes:

Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4
Nr. 5	Nr. 6	Nr. 7	Nr. 8

og med tiltagende Frugtbarhed fra venstre til højre. Fingerede Forsøg indlægges efter Plan 1a—b, de to »Springertræksfordelinger«, der fremkommer, efter som man lader Springeren gaa fra det øverste venstre Hjørne til det ene eller det andet af

Fig. 2. Plan 1a.

1	2	3	4	5
3	4	5	1	2
5	1	2	3	4
2	3	4	5	1
4	5	1	2	3

Fig. 3. Plan 1b.

1	2	3	4	5
4	5	1	2	3
2	3	4	5	1
5	1	2	3	4
3	4	5	1	2

de to Felter, den behersker. Hvert Forsøgsled faar paa denne Maade en Parcel i hver vandret og een i hver lodret Række. Middelfejlen beregnes paa en saadan Maade, at den ensidige Variation, hvis Virkning er ophævet gennem Forsøgsplanen, heller ikke faar Indflydelse paa Fejlregningen. Først dannes Middeltal af Parcelafgrøderne i hver af de lodrette Rækker, og Afvigelserne v_1 udregnes. Derefter dannes Middeltal af disse Afvigelser, idet hver af de vandrette Rækker behandles for sig, og Differenserne mellem v_1 og disse Middeltal udregnes. I

Tabel 1. Eksempel paa Udregning af Middelfejlen
(Mark 4, Plan 1 a).

Række Nr.	Afgr.	v_1	Afgr.	v_1	Afgr.	v_1	Afgr.	v_1	Afgr.	v_1
1.....	243	11	237	6	230	-2	251	8	242	-4
2.....	251	19	228	-3	238	6	248	5	256	10
3.....	238	6	238	7	233	1	243	0	248	2
4.....	212	-20	229	-2	228	-4	245	2	252	6
5.....	215	-17	224	-7	229	-3	230	-13	231	-15
Gennemsnit	232		231		232		243		246	

Række Nr.	v_1				Gsn.	v_2					
1.....	11	6	-2	8	-4	4	7	2	-6	4	-8
2.....	19	-3	6	5	10	7	12	-10	-1	-2	3
3.....	6	7	1	0	2	3	3	4	-2	-3	-1
4.....	-20	-2	-4	2	6	-4	-16	2	0	6	10
5.....	-17	-7	-3	-13	-15	-11	-6	4	8	-2	-4

Række Nr.	Forsøgsled Nr.									
	1		2		3		4		5	
	v_2	v_3	v_2	v_3	v_2	v_3	v_2	v_3	v_2	v_3
1.....	7	2	2	5	-6	-6	4	7	-8	-9
2.....	-2	-7	3	6	12	12	-10	-7	-1	-2
3.....	4	-1	-2	1	-3	-3	-1	2	3	2
4.....	10	5	-16	-13	2	2	0	3	6	5
5.....	8	3	-2	1	-4	-4	-6	-3	4	3
Gennemsnit	5		-3		0		-3		1	
Σv_3^2		88		232		209		120		123

$M^2 = \frac{5}{12} [v_3^2] = \frac{5 \cdot 772}{12} = 321.7, M = 17.9.$
--

Overensstemmelse med Forsøgsplanen ordnes disse Differenser, v_2 , i Grupper saaledes, at hver Gruppe svarer til et Forsøgsled, og der dannes atter Differenser mellem Middeltallet af hver Gruppe og de enkelte Differenser i Gruppen, og Middelfejlen beregnes endelig af det sidste Sæt Differenser efter Formel 5, idet vi dog — af Hensyn til de følgende Sammenligninger — omregner m, Middelfejlen paa de enkelte Parcelafgrøder, til M, Middelfejlen paa den samlede Afgrøde af et Parcelhold; da vi har $M^2 = pm^2$, bliver

$$M^2 = \frac{p[v_s^2]}{(p \div 1)(p \div (s \div 1))} = \frac{5[v_s^2]}{(5 \div 1)(5 \div (3 \div 1))} = \frac{5}{12} [v_s^2]^1).$$

For en enkelt Mark, f. Eks. Nr. 4, Plan 1 a, bliver Udregningen som vist i Tabel 1 (Rækkenumrene betegner de vandrette Rækker).

Da det drejer sig om et Prøvedyrkningsmateriale, hvor alle Afgrøderne skulde være lige store, hvis Forsøget var fejlfrit, kan vi beregne Middelfejlen direkte af Forsøgsleddenes (Parcelholdenes) totale Afgrøder, se Tabel 2.

Tabel 2.
Middelfejlen beregnet af Forsøgsleddenes Totalafgrøder
(Mark 4, Plan 1 a).

Forsøgsled Nr.	Række Nr.					Sum	V
	1	2	3	4	5		
1.....	243	248	238	252	229	1210	26
2.....	237	256	233	212	230	1168	—16
3.....	230	251	243	229	231	1184	0
4.....	251	228	248	228	215	1170	—14
5.....	242	238	238	245	224	1187	3
Gennemsnit						1184	

$$M^2 = \frac{[V^2]}{5 \div 1} = \frac{1137}{4} = 284.3, M = 16.9.$$

Til Sammenligning beregnes Middelfejlen af de enkelte Parcellers Afvigelse fra vedkommende Forsøgsleds Gennemsnitsafgrøde (»falsk Middelfejl«):

Led Nr. 1	Led		
Afgr. v	Nr.	[v ²]	
243 1	1	322	$m^2 = \frac{2875}{5(5 \div 1)} = 143.8$ $M^2 = 143.8 \times 5 = 719.0$ $M = 26.8.$
248 6	2	994	
238 —4	3	381	
252 10	4	918	
229 —13	5	260	
Gsn.... 242	Ialt...	2875	

¹⁾ Ved den før omtalte tidligere Behandling af det feldelte Forsøg blev der benyttet en Middelfejlsformel, der fremkom ved en Tillæmpning af Formel 4, se den paagældende Udvikling (Side 491—92). Vi kan nu erstatte den saaledes fremstillede Tilnærmelsesformel med den specielt udarbejdede, eksakte Formel, der er anført her.

Resultatet af alle tre Beregningsmaader bliver da:

Mark Nr.	Plan	Falsk Middel- fejl	Virkelig Middelfejl	
			Beregnet af Forsøgsleddenes Totalafgrøder	Beregnet af de enkelte Parcelafgrøder
1	1 a	19.8	13.8	19.1
»	» b	18.4	21.2	16.8
2	» a	25.3	10.2	11.7
»	» b	25.3	10.2	11.7
3	» a	41.7	7.6	13.7
»	» b	41.5	12.8	12.3
4	» a	26.8	16.9	17.9
»	» b	26.3	20.3	16.7
5	» a	26.5	24.5	15.6
»	» b	27.6	17.3	18.5
6	» a	23.5	14.4	12.9
»	» b	23.8	12.0	13.7
7	» a	29.2	9.7	15.8
»	» b	28.4	18.0	13.2
8	» a	21.5	16.2	17.6
»	» b	21.7	14.6	18.1
Middelværdi ¹⁾		27.5	15.6	15.5

Middelværdien af de efter Formlen $M^2 = \frac{5}{12} [v_3^2]$ beregnede Resultater stemmer godt med den af Forsøgsleddenes Totalafgrøder beregnede Værdi (Enkeltværdierne efter den sidste Beregningsmaade varierer selvfølgelig stærkt, fordi de er beregnede af kun 5 Gentagelsesresultater). Værdierne af »Falsk Middelfejl« er — som det maatte ventes — for høje, navnlig ved de Marker, der har en stærk Skraaplansvariation.

2. 10 Forsøgsled og 5 Fællesparceller.

De i forrige Afsnit benyttede Parceller inddeles i 4 Marker à 10×5 Parceller. Markerne nummereres saaledes:

Nr. 1 Nr. 2
Nr. 3 Nr. 4

og Forsøg indlægges efter Plan 2 a—b:

Fig. 4. Plan 2 a.

1 2	3 4	5 6	7 8	9 10
5 6	7 8	9 10	1 2	3 4
9 10	1 2	3 4	5 6	7 8
3 4	5 6	7 8	9 10	1 2
7 8	9 10	1 2	3 4	5 6

Fig. 5. Plan 2 b.

1 2	3 4	5 6	7 8	9 10
7 8	9 10	1 2	3 4	5 6
3 4	5 6	7 8	9 10	1 2
9 10	1 2	3 4	5 6	7 8
5 6	7 8	9 10	1 2	3 4

¹⁾ Kvadratroden af de kvadrerede Værdiers Middelværdi.

Her anvendes en Kombination af rækkevis og afdelingsvis Udjævning. De vandrette Rækker behandles hver for sig ligesom i forrige Afsnit, men af de lodrette maa to og to slaas sammen til een Gruppe (en Afdeling, se Fig. 4—5), for at denne kan indeholde en Parcel af hvert Forsøgsled. Betingelsen, at der ikke i en Gruppe maa findes to Parceller, der har været sammen i en tidligere Gruppe, kan derfor ikke opfyldes. Gruppedannelsen foregaar 2. Gang paa den Maade, at der til hver Gruppe udtages ikke een men to Parceller fra hver af de første Grupper. Dette vil bevirke, at Anvendelsen af Formel 8 vil give en lidt for høj Værdi af Middelfejlen (naar et Sæt Grupper er delvis sammenfaldende med det foregaaende Sæt, vil Formindsnelsen af v-erne blive svagere, end Formlen forudsætter), men det skønnes let, at den begaaede Afvigelse fra Formlens Grundlag er saa lille, at den ikke kan tillægges nævneværdig Betydning. Den tredje Gruppering foregaar normalt, idet der til hver Gruppe udtages een Parcel (d. v. s. den tilsvarende Differens) fra hver af de ved første og anden Inddeling dannede Grupper. Da Antallet af Elementer i hver Gruppe ikke er det samme ved alle tre Inddelinger, men henholdsvis 10, 10 og 5, faar vi paa Grundlag af Formel 8:

$$M^2 = \frac{5[v_3^2]}{50 ((10 \div 1) (10 \div 1) (5 \div 1) + 1) : (10 \times 10 \times 5) \div 1} = \frac{10}{63} [v_3^2].$$

I øvrigt foregaar Beregningerne paa samme Maade som før, og Resultaterne bliver:

Mark Nr.	Plan	Falsk Middel- fejl	Virkelig Middelfejl	
			Beregnet af Forsøgsleddenes Totalafgrøder	Beregnet af de enkelte Parcelafgrøder
1	2 a	23.6	21.1 } 18.9	14.3 } 15.2
»	» b	24.4		
2	» a	68.0	25.6 } 30.6	22.6 } 20.7
»	» b	68.0		
3	» a	25.9	15.5 } 18.3	19.3 } 18.8
»	» b	25.0		
4	» a	31.5	21.0 } 19.2	17.0 } 17.6
»	» b	32.1		

Som det ses, har Middelfejlen, beregnet af de enkelte Parcelafgrøder efter Formlen $M^2 = \frac{10}{63} [v_3^2]$, en Tendens til at

være lavere end de af Forsøgsleddenes Totalafgrøder beregnede Værdier, hvad der lader sig forklare ved Parcellernes ensidige Beliggenhed i de lodrette Afdelinger. Nr. 1 ligger f. Eks. hele Tiden i venstre, Nr. 2 i højre Side o. s. v., hvad der vil forøge den virkelige Middelfejl (beregnet af Forsøgsleddenes Totalafgrøder), naar der er en ensidig Variation (Skraaplansvariation) til Stede, som det jo navnlig er Tilfældet ved Mark 2, medens Forskellen mellem Fællesparcellerne og den deraf beregnede Middelfejl bliver forholdsvis lille. Tænkes Marken sammensat af to modsat vendende Skraaplaner (med Hældning til højre og venstre), vil Middelfejlen, beregnet af de enkelte Parceller efter Udjævning, blive lidt for høj.

Den udprægede Virkning af Skraaplansvariationen, som traadte frem ved Mark 2, tyder paa, at der ved saadanne Forsøgsplaner kan vindes en kendelig Forøgelse af Nøjagtigheden ved at gøre Forsøget op paa en saadan Maade, at Virkningen af den ensidige Variation ophæves mere fuldstændig, end det sker gennem Parcellfordelingen alene. For at opnaa dette er der gaaet frem paa følgende Maade: De virkelige Afgrøder i Mark 2, udtrykt ved deres Afvigelse fra Markens Gennemsnitsudbytte, er opførte i Fig. 6 tilligemed Gennemsnitsafgrøderne af de 5 vandrette Rækker og de 5 Afdelinger, som hver bestaar af to lodrette Rækker. Af Gennemsnitstallene for Afdelingerne dannes Afgrødetal for de enkelte lodrette Rækker ved en simpel Interpolering:

$$\div 35 + \frac{(\div 35) \div (\div 23)}{4} = \div 38, \quad \div 35 \div \frac{(\div 35) \div (\div 23)}{4} = \div 32,$$

$$\div 35 \div 3 \frac{(\div 35) \div (\div 23)}{4} = \div 26 \text{ o. s. v. Derefter fremkommer de}$$

udjævnede Afgrøder («Normalafgrøder») ved Sammenlægning af Afgrødetallene for de lodrette og vandrette Rækker: $\div 38 + 6 = \div 32$, $\div 32 + 6 = \div 26$, $\div 26 + 6 = \div 20$; $\div 38 + 4 = \div 34$, $\div 32 + 4 = \div 28$ o. s. v. Forskellen mellem de udjævnede og de virkelige Afgrøder bliver da de egentlige Forsøgsresultater, som i det væsentlige kun er behæftede med tilfældige Fejl¹⁾.

¹⁾ Gennemsnitsudtryk for Afgrøderne af de enkelte lodrette Rækker kan ogsaa tilvejebringes ved en »glidende« Udjævning, idet Afdelingerne paa 2×5 Parceller (2 lodrette Rækker) kan forskydes en Række ad Gangen og dog stadig indeholde en Parcel af hvert Forsøgsled. Ved en saadan Forskydning fremkommer de nedenfor anførte Gennemsnitstal (Rækkerne er betegnede

Indlægges Forsøget paa Differenserne mellem Normalafgrøderne og de virkelige Afgrøder efter Plan 2 a, og udregnes Middelfejlen paa Grundlag af Fællesparcellernes Afvigelse fra deres Gennemsnitsudbytte, idet vi benytter Formlen $M^2 = \frac{10}{63} [v_3^2]$ uden Hensyn til den foretagne Interpolering, faar vi $M = 22.0$. Til Sammenligning med denne Værdi udregnes Middelfejlen efter direkte Opgørelse ved Hjælp af den tidligere beskrevne Kombinationsmetode, der giver meget nøjagtige Resultater og

Fig. 6. Virkelige Afgrøder.

	-30	-25	-20	-18	14	30	24	17	38	29	Gsn.
	-35	-27	-36	-19	0	38	15	25	35	43	6
	-34	-24	-13	-8	7	25	25	20	30	35	6
	-59	-54	-43	-40	-26	-1	16	15	32	39	-12
	-31	-29	-18	-13	-10	2	11	16	17	18	-4
Gennemsnit	-35	-23			8		18		32		
Interpoleret	-38	-32	-26	-15	0	11	16	21	28	35	

Fig. 7. Udjævnede Afgrøder.

-32	-26	-20	-9	6	17	22	27	34	41
-34	-28	-22	-11	4	15	20	25	32	39
-32	-26	-20	-9	6	17	22	27	34	41
-50	-44	-38	-27	-12	-1	4	9	16	23
-42	-36	-30	-19	-4	7	12	17	24	31

Fig. 8. Differenser mellem virkelige og udjævnede Afgrøder.

2	1	0	-9	8	13	2	-10	4	-12
-1	1	-14	-8	-4	23	-5	0	3	4
-2	2	7	1	1	8	3	-7	-4	-6
-9	-10	-5	-13	-14	0	12	6	16	16
11	7	12	6	-6	-5	-1	-1	-7	-13

ved Numre fra 1 til 10). For at faa en helt rigtig Placering kan man der- efter interpolere ved at danne Middeltal af to og to Gennemsnitstal (for Nr. 1 og 10 kan man interpolere paa Grundlag af Forskellen mellem det yderste og det næstyderste Gennemsnitstal). Resultaterne af denne og den ovenfor anvendte Fremgangsmaade falder saa nær sammen, at det er ligegyldigt, hvilken man anvender.

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gennemsnitstal...	-35	-29	-23	-11	8	18	18	24	32	
Interpoleret	-38	-32	-26	-17	1	13	18	21	28	36

kan benyttes ved et virkeligt, ikke fingeret Forsøg¹). Til Bestemmelse af Middelfejlen, der skyldes den ensidige Variation, indlægges Forsøget paa de udjævnede Afgrøder i Fig. 7, Middelfejlen udregnes ved Hjælp af Forsøgsleddenes Totalafgrøder efter Formlen $M_1^2 = \frac{[V^2]}{10 \div 1}$, og den fundne Værdi kombineres med Middelfejlen, der skyldes den tilfældige Variation og fandtes ved at indlægge Forsøget paa Differenserne mellem de udjævnede og de virkelige Afgrøder, idet vi dog sætter $M_2^2 = \frac{5 [v_3^2]}{10 (5 \div 1)}$ i Stedet for $M^2 = \frac{10}{63} [v_3^2]$ (den almindelige Formel benyttes). Man faar da

$$M_1 = 21.1, M_2 = 19.5, M = 28.7,$$

idet $M_1^2 + M_2^2 = M^2$. Ved direkte Opgørelse har den ensidige og den tilfældige Variation saaledes haft omtrent lige stor Indflydelse paa Usikkerheden²). Udjævnningen har formindsket Totalfejlen fra 28.7 til 22.0.

N. P. Johansen har udkastet følgende Tanke: Et Forsøg efter denne Plan kan betragtes som to færdelte Forsøg, hvoraf det ene omfatter Forsøgsled Nr. 1, 3, 5, 7 og 9, medens det andet omfatter de resterende 5 Forsøgsled (med lige Numre). Inden for hver enkelt af disse to Grupper, a og b, er Virkningen af Skraaplansvariationen ophævet, men vil man sammenligne Forsøgsled fra Gruppe a med Forsøgsled fra Gruppe b, bliver Sammenligningen mangelfuld, fordi den sidstnævnte Gruppens Parceller stadig ligger en Parcelbredde længere til højre end den anden Gruppens. Vi maa da finde et Udtryk for Virkningen heraf. Vi sammenlægger Afgrøderne af de 20 Parceller (4 lodrette Rækker), der ligger længst til venstre i Mark 2, og som omfatter alle 10 Forsøgsled med 2 Gentagelser, dividerer Summen med 4 og har nu et Gennemsnitsudtryk, 921, for Afgrøden pr. Forsøgsled i denne Del af Marken. Vi gør det samme med de 20 Parceller, der ligger længst til højre (de to midterste lodrette Rækker kommer ikke i Betragtning her), og finder Gennemsnitsværdien 1190. Forskellen mellem disse to Gennemsnitstal er 269, og Afstanden mellem Midtpunkterne af de to Arealer, som Gennemsnitstallene repræsenterer, er 6 Parcelbredder. Divideres Forskellen 269 med 6, faar vi

¹) Tidsskrift for Planteavl, 31. Bind, Side 482.

²) Vil man fastholde $M = 22.0$ som Udtryk for den tilfældige Variation, kan man sætte $M_1^2 = \frac{[V^2]}{10 \div 1} \div \left(\frac{10}{63} [v_3^2] \div \frac{5 [v_3^2]}{10 (5 \div 1)} \right)$, hvorved man faar

$$M_1 = 18.5, M_2 = 22.0, M = 28.7.$$

den Forskel, der svarer til en Parcelbredde (Afstanden mellem Gruppe a's og Gruppe b's Parceller). Vi halverer denne Forskel og faar Værdien 22. Forsøgsleddenes Afgrøder korrigeres med denne Størrelse, i Gruppe a forhøjes de med 22, i Gruppe b formindskes de med 22, og Virkningen af den ensidige Variation er saaledes fjærnet. Resultaterne falder praktisk talt sammen med Resultaterne af den forrige Udjævning ved Hjælp af interpolerede »Normalafgrøder« (absolut Overensstemmelse kan ikke ventes, fordi de to midterste lodrette Rækker ikke indgaar i Beregningen af Korrektionstallet):

Forsøgsled Nr.	Afgrøder efter Udjævning ved	
	Inter- polation	Fordeling af Forskellen
1	1079	1081
2	1078	1076
3	1059	1061
4	1057	1055
5	1083	1065
6	1046	1044
7	1046	1048
8	1948	1046
9	1087	1089
10	1090	1088

Middelfejlen beregnes ligesom ved det femdelte Forsøg, og vi faar da som Middelværdi for begge Grupper, a og b, $M = 21.4$ ($m = 9.6$). Ved Interpolationsmetoden fandt vi en lignende, kun lidt højere Værdi, nemlig 22.0. Den virkelige Middelfejl paa de korrigerede Afgrøder vil imidlertid være lidt større end 21.4, fordi det Tal, hvormed vi korrigerede, ogsaa er fejlbehæftet (paa Grund af de tilfældige Variationer). Fejlen paa Korrektionstallet har ingen Betydning, naar man sammenligner Forsøgsled, der hører til samme Gruppe (a eller b), men den gør sig gældende, naar man vil sammenligne Forsøgsled fra hver sin Gruppe. Fejlen paa Korrektionstallet vil dog kun bevirke en ringe Forøgelse af Fejlen paa de beregnede Forsøgsresultater.

Den her beskrevne Udjævningsmetode er simpel og klar, men den har en mere speciel Karakter end den foregaaende Fremgangsmaade, hvor den ensidige Variation fandt Udtryk i saakaldte Normalafgrøder, dannede ved Interpolering eller ved en glidende Udjævning.

3. 9 Forsøgsled og 6 Fællesparceller.

4 Marker à 9×6 Parceller faas ved at udelade de to yderste lodrette Rækker i Fig. 1 og benytte den midterste vandrette Række to Gange (som nederste Række i Mark 1—2 og som øverste Række i Mark 3—4, Markerne nummererede i

samme Orden som før). Forsøg indlægges efter Plan 3 a—b, og vi gaar frem ligesom før.

Fig. 9. Plan 3 a.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7	8	9	1
5	6	7	8	9	1	2	3	4
8	9	1	2	3	4	5	6	7

Fig. 10. Plan 3 b.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	8	9	1	2	3	4	5	6
4	5	6	7	8	9	1	2	3
9	1	2	3	4	5	6	7	8
6	7	8	9	1	2	3	4	5
3	4	5	6	7	8	9	1	2

Der gaar nu halvanden lodret Række paa en Afdeling. Ved Gruppedannelsen 2. Gang udtages skiftevis 1 og 2 Parceler fra hver af de første Grupper, medens den 3. Gruppering foregaar normalt. Da Antallet af Elementer i hver Gruppe er henholdsvis 9, 9 og 6, bliver

$$M^2 = \frac{6 [v_3^2]}{54 (9 \div 1) (9 \div 1) (6 \div 1) + 1 : (9 \times 9 \times 6) \div 1} = \frac{9}{52} [v_3^2].$$

Der findes da følgende Værdier af Middelfejlen:

Mark Nr.	Plan	Falsk Middel- fejl	Virkelig Middelfejl	
			Beregnet af Forsøgsleddenes Totalafgrøder	Beregnet af de enkelte Parcelafgrøder
1	3 a	24.7	22.4	16.8
»	» b	25.3	18.7	18.8
		25.0	20.6	17.8
2	» a	67.9	35.8	25.5
»	» b	68.0	41.8	29.8
		68.0	38.9	27.7
3	» a	29.2	16.2	18.5
»	» b	28.9	18.5	16.9
		29.1	17.4	17.7
4	» a	36.9	14.4	21.5
»	» b	36.0	24.3	17.4
		36.5	20.0	19.6

Resultaterne frembyder omtrent samme Billede som ved 10 Forsøgsled og 5 Fællesparceller. Middelværdierne af »Virkelig Middelfejl«, Plan a—b, stemmer tilnærmelsesvis overens for de to Beregningsmaaders Vedkommende undtagen ved Mark 2. Den stærke Skraaplansvariation har ogsaa ved denne Forsøgsplan med 9 Forsøgsled og 6 Fællesparceller gjort sig gældende paa samme Maade som før.

Med denne Forsøgsplan kan man vanskelig gennemføre en Udjævning ved at inddеле Marken i Afdelinger, der indeholder en Parcel af hvert Forsøgsled, fordi disse Afdelinger faar en

mindre regelmæssig Form (se Fig. 9—10). Derimod kan man danne Afdelinger, der indeholder to Parceller af hvert Forsøgsled, ved at slaa tre lodrette Rækker sammen til en Afdeling, hvorefter Normalafgrøderne fremstilles ved Interpolering eller glidende Udjævning. Man kan imidlertid ogsaa gaa den Vej at bestemme Udbyttet af de forskellige Forsøgsled ved en foreløbig, direkte Opgørelse, eliminere Forskellen mellem dem og derefter foretage en Udjævning af Resultaterne. Forskellen mellem Forsøgsleddene bortskaffes nemmest ved at danne Differenserne mellem de enkelte Fællesparceller og deres Gennemsnitsafgrøde. Ved Mark 2 fremkommer da efter Plan 3 a de i Fig. 11 opførte Differenser, og der kan nu opstilles de anførte Gennemsnitstal for vandrette og lodrette Rækker. Af disse dan-

Fig. 11. Forskellen mellem Forsøgsleddene bortskaffet.

—28	—13	—14	—7	29	37	35	25	33	Gsn.
—24	—12	—29	—8	8	33	17	37	41	11
—23	—16	—18	—6	19	31	36	35	37	7
—47	—48	—32	—25	—19	10	24	10	34	11
—16	—22	—7	—5	—15	4	23	22	28	—10
—34	—45	—20	—18	—33	—4	—11	—2	—6	1
									—19

Gennemsnit —29 —26 —20 —11 —2 18 21 21 28

nes Normalafgrøderne paa samme Maade som før, og Differenserne mellem disse og de oprindelige Afgrøder (udtrykte ved Forskellen mellem de enkelte Afgrøder og Markens Gennemsnitsudbytte) udregnes. Dernæst indlægges Forsøget paa disse Differenser, og Middelfejlen beregnes efter Formlen

$$M^2 = \frac{6 [v_s^2]}{54 ((9 \div 1) (6 \div 1) (6 \div 1) + 1) : (9 \times 6 \times 6) \div 1} = \frac{12}{65} [v_s^2],$$

idet der er dannet Grupper paa tre forskellige Maader, og Antallet af Elementer i de respektive Grupper har været henholdsvis 9, 6 og 6 (9 Parceller i de vandrette Rækker, 6 i de lodrette og 6 i hvert Forsøgsled¹). Til Sammenligning indlægges Forsøget paa de udjævnede Afgrøder, og vi faar paa samme

Maade som før: $M_1^2 = \frac{[V^2]}{9 \div 1}$, $M_2^2 = \frac{6 [v^2]}{9 (6 \div 1)}$, og deraf

$$M_1 = 20.2, M_2 = 22.5, M = 30.2.$$

¹) Der er egentlig dannet Grupper 4 Gange ved denne Fremgangsmaade, men den første og den sidste Gruppedannelse er identiske.

Sammenstilles Resultaterne med de foregaaende, har man (de først fundne — for lave — Værdier af Middelfejlen ved direkte Opgørelse er anførte i Parentes):

	10 Forsøgsled, 5 Fællesparc.	9 Forsøgsled, 6 Fællesparc.
Direkte Opgørelse.....	28.7 (22.6)	30.2 (25.5)
Efter Udjævning	22.0 —	26.4 —

Ved 10 Forsøgsled og 5 Fællesparceller er der vundet noget mere ved at gøre Forsøget op efter Udjævningsmetoden end ved 9 Forsøgsled og 6 Fællesparceller, hvad der er meget naturligt, da den sidste Forsøgsplan er bedre end den første, idet hvert Forsøgsled er repræsenteret i to Tredjedele af de lodrette Parcelrækker, medens hvert af de 10 Forsøgsled kun har en Parcel i hveranden lodret Række.

Den sidst anførte Løsning af Udjævningsproblemet har en vis almindelig Karakter, idet man altid kan bortskaffe Forskellen mellem Forsøgsleddene og derefter gennemføre een eller anden simpel Udjævning. Normalafgrøderne vil naturligvis paavirkes af, at det er foreløbige Værdier, man benytter ved Bortskaffelsen af Forskellen mellem Forsøgsleddene, men Betydningen heraf vil dog være forholdsvis ringe. Hvor meget Udjævningen forøger Nøjagtigheden, kan man undersøge ved at udregne Middelfejlen og sammenligne den med Middelfejlen efter direkte Opgørelse, bestemt ved Hjælp af Kombinationsmetoden.

I dette og det foregaaende Afsnit er Middelfejlen beregnet af følgende Udtryk, der alle hviler paa Formel 8:

$$10 \text{ Forsøgsled og } 5 \text{ Fællespareller} \dots\dots M^2 = \frac{10}{63} [v_3^2],$$

$$9 \quad \text{»} \quad \text{og } 6 \quad \text{»} \quad \dots\dots M^2 = \frac{9}{52} [v_3^2],$$

$$\text{do., særlig Udjævning} \dots\dots\dots M^2 = \frac{12}{65} [v_3^2].$$

Ved at benytte den simplere Formel 9 vilde vi faa:

$$10 \text{ Forsøgsled og } 5 \text{ Fællesparceller} \dots\dots M^2 = \frac{25}{162} [v_3^2],$$

$$9 \quad \text{»} \quad \text{og } 6 \quad \text{»} \quad \dots\dots M^2 = \frac{27}{160} [v_3^2],$$

$$\text{do., særlig Udjævning} \dots\dots\dots M^2 = \frac{9}{50} [v_3^2].$$

Sættes Middelfejlen efter Formel 8 til 1, vilde Formel 9 give:

10 Forsøgsled og 5 Fællesparceller	0.986,
9 » og 6 » 	0.987,
do., særlig Udjævning	0.987.

Det er da ret underordnet, om man i saadanne Tilfælde benytter den ene eller den anden af de to Formler.

4. 5×5 Parceller. Tilfældig Fordeling.

Som allerede berørt, frembyder de Parcellfordelinger, der er behandlede i de to foregaaende Afsnit, nogle smaa Afvigelser fra det Grundlag, som Formel 5 og de af denne afledede Formler hviler paa, idet Forudsætningen, at der ikke i en Gruppe findes to eller flere Elementer, der har været sammen i en tidligere dannet Gruppe, ikke er helt til Stede. Vi skal nu forsøge at anvende Formlerne 5 og 6 ved en Fejlberregning, hvor hvert nyt Sæt Grupper udtages ganske tilfældigt af det foregaaende Sæt. Der kan da komme to eller flere Elementer sammen, som har været sammen i en tidligere Gruppe (ved Element forstaas en Parcelafgrøde eller en af denne afledet Differens), og vi kan derfor skønne, at der maa blive større Forskel mellem den fundne og den virkelige Værdi af Middelfejlen end ved de to forrige Fejlberregninger, hvor vi kun fjærnede os lidt fra Grundlaget for de paagældende Formler.

For hver enkelt af de 8 Marker, der blev benyttede i 1. Afsnit, er Middelfejlen beregnet af alle 25 Parceller under eet efter Formlen $m^2 = \frac{[v^2]}{25 \div 1}$, hvorpaa der er gaaet frem efter føl-

Tabel 3. Tilfældig Fordeling. Værdier af Middelfejlen (Formel 6).

Mark, Nr.	Alle 25 Parceller under eet	Gruppering, Nr.					
		1	2	3	4	5	6
1	8.5	7.6	8.3	8.6	8.8	8.4	9.0
2	10.5	10.8	11.9	12.8	13.9	12.5	11.7
3	17.1	18.0	16.3	15.8	15.6	14.8	16.0
4	11.4	11.1	11.5	12.5	13.4	14.1	15.7
5	11.7	11.8	12.5	13.0	13.7	14.1	15.1
6	10.0	9.5	9.8	10.5	11.1	11.1	12.0
7	12.1	11.8	12.5	13.1	13.0	14.2	15.5
8	9.3	9.6	9.4	10.0	8.5	7.9	8.6
Middelværdi	11.6	11.6	11.8	12.2	12.5	12.4	13.3

gende Plan: 25 nummererede Brikker, der repræsenterer de 25 Parceller, blandes mellem hverandre; ved Udtrækning i Blinde dannes 5 Grupper à 5 Parceller, Differenserne mellem de enkelte Parcelafgrøder og vedkommende Gruppens Genne- snitsafgrøde udregnes og indføres paa et Skema sammen med Brikernes Numre; Brikkerne blandes, ved Udtrækning deles de 25 Differenser atter i 5 Grupper, og ny Differenser udreg- nes o. s. v. Grupper dannes 6 Gange i alt, og Middelfejlen beregnes hver Gang efter Formel 6.

De fundne Værdier af Middelfejlen er opførte i Tabel 3. Sammenstilles Middelværdierne med de Værdier, der vilde fremkomme ved at beregne Middelfejlen efter Formel 5, og med den rigtige Værdi, der findes ved at beregne Middelfejlen af alle 25 Parceller under eet, faar man¹⁾:

	Rigtig Værdi	Formel 6	Formel 5
1. Gruppering.....	11.6	11.6	11.6
2. ".....	11.6	11.8	11.8
3. ".....	11.6	12.2	12.6
4. ".....	11.6	12.5	14.1
5. ".....	11.6	12.4	17.7
6. ".....	11.6	13.8	∞

Efter 1. Gruppering, hvor det normale Grundlag for de anvendte Formler er til Stede, stemmer de fundne Middelvær- dier med den rigtige Værdi (naar der kun opføres 1 Decimal). Ved de følgende Grupperinger bliver Middelfejlen, som det maatte ventes, for høj og desto højere, jo flere Gange der er dannet Grupper. Efter 3. Gruppering har Formel 5 givet 12.6 (udjævnet Værdi: 12.5) mod 11.6, men Fejlen er forholdsvis lille, naar det tages i Betragtning, hvor meget der i Virkelig- heden er afvejet fra Formlens rette Grundlag. Vi kan derfor slutte, at de smaa Afgigelser, der finder Sted ved de omhand- lede Parcelfordelinger med 3 Grupperinger, er uden praktisk Betydning. — Da Formel 6 giver lavere Værdier af Middel-

¹⁾ En simpel Udjævning af de fundne Middelfejlsværdier giver nedenstaa- ende Tal. Nederste Række angiver de Værdier (afrundede Tal), som Divisor til [v²] derefter skulde have for at give den rigtige Værdi af Middelfejlen, 11.6.

Gruppering, Nr.	1	2	3	4	5	6
m, Formel 6.....	11.6	11.8	12.1	12.4	12.7	13.1
m, " 5.....	11.6	11.8	12.5	14.0	18.2	∞
Divisor (m = 11.6)	20	16.6	13.9	11.7	9.8	8.4

fejlen end Formel 5, naar Antallet af Grupperinger er mere end 2, giver Formel 6 naturligvis den bedste Overensstemmelse med den rigtige Værdi. Ved 3. Gruppering er Fejlen kun 0.6 (0.5 naar man regner med de udjævnede Værdier). I øvrigt er Forskellen mellem Resultaterne efter de to Formler kun 0.4 ved denne Gruppering. Medens Divisor i Formel 5 bliver 0, naar s er lig $p + 1$ (6 Grupperinger), vil Divisor i Formel 6 kun nærme sig 0 ved stadig voksende Værdier af s .

Noter.

I Tidsskrift for Planteavl, 30. Bind, Side 447—450, findes angivet en Fremgangsmaade til Beregning af Middelfejlen, naar alle Parceller ligger i een Række, og Forsøget gøres op efter den saakaldte Række-metode¹⁾. Fremgangsmaaden svarer til en Beregning efter følgende Formel: $m = \sqrt{\frac{[v_2^2]}{p(r \div 1)}} \cdot \frac{p}{p \div 1}$, hvor p er Antallet af Forsøgsled og r Antallet af Fællesparceller²⁾. Formlen hviler paa følgende Ræsonnement:

»Hvis man fra samtlige Fællesparcellers Afgrøde trækker den samme Størrelse, f. Eks. her Markgennemsnittet for alle Stammer og Parceller, og derefter beregner Gennemsnit og Middelfejl af de tilbageblevne Differenser, saa finder man nøjagtig samme Værdi for Middelfejlen, som hvis denne beregnes direkte af de omhandlede Parcelafgrøders Afvigelse fra deres Gennemsnit. Men hvis man fradrager forskellige Gennemsnitsstørrelser, som hver er dannede af et mindre Antal Størrelser, saa indføres der et nyt Moment i Regningen, idet den Parcelafgrøde, hvis Differens skal bestemmes, selv indgaar i Gennemsnitstallet. Kaldes Antallet af Fællesparceller r og Antallet af Stammer i Forsøget p , saa influerer den enkelte Afgrøde med $1 : p$ paa Markgennemsnittets Størrelse, men med $1 : p$ paa det Holdgennemsnit, hvori hver Stamme kun indgaar en Gang. Har man derfor efter den her beskrevne Differensberegning udregnet Middelfejlen, saa skal denne for at svare til den direkte beregnede Middelfejl multipliceres med $\frac{pr \div 1}{r(p \div 1)}$ eller med tilnærmet Rigtighed: Middelfejlen skal multipliceres med $\frac{p}{p \div 1} \dots$

¹⁾ E. Lindhard og J. Chr. Lunden: »Dyrkningsforsøg med Rodfrugstammer, Barres og Kaalroe«. 175. Beretning fra Statens Forsøgsvirksomhed i Plantekultur.

²⁾ Beregningen har i Virkeligheden formet sig lidt anderledes, fordi der maatte tages Hensyn til den Maade, hvorpaa Prøverne til Tørstofbestemmelse blev udtagne, men dette vedrører ikke Princippet i Beregningsmaaden. I Beretningen er Fællesparcellernes Antal betegnet med n ; her benytter vi — i Overensstemmelse med det foregaaende — Bogstavet r .

Da Ræsonnementsformlen ikke stemmer med den matematisk begrundede Formel, som er¹⁾: $m = \sqrt{\frac{[v_2^2]}{(p \div 1)(r \div 1)}}$ (Korrektionsfaktoren $\frac{p}{p \div 1}$ skal ind under Rodtegnet), skal jeg — efter Opfordring fra flere Sider — gennemgaa Ræsonnementet og vise, hvorledes det ved Hjælp af nogle Rettelser og Tilføjelser kan bringes i Overensstemmelse med den rigtige Formel.

Hvis Middelfejlen »beregnes direkte« af pr Enkeltstørrelseres Afvigelser fra deres Gennemsnitsværdi, gælder Formlen $m^2 = \frac{[v^2]}{pr \div 1}$.

Dannes v -erne derimod ved at fradrage »forskellige Gennemsnitsstørrelser, som hver er dannede af et mindre Antal Størrelser«, har man ifølge den almindelige Fejlteori (naar p er det mindre Antal Størrelser): $m^2 = \frac{[v_1^2]}{r(p \div 1)}$ eller $m^2 = \frac{[v_1^2]}{pr \div 1} \cdot \frac{pr \div 1}{r(p \div 1)}$, hvoraf fremgaar, at det er Middelfejlens Kvadrat og ikke Middelfejlen, der

skal »multipliceres med $\frac{pr \div 1}{r(p \div 1)}$ «. Naar det derefter hedder: »... eller med tilnærmet Rigtighed multipliceres med $\frac{p}{p \div 1}$ «, kan vi i Stedet for »tilnærmet Rigtighed« bruge Udtrykket »fuld Rigtighed«, naar vi sætter Korrektionsfaktoren $\frac{p}{p \div 1}$ i Relation til den sande Middelfejl, hvor Divisor skal være pr , i Stedet for til den sandsynlige Middelfejl, der beregnes ved Division med $pr \div 1$. Og kun da er der indført »et nyt Moment i Regningen« ved at fradrage »forskellige Gennemsnitsstørrelser, som hver er dannede af et mindre Antal Størrelser«, da det jo ikke gør nogen principiel Forskel, om Middelfejlen

beregnes af en kortere eller længere Række empiriske Størrelser (i begge Tilfælde gælder det, at »den Parcelafgrøde, hvis Differens skal bestemmes, selv indgaar i Gennemsnitsstallet«). Vi faar da

$m^2 = \frac{[v_1^2]}{pr} \cdot \frac{p}{p \div 1}$ eller $m^2 = \frac{[v_1^2]}{r(p \div 1)}$, som stemmer med den almindelige Fejlteori. Men disse Betragtninger gælder alene Middelfejlens Bestemmelse ved Hjælp af Differenserne v_1 ; skal vi have Nytte af Betragtningerne i det foreliggende Tilfælde, maa de overføres paa det næste Sæt Differenser, v_2 . Om dette er tilladeligt, kan ikke vides paa Forhaand; men det kan gøres ifølge de Undersøgelser, der har ført til Formel 4 (derimod stiller Sagen sig anderledes, naar vi gaar fra v_2 til v_3), og vi kan derfor sætte

$$m^2 = \frac{[v_2^2]}{pr} \cdot \frac{p}{p \div 1} \cdot \frac{r}{r \div 1} = \frac{[v_2^2]}{(p \div 1)(r \div 1)}$$

I E. Lindhards første Beskrivelse af Rækkemetoden blev Middelfejlen beregnet efter den almindelige Formel uden nogen Korrektion

¹⁾ Se Tidsskrift for Planteavl, 31. Bind, Side 489.

for de udførte Omregninger af de oprindelige Forsøgsresultater, men efter Fremkomsten af min Afhandling om Bestemmelse af Middelfejlen ved Kombinationer af ensidige og tilfældige Afgivelser indførte Forfatterne af 175. Beretning den ovenfor behandlede Korrektion. Denne er — navnlig naar Korrektionsfaktoren anbringes rigtig, nemlig under Rodtegnet — meget lille. I andre Tilfælde betyder Korrektionen mere. Dens Størrelse afhænger af hvor mange Gange (s), der er dannet Grupper, og hvor mange Elementer (p), der findes i hver Gruppe. Jo større s er, og jo mindre p er, desto større bliver Korrektionen. Eksemplet i 175. Beretning har $s=2$ og $p=23$, og Korrektionsfaktoren bliver $\sqrt{\frac{23}{22}}$ eller omtrent 1.02. Her er Korrektionen kun ca. 2 pCt. af Middelfejlen. Ved det femdelte Forsøg er $s=3$ og $p=5$, og Korrektionsfaktoren bliver $\sqrt{\frac{p}{p \div (s \div 1)}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$ eller meget nær 1.29. Her drejer det sig altsaa om 29 pCt. (22.5 pCt. af Middelfejls rigtige Værdi), og Resultatet af Fejlberegningen vil blive stærkt forrykket, hvis man — som ved Surface og Pearls Metode — undlader at tage Hensyn til den Indflydelse, som de foretagne Omregninger af Forsøgsresultaterne udøver paa de Størrelser, der skal repræsentere Fejlene¹⁾.

Naar p er lig 23, vil der begaaes en lige saa stor Fejl ved at benytte Korrektionsfaktoren $\frac{23}{22}$ (uden for Rodtegn) som ved at undlade Korrektionen. Er den rigtige Værdi af Middelfejlen m, vil man i første Tilfælde faa 1.02 m, i sidste Tilfælde 0.98 m.

Hvis man sætter Korrektionsfaktoren $\frac{p}{p \div 1}$ uden for Rodtegnet, naar man beregner Middelfejlen af v_2 , men den tilsvarende Faktor, $\frac{p}{p \div (s \div 1)}$, under Rodtegnet, naar man beregner Middelfejlen af v_3 , vil det medføre, at Korrektionen bliver praktisk talt lige stor for v_2 og v_3 (naar de laveste Værdier af p undtages), skønt v-erne bliver mindre og mindre for hver Gang, der er dannet Grupper.

I »Statistical Methods for Research Workers« har R. A. Fisher, Rothamsted (England), gennemført en Analyse af Afgrødevariationen ved nogle Markforsøg. Vi vil illustrere disse Undersøgelser ved Hjælp af Prøvedyrkningsmaterialet fra Mark 4, Afsnit 1.

Eksempel 1. Vi indlægger et femdelt Forsøg efter Plan 1 a, udregner Forsøgsleddenes Totalafgrøder og Differenserne mellem disse

¹⁾ Surface og Pearls Metode tilsigter at fjerne Virkningen af de ensidige Frugtbarhedsvariationer, udtrykt ved Afgrøderne af de vandrette og lodrette Parcelrækker, men da det ikke er de samme Forsøgsled, der gaar igen i de forskellige Rækker ved de af Forfatterne behandlede Forsøgsplaner, fjernes samtidig en Del af »Udslaget« (Jordens Uensartethed sammenblandes med Forsøgsleddenes Forskellighed), og Forsøgsresultaterne forvanskes.

og deres Gennemsnitsværdi og kan nu beregne Middelfejlen efter Formlen $m_F^2 = \frac{[V^2]}{5 \div 1}$. For at faa et ensartet Variationsmaal, saaledes at Middelfejlen paa Afgrøderne af Forsøgsleddene kan sammenlignes med Middelfejlen paa Afgrøderne af Enkeltparcellerne, maa den divideres med 5 (Forsøgsleddenes Afgrøder er 5 Gange saa store som Enkeltparcellernes) og multipliceres med $\sqrt{5}$ (Middelfejlen paa Enkeltafgrøderne er $\sqrt{5}$ Gange større end Middelfejlen paa Gennemsnittet af 5 Enkeltafgrøder). Vi opnaar det samme ved at dividere Kvadratsummen med $\left(\frac{5}{\sqrt{5}}\right)^2 = 5$. Vi beregner dernæst Middelfejlen af de sammenhørende Fællesparcellers Afvigelser fra deres Gennemsnitsafgrøde efter Formlen $m_{r1}^2 = \frac{[v_1^2]}{5 (5 \div 1)}$, og endelig beregnes Middelfejlen af alle 25 Parceller under eet: $m^2 = \frac{[v^2]}{25 \div 1}$. Vi finder da følgende Resultater:

	Friheds- grader ¹⁾	Divisor	Kvadratsum	Middel- fejl
m_F	4	$5 \div 1$	$1137 : 5 = 227$	7.5
m_{r1}	20	$5 (5 \div 1)$	2875	12.0
Sum...	24		3102	
m	24	$25 \div 1$	3102	11.4

Eksempel 2. Vi beregner Middelfejlen af de vandrette Rækkers Totalafgrøder efter Formlen $m_R^2 = \frac{[V_R^2]}{5 \div 1}$, m_F beregnes ligesom før. Derefter bortskaffer vi Forskellen mellem de vandrette Rækkers Totalafgrøder ved at korrigere Parcellerne inden for samme vandrette Række med Forskellen mellem Rækkens Gennemsnitsafgrøde og hele Markens Gennemsnitsafgrøde, hvorefter m_{r2} beregnes af ²⁾

$m_{r2}^2 = \frac{[v_2^2]}{(5 \div 1) (5 \div 1)}$. Vi finder:

	Friheds- grader	Divisor	Kvadratsum	Middel- fejl
m_R	4	$5 \div 1$	$5335 : 5 = 1067$	16.3
m_F	4	$5 \div 1$	$1137 : 5 = 227$	7.5
m_{r2}	16	$(5 \div 1)^2$	1809	10.6
Sum...	24		3103	
m	24	$25 \div 1$	$3102^3)$	11.4

¹⁾ »Degrees of freedom«.

²⁾ Formlen (Formel 4) blev offentliggjort i Tidsskrift for Planteavl i 1922. Fishers Bog udkom i 1925.

³⁾ Udregningerne er gennemførte uden Decimaler.

Eksempel 3. Middelfejlen beregnes baade af de vandrette Rækker og af de lodrette (Søjler, $m_s = \frac{[V_s^2]}{5 \div 1}$) og af Forsøgsleddene, hvorefter Parcelafgrøderne korrigeres saaledes, at ikke blot de vandrette men ogsaa de lodrette Rækker faar samme Totalafgrøde. Vi danner atter Differenserne (v_3) mellem de sammenhørende Fællesparceller og deres Gennemsnitsafgrøde.

	Friheds- grader	Divisor	Kvadratsum	Middel- fejl
m_R	4	$5 \div 1$	$5335 : 5 = 1067$	16.3
m_S	4	$5 \div 1$	$5199 : 5 = 1040$	16.1
m_F	4	$5 \div 1$	$1137 : 5 = 227$	7.5
m_{f3}	12 ¹⁾	?	772	?
Sum....	24		3106	
m	24	$25 \div 1$	$3102^2)$	11.4

Længere kan vi ikke komme ved at følge Forfatteren, idet han ikke beregner Middelfejlen af $[v_3^2]$ (her 772) men af Summen, der svarer til $772 + 227$ (her gælder Formel 4!). Det ligger nær at bygge videre paa Formel 4 og sætte Frihedsgraden 12, bestemt som Differens eller Rest, lig Divisor til $[v_3^2]$, men ligesom vi ikke ved Lindhards og Lundens Formel kunde overføre det for v_1 gældende paa v_2 uden nærmere Undersøgelse, kan vi heller ikke uden videre slutte fra v_2 til v_3 . Men i efterfølgende Afhandling har N. P. Johansen fundet den

almindelige Formel $m^2 = \frac{[v_s^2]}{(p \div 1)(p \div (s \div 1))}$ (hans Undersøgelser viser tillige, at de to Sæt Differenser, v_2 og v_3 , er væsensforskellige, idet v_2 er afledet af uafhængige, v_3 af afhængige Størrelser), og ifølge denne faar vi $m^2 = \frac{772}{12}$ og $m_{f3} = 8.0$.

Fisher kommer til det Resultat, at Parcellfordelingen bør være tilfældig inden for visse Grænser, for at man lettere kan gennemføre en korrekt Fejlregning. Det forekommer mig dog mere naturligt at afpasse Fejlregningen efter Forsøgene end omvendt.

Oversigt over Formler til Bestemmelse af Middelfejlen ved Markforsøg.

(Henvisningerne gælder Tidsskrift for Planteavl).

1. Formel 3, $m^2 = \frac{[v_1^2]}{p(r \div 1)}$, hvor p er Antallet af Forsøgsled og r Antallet af Fællesparceller, kan benyttes, hvis der

¹⁾ Rest (»Remainder«).

²⁾ Udregningerne er gennemførte uden Decimaler.

ikke findes ensidige Variationer i Forsøgsstykkets Frugtbarhed; men saadanne vil oftest være til Stede.

2. Formel 4, $m^2 = \frac{[v_2^2]}{(p \div 1)(r \div 1)}$, benyttes:

A. Naar p Forsøgsled er indlagte paa r Forsøgssteder (28. Bind, Side 97), og naar p Forsøgsled er indlagte paa samme Forsøgssted i r Aar (eller paa flere Forsøgssteder, idet der foretages en Sammendragning af det enkelte Aars Forsøgsresultater. 28. Bind, Side 100) eller i andre Tilfælde, hvor der foreligger pr Forsøgsresultater, som er behæftede med ensidige Afvigelser i to Henseender.

B. Naar Middelfejlen beregnes ved et enkelt Markforsøg med p Forsøgsled og r Fællesparceller, og der forekommer følgende Tilfælde:

a. Parcellerne ligger i r Afdelinger, som hver indeholder en Parcel af hvert Forsøgsled. Forsøget gøres op ved en simpel Sammentælling af Fællesparcellernes Afgrøder. Til Beregning af Middelfejlen elimineres Forskellen mellem de enkelte Afdelinger (30. Bind, Side 527). Metoden er mindre nøjagtig, hvis der er en stærk Skraaplansvariation til Stede (31. Bind, Side 482).

b. Ved Forsøgets Opgørelse benyttes en glidende Udjævning, idet Parcellfordelingen tillader en gradvis Forskydning af Afdelingerne i lodret og vandret Retning, saaledes at hver Afdeling stadig indeholder en Parcel af hvert Forsøgsled (31. Bind, Side 469). Formlen benyttes ogsaa, selv om den glidende Udjævning maa kombineres med Interpolering, fordi Afdelingerne kun kan forskydes i een Retning (31. Bind, Side 472).

c. Parcellerne ligger i een Række, saaledes at Afdelingerne (een Parcel brede) kan forskydes en Parcel ad Gangen og dog stadig indeholde en Parcel af hvert Forsøgsled (31. Bind, Side 489).

3. Formel 5, $m^2 = \frac{[v_s^2]}{(p \div 1)(p \div (s \div 1))}$, benyttes ved For-

søg med p Forsøgsled og p Fællesparceller, naar hvert Forsøgsled har en Parcel i hver vandret og een i hver lodret Række, og der til Bestemmelse af Middelfejlen ved en simpel Opgørelse af Forsøget foretages en Eliminering af Forskellen mellem de enkelte, baade vandrette og lodrette Rækker; s er

da lig 3, idet Parcellerne deles i Grupper paa 3 forskellige Maader: Rækker, Søjler (lodrette Rækker) og Forsøgsled (Side 624—25).

$$4. \text{ Formel 8, } m^2 = \frac{[v_s^2]}{n((p_1 \div 1)(p_2 \div 1)(p_3 \div 1) + 1) : (p_1 p_2 p_3) \div 1'}$$

benyttes, naar Antallet af Parceller i de Grupper, mellem hvilke Forskellen elimineres, ikke er det samme ved alle 3 Inddelinger, fordi der er flere (eller færre) Forsøgsled, end der er Fællesparceller; n er Antallet af samtlige Parceller, og $p_1 - p_2 - p_3$ er Antallet af Parceller i hver Gruppe ved henholdsvis første, anden og tredje Inddeling. Formlen kan anvendes baade ved en simpel Opgørelse (Side 628) og efter en mere rationel Udjævning (Side 630), men i første Tilfælde maa man have Opmærksomheden henvendt paa Forholdet mellem Forsøgsplanen og en eventuel Skraapansvariation og dette Forholds Indflydelse paa Fejlregningen.

$$5. \text{ Formel 6, } m^2 = \frac{[v_s^2]}{n} \cdot \left(\frac{p}{p \div 1}\right)^s, \text{ eller}$$

$$\text{Formel 7, } m^2 = \frac{[v_s^2]}{n} \cdot \frac{p_1}{p_1 \div 1} \cdot \frac{p_2}{p_2 \div 1} \cdots \frac{p_s}{p_s \div 1},$$

kan benyttes i forskellige komplicerede Tilfælde, hvor der ikke foreligger specielt udarbejdede Formler, og give en brugbar Tilnærmelse (Side 622 og 637).

6. Formel 9, $m^2 = \frac{[v_s^2]}{n(p_1 \div 1)(p_2 \div 1)(p_3 \div 1)(p_1 p_2 p_3)}$, der er et specielt Tilfælde af Formel 7 ($s = 3$), kan uden større Fejl benyttes i Stedet for Formel 8, naar Antallet af Parceller ikke er meget lille (Side 635—36).

7. Ønsker man at bestemme Middelfejlen for de enkelte Forsøgsled hver for sig (trods den Usikkerhed, en saadan Bestemmelse er behæftet med), gælder de samme Fremgangsmaader og de samme Formler, som naar Middelfejlen bestemmes for hele Forsøget under eet, men Kvadratsummen for det enkelte Forsøgsled maa da multipliceres med p , Forsøgsledenes Antal, (eller Divisor maa divideres med p).

8. Af m , Middelfejlen paa de enkelte Parcelafgrøder, findes M , Middelfejlen paa Parcelholdenes Totalafgrøder, efter de almindelige fejlteoretiske Regler af $M^2 = r m^2$, naar r er Fællesparcellernes Antal.

9. En meget fin Bestemmelse af Middelfejlen paa Forsøgsresultaterne efter en simpel (direkte) Opgørelse kan gennemføres ved Benyttelse af Kombinationsformlen $M^2 = M_1^2 + M_2^2$, hvor M er Middelfejlen paa Parcelholdenes Totalafgrøder. M_1 er Middelfejlen, der skyldes den ensidige Variation og findes ved at indlægge Forsøget paa udjævnede Afgrøder (Normalafgrøder) og beregne Middelfejlen af Forsøgsleddenes Totalafgrøder efter Formlen $M_1^2 = \frac{[V^2]}{p \div 1}$, idet p er Forsøgsleddenes Antal. M_2 er Middelfejlen, der skyldes de tilfældige Afvigelser og findes ved at indlægge Forsøget paa Differenserne mellem de udjævnede og de virkelige Afgrøder og beregne Middelfejlen af de enkelte Fællesparcellers Afvigelser fra Parcelholdets Gennemsnitsafgrøde efter Formlerne $m^2 = \frac{[v_1^2]}{p (r \div 1)}$, $M_2^2 = r m^2$, (Side 630—31. Kombinationsmetoden er fremsat og nærmere undersøgt i 31. Bind, Side 482—485).