

Anlæg og Opgørelse af Markforsøg.

Af R. K. Kristensen.

I den ældste og simpleste Form for Markforsøg var hvert Forsøgsled kun repræsenteret ved een Parcel, og man var — med Hensyn til Forsøgets Nøjagtighed — prisgivet Jordens større eller mindre Uensartethed. Da *P. Nielsen* indførte Brugen af Fællesparceller¹⁾ og delte det Areal, som stod til Raadighed for hvert enkelt Forsøgsled, i flere mindre Parceller, der blev spredt over Marken eller Forsøgsstykket, blev Virkningen af de større Variationer i Jordens Frugtbarhed delvis ophævede, og Overensstemmelsen mellem Fællesparcellerne gav samtidig en vis Kontrol med Forsøgets Nøjagtighed; men en korrekt Fejlberedning kan dog ikke gennemføres paa sædvanlig Maade, fordi ensidige eller systematiske Variationer i Jordbundens Ydeevne griber ind og bevirker, at de almindelige Regler for Ophobning af tilfældige Fejl ikke kan anvendes²⁾. I 1905 forelagde *G. Holtmark* og *Bastian R. Larsen* det saakaldte Maaleprøvesystem³⁾, hvor et Antal »Maaleparceller« spredes over hele Stykket, og — hvis det f. Eks. drejer sig om Sortsforsøg — besaas med samme Sort, som derefter benyttes til Sammenligning med de egentlige Forsøgsparceller, idet hver enkelt af disse sammenlignes med de nærmest liggende Maaleparceller. Virkningen af de ensidige Variationer maatte da antages at være ophævet saa godt som fuldstændig, og samtidig

¹⁾ *K. Hansen*: »Statskonsulent P. Nielsen«, Tidsskrift for Landøkonomi, 17. Bind (1918), Side 465. Betegnelsen »Fællesparceller« er først brugt af *T. Westermann*, se »Statsunderstøttede Foranstaltninger til Planteavlens Fremme gennem landøkonomiske Foreninger i Danmark« af *H. C. Larsen* og *L. P. M. Larsen*, Tidsskrift for Planteavl, 24. Bind (1917), Side 111.

²⁾ *E. Lindhard*: »Om det matematiske Grundlag for Dyrkningsforsøg paa Agermark«, Tidsskrift for Landbrugets Planteavl, 16. Bind (1909), Side 337.

³⁾ Tidsskrift for Landbrugets Planteavl, 12. Bind (1905), Side 330.

blev der Mulighed for at gennemføre en rationel Fejlberægning: Maaleparcellerne lægger imidlertid Beslag paa en stor Del af Arealet og formindsker Fællesparcellernes Antal, og man søgte derfor at udarbejde Metoder, hvorved man kunde undvære Maaleparcellerne og dog ophæve Virkningen af de ensidige Variationer i Jordens Frugtbarhed. Medens *N. A. Hansen* gik den Vej at muliggøre et indgaaende Kendskab til Jordens Frugtbarhedsvariationer ved forud for de egentlige Forsøg at inddele Marken i Parceller, der blev behandlede og tilsaede ens og høstede hver for sig, og derefter anlægge de egentlige Forsøg paa Grundlag af disse, gennem flere Aar fortsatte Prøvedyrkninger¹⁾, søgte *Alfred Hummel* at løse Opgaven ved at fremstille et Slags Jordbundskort paa Grundlag af selve Forsøgsresultaterne, idet han tog Gennemsnit af 9 og 9 Parceller, liggende i firsidede Afdelinger à 3×3 Parceller, under stadig Forskydning af disse og udfyldte den midterste Parcel i hver Afdeling med den fundne Gennemsnitsafgrøde²⁾. Ved Opgørelsen blev de virkelige Afgrøder sammenlignede med disse Gennemsnitsafgrøder. Metoden havde den afgørende Mangel, at de 9 Parcelafgrøder, der blev taget Gennemsnit af, ikke hele Tiden bestod af de samme Forsøgsled; Jordbundskortet blev saaledes et blandet Udtryk for Variationen i Jordens Frugtbarhed og Forsøgsleddenes Forskellighed. Den samme Mangel klæber ved en af *F. M. Surface* og *R. Pearl* foreslaaet Metode³⁾, der gaar ud paa at fremstille et lignende Frugtbarhedskort ved for hver enkelt Parcel at multiplicere Summen af Afgrøderne paa de Parceller, der ligger i samme vandrette Række som den paagældende Parcel, med Summen af Afgrøderne paa de Parceller, der ligger i den tilsvarende lodrette Række og dividere Produktet med Summen af samtlige Afgrøder i Forsøget⁴⁾. *E. A. Mitscherlich* fjærnede den

¹⁾ Tidsskrift for Planteavl, 21. Bind (1914), Side 553.

²⁾ Illustrierte Landwirtschaftliche Zeitung, 31. Aargang (1911), Side 822.

³⁾ Journal of Agricultural Research, 5. Bind II (1916), Side 1039.

⁴⁾ Anvendes Metoden paa et Forsøg, der er anlagt saaledes, at hvert enkelt Forsøgsled har en Parcel i hver vandret og een i hver lodret Række, falder Jordbundskortets blandede Karakter bort, men de ved Metoden beregnede Afgrødetal kan ikke benyttes til en rationel Fejlberægning, fordi de foretagne Omregninger har forandret det talmæssige Udtryk for Fejlene, saa at den almindelige Formel for Berægning af Middelfejlen ikke kan bruges, og en speciel Formel er ikke angivet.

Mangel, som saadanne blandede Frugtbarhedskort lider af, ved at lægge Parcellerne i een Række saaledes, at de Parceller, der tages Gennemsnit af, stadig omfatter en Parcel af hvert Forsøgsled¹⁾. Men Mitscherlich nøjes ikke med at sammenligne hver enkelt af de virkelige Afgrøder med den udjævnedes Afgrøde (Gennemsnitsafgrøde) paa samme Parcel, men sammenligner den med de udjævnedes Afgrøder paa alle de Parceller, der har været med til at danne vedkommende Gennemsnitstal, og kommer derved til nogle konstruerede Afgrøder, der er langt større i Antal end de oprindelige. Opgørelsen bliver derved yderst omstændelig, og et Forsøg paa at gennemføre en Fejlberægning ved Hjælp af de konstruerede Afgrøder førte Mitscherlich ud i et haabløst Uføre²⁾. E. Lindhard forenkledes Metoden ved at bortskære de overflødige Beregninger og blot sammenligne hver enkelt Afgrøde med Gennemsnitsafgrøden af det Parcelhold, som vedkommende Parcel ligger midt i³⁾. Men da Metoden kræver, at alle Parcellerne helst skal ligge i een Række, maa disse være lange og smalle, og Metoden egner sig derfor bedst til Forsøg med Rodfrugter og mindre godt til Forsøg med Kornarter eller i det hele taget Forsøg, hvor man foretrækker tilnærmelsesvis kvadratiske Parceller. Her kan Problemet imidlertid løses ved følgende Fremgangsmaade, der forekommer mig at være en naturlig Konsekvens af den i det foregaaende skitserede Udvikling:

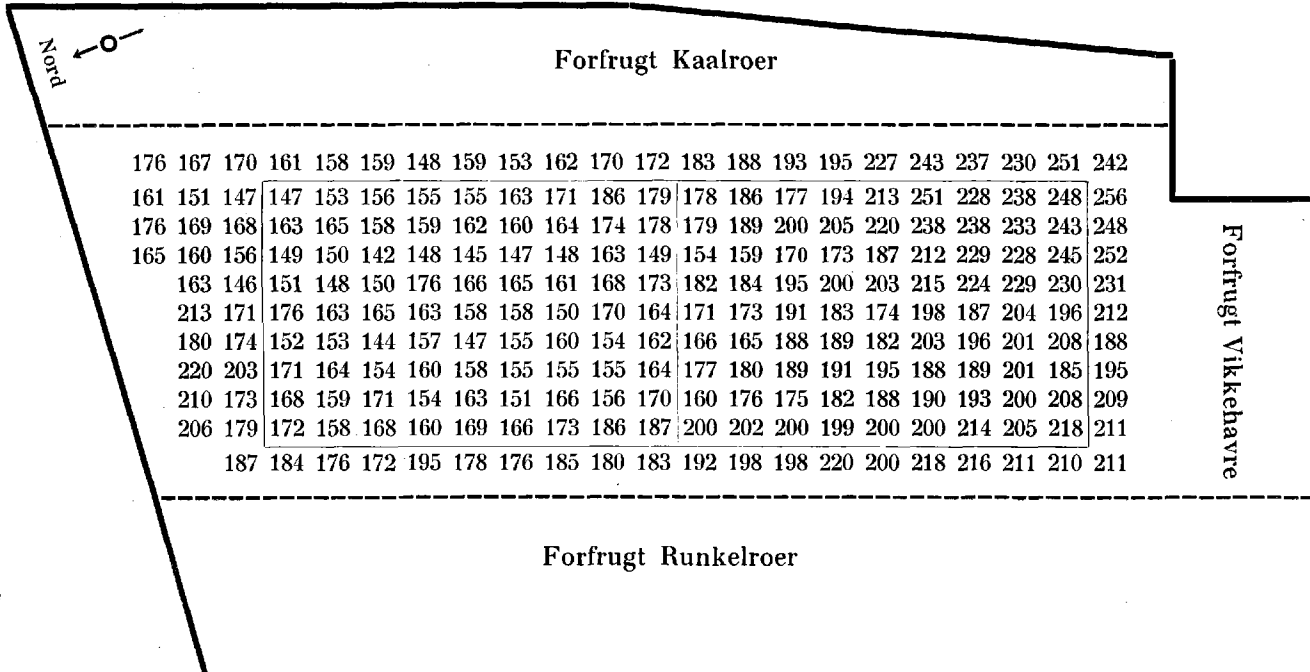
Parcellerne lægges paa almindelig Maade i Rækker, hvor Forsøgsleddene følger efter hverandre i Nummerorden, men Antallet af Forsøgsled skal være et Produkt af hele Tal, f. Eks. 2×3 , 3×3 , 3×4 , 4×4 . Kan dette ikke naas paa anden Maade, gentages et eller flere Forsøgsled, hvortil kan vælges Led af særlig Vigtighed. Man opnaar da, som det senere skal vises, at Parcellerne kan lægges i regelmæssige, firsidede Afdelinger saaledes, at hver Afdeling indeholder en Parcel af hvert Forsøgsled. Antallet af Parceller i hver Afdeling bliver altsaa lig Antallet af Forsøgsled, og Antallet af Afdelinger falder sammen med Antallet af Fællesparceller. Ved Opgørelsen

¹⁾ Landwirtschaftliche Jahrbücher, 42. Bind (1912), Side 415.

²⁾ R. K. Kristensen: »Om Bestemmelse af Middelfejlen ved Markforsøg«, Tidsskrift for Planteavl, 22. Bind (1915), Side 349, og »Fejlberægning ved Markforsøg«, Nordisk Jordbrugsforskning 1924, Side 194 og 254.

³⁾ Nordisk Jordbrugsforskning 1921—1922, Side 228.

Fig. 1.



af Forsøget sammenlignes hver enkelt Parcelafgrøde med en lokal Normalafgrøde, der repræsenterer en Gennemsnitsafgrøde af samtlige Forsøgsled paa vedkommende Sted i Marken. I det følgende skal Fremgangsmaaden illustreres og undersøges ved Hjælp af et Prøvedyrkningsmateriale fra Forsøgsstationen ved Askov.

Prøvedyrkningen foregik i 1905 paa en Mark, som Forsøgsstationen lejede til fremtidig Forsøgsbrug. Marken blev tilsaat med 6radet Byg og høstet i Parceller à 10×14 Alen (6.24×8.79 m). Jorden var ensartet, lermuldet Jord, men et Angreb af Meldug, der bredte sig fra en tilgrænsende Mark med Vinterbyg, forringede Afgrøden i den ene Side af Marken. Formindskelsen var dog meget jævn, derimod var Afgrødens Størrelse stærkt præget af den tidligere Inddeling i forskelligt behandlede Skifter. Ligeledes var der Parcelrækker, der gennemgaaende gav større eller mindre Afgrøder end andre Rækker, hvad der antagelig skyldes gamle Agerrene. Fig. 1 viser den østlige Ende af Marken. Parcellernes Afgrøde er angivet i Hektogram, Halm og Kærne tilsammen. Som det ses, kan der paa et Stykke med samme Forfrugt udskæres to Forsøgsmarker ved Siden af hinanden, hver med 9×9 Parceller, og en Række ekstra Randparceller udenom. Den nordlige betegnes i det følgende som Mark A, den sydlige som Mark B.

Fig. 2. Gennemsnitsafgrøder.

Mark A

Mark B

154	155	168	177	210	237
156	161	162	179	194	208
165	160	168	184	193	201

I Fig. 2 er begge Marker inddelte i Afdelinger, hver med 3×3 Parceller, og Gennemsnitsafgrøden paa hver Afdeling angivet. Paa Grund af det nævnte Angreb af Meldug er Afgrøden stigende fra Nord til Syd (fra venstre til højre). Paa Mark A er Stigningen dog ubetydelig, men paa Mark B, hvor

Angrebet tabte sig, stiger Afgrøden ret stærkt mod det sydøstlige Hjørne, og denne Mark frembyder derfor en udpræget Skraaplansvariation.

Fig. 3. Plan 1 a.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6

Fig. 4. Plan 1 b.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	8	9	1	2	3	4	5	6
4	5	6	7	8	9	1	2	3
1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	8	9	1	2	3	4	5	6
4	5	6	7	8	9	1	2	3
1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	8	9	1	2	3	4	5	6
4	5	6	7	8	9	1	2	3

Paa disse 2 Marker er indlagt fingerede Forsøg med 9 Forsøgsled à 9 Fællesparceller efter de i Fig. 3 og 4 viste Planer, hvor Forsøgsleddene er betegnede med Numre fra 1 til 9. Naar begge Marker behandles under eet, og de ekstra Randparceller benyttes, kan samtlige 9×9 Parceller i hver Mark udfyldes med Normalafgrøder, der fremkommer ved at danne Middeltal af 3×3 Parceller, idet Afdelingerne stadig forskydes en Parcelrække i lodret eller vandret Retning. Som Følge af de valgte Forsøgsplaner omfatter de 9 Parceller, hvoraf der tages Gennemsnit, stadig en Parcel af hvert Forsøgsled, og Gennemsnittet er da lig Normalafgrøden paa den midterste af de 9 Parceller. De 4 Normalafgrøder i det øverste venstre Hjørne af Mark A fremkommer f. Eks. saaledes:

170	161	158	} Gns. 159	161	158	159	} Gns. 158
147	147	153		147	153	156	
168	163	165		163	165	158	
147	147	153	} Gns. 155	147	153	156	} Gns. 154
168	163	165		163	165	158	
156	149	150		149	150	142	

Samtlige Normalafgrøder er opførte i Fig. 5¹⁾. Trækkes Normalafgrøderne fra de virkelige Afgrøder, fremkommer

¹⁾ Har Afdelingen ingen Midteparcel, vil de Gennemsnitstal, der fremkommer ved Forskydning af Afdelingerne, ikke svare helt nøjagtig til nogen af Parcellerne. Er der f. Eks. 4×4 Parceller i hver Afdeling, vil Gennemsnitstallene svare til de Punkter, hvor Parcellerne støder sammen med Hjørnerne; men hvis man derefter for hver Parcel danner Middeltal af de 4 Hjørneafgrøder, kan de saaledes fremkomne Normalafgrøder placeres korrekt.

Fig. 5. Normalafgrøder. Plan 1 a—b.

Mark A

Mark B

159	158	157	157	157	161	167	173	178	181	186	192	203	221	233	237	238	243
155	154	154	153	155	157	164	168	171	172	177	184	193	210	224	233	237	243
155	153	155	156	159	158	161	164	169	172	179	183	195	206	218	227	233	238
150	155	156	157	165	162	166	161	166	168	175	181	186	194	203	214	219	225
159	156	158	158	161	158	160	162	168	171	179	185	189	194	198	206	208	211
170	160	158	156	157	155	157	159	165	169	178	183	187	189	190	196	196	199
169	160	157	156	156	157	156	160	163	169	175	182	187	190	192	192	198	199
172	165	161	162	160	162	163	168	173	180	184	188	191	193	195	198	201	204
173	170	168	170	168	170	171	176	179	185	189	194	196	200	202	205	208	209

Fig. 6. Differenser mellem Normalafgrøder og virkelige Afgrøder.

Mark A

Mark B

-12	-5	-1	-2	-2	2	4	13	1	-3	0	-15	-9	-8	18	-9	0	5
8	11	4	6	7	3	0	6	7	7	12	16	12	10	14	5	-4	0
-6	-3	-13	-8	-14	-11	-13	-1	-20	-18	-20	-16	-22	-19	-6	2	-5	7
1	-7	-6	19	1	3	-5	7	7	14	9	14	14	9	12	10	10	5
17	7	7	5	-3	0	-10	8	-4	0	-6	6	-6	-20	0	-19	-4	-15
-18	-7	-14	1	-10	0	3	-5	-3	-3	-13	5	2	-7	13	0	5	9
2	4	-3	4	2	-2	-1	-5	1	8	5	7	4	5	-4	-7	3	-14
-4	-6	10	-8	3	-11	3	-12	-3	-20	-8	-13	-9	-5	-5	-5	-1	4
-1	-12	0	-10	1	-4	2	10	8	15	13	6	3	0	-2	9	-3	9

Fig. 7. Udlignede Afgrøder.

Mark A

Mark B

149	156	160	159	159	163	165	174	162	195	198	183	189	190	216	189	198	203
169	172	165	167	168	164	161	167	168	205	210	214	210	208	212	203	194	198
155	158	148	153	147	150	148	160	141	180	178	182	176	179	192	200	193	205
162	154	155	180	162	164	156	168	168	212	207	212	212	207	210	208	208	203
178	168	168	166	158	161	151	169	157	198	192	204	192	178	198	179	194	183
143	154	147	162	151	161	164	156	158	195	185	203	200	191	211	198	203	207
163	165	158	165	163	159	160	156	162	206	203	205	202	203	194	191	201	184
157	155	171	153	164	150	164	149	158	178	190	185	189	193	193	193	197	202
160	149	161	151	162	157	163	171	169	213	211	204	201	198	196	207	195	207

Differenserne i Fig. 6, og lægges disse til Markens Gennemsnit (161 hg ved Mark A og 198 hg ved Mark B), faar man de »udlignede« Afgrøder i Fig. 7. Ved denne Udjævning er Virkningen af den ensidige Variation bortskaffet, og Afgrøden

af hvert enkelt Forsøgsled er nu fundet ved at addere de sammenhørende Parcellers (Fællesparcellers) Afgrøder. Desuden er Forsøget gjort op efter den gamle Metode, hvor der intet foretages for at ophæve Virkningen af den ensidige Variation — udover den Spredning af Fællesparcellerne, som den valgte Forsøgsplan har medført. Forsøgsleddenes Afgrøder efter de to Fremgangsmaader er opførte i Tabel 1 tilligemed Middelfejlen paa disse Afgrøder, beregnet direkte efter Formlen $M = \sqrt{[v^2] : (n \div 1)}$ med de 9 Forsøgsled som Gentagelsesrække (samtlige Forsøgsled skulde jo her, hvor det drejer sig om et fingeret Forsøg, give lige store Afgrøder, hvis der ingen Fejlkilder fandtes).

Tabel 1. Forsøgsleddenes Afgrøder efter direkte Opgørelse og efter Udjævning. Plan 1 a—b.

Led Nr.	Mark A						Mark B					
	Plan 1 a			Plan 1 b			Plan 1 a			Plan 1 b		
	Direkte	Udjævn.	Forskel	Direkte	Udjævn.	Forskel	Direkte	Udjævn.	Forskel	Direkte	Udjævn.	Forskel
1	1414	1416	2	1426	1435	9	1716	1765	49	1746	1809	63
2	1426	1420	— 6	1451	1452	1	1756	1761	5	1766	1778	12
3	1440	1424	—16	1427	1416	—11	1823	1782	—41	1858	1822	—36
4	1479	1483	4	1444	1438	— 6	1734	1789	55	1723	1766	43
5	1469	1466	— 3	1440	1430	—10	1783	1783	0	1774	1759	—15
6	1475	1458	—17	1449	1425	—24	1891	1842	—49	1859	1792	—67
7	1436	1425	—11	1459	1451	— 8	1731	1767	36	1712	1746	34
8	1453	1449	— 4	1457	1453	— 4	1776	1760	—16	1775	1767	— 8
9	1439	1423	—16	1478	1464	—14	1847	1782	—65	1844	1792	—52
Gns.	1448	1440	(+9)	1448	1440	(+10)	1784	1781	(+35)	1784	1781	(+37)
M	22.6	24.2		16.3	15.6		58.9	25.2		56.5	24.6	

Ved Mark A, hvor der ikke fandtes nogen ensidig Variation af Betydning, er Forsøgsleddenes Afgrøder efter de to Opgørelsesmaader ikke meget forskellige, Forskellen gaar overvejende i samme Retning, og Middelfejlen er omtrent lige stor efter begge Metoder; men ved Mark B er den gennemsnitlige Forskel mellem Afgrøderne (beregnet uden Hensyn til Fortegn) betydelig større, hvad der naturligvis skyldes Skraaplans-

variationen, og her har Udjævningen formindsket Middelfejlen til under det halve.

Fig. 8. Plan 2 a.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7	8	9	1
5	6	7	8	9	1	2	3	4
8	9	1	2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8	9	1	2
6	7	8	9	1	2	3	4	5
9	1	2	3	4	5	6	7	8

Fig. 9. Plan 2 b.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	1	2	3
7	8	9	1	2	3	4	5	6
3	4	5	6	7	8	9	1	2
6	7	8	9	1	2	3	4	5
9	1	2	3	4	5	6	7	8
5	6	7	8	9	1	2	3	4
8	9	1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8	9	1

Denne Sammenligning mellem de to Metoder er imidlertid ikke udtømmende. Hvis Forsøgsplanen var lagt med direkte Opgørelse for Øje, vilde man ikke lægge 3 Parceller af samme Forsøgsled i samme lodrette Række, men sprede dem som f. Eks. i Plan 2 a—b, hvor hvert Forsøgsled har en Parcel i hver vandret og een i hver lodret Række.

Fig. 10. Normalafgrøder. Plan 2 a—b.

Mark A

Mark B

155	154	153	152	153	157	165	170	175	170	177	184	194	216	233	242	247	252
154	154	154	153	155	157	164	168	172	170	177	184	193	210	224	233	237	241
153	154	155	154	157	157	163	166	169	170	177	184	192	204	215	224	227	230
154	155	156	156	159	158	162	164	166	171	178	185	191	199	206	215	217	219
154	156	158	158	161	158	160	162	164	173	179	185	189	194	198	206	208	210
159	159	159	160	160	160	161	164	167	174	180	186	190	194	197	203	205	207
164	162	160	161	160	161	162	166	170	177	182	187	190	193	196	200	203	206
169	165	161	162	160	162	163	168	173	180	184	188	191	193	195	198	201	204
174	168	162	163	160	163	164	170	176	183	186	189	192	193	194	196	199	202

Disse to Planer tillader imidlertid ogsaa en brugbar Udjævning. En saadan er gennemført (uden Benyttelse af ekstra Randparceller) ved at danne Middeltal af 3×3 Parcelafgrøder paa den Maade, at Afdelingerne forskydes en Parcelrække til Siden for hvert nyt Middeltal; de indeholder da stadig en Parcel af hvert Forsøgsled, derimod kan de ikke — efter disse Planer — forskydes opad eller nedad. Paa denne Maade er hver tredje Række (med Undtagelse af begge Endeparcellerne) udfyldt med Normalafgrøder (fremhævede i Fig. 10), hvorefter

de mellemliggende Parceller er udfyldte ved simpel Interpolering. Randparcellernes Normalafgrøder er fundne ved at fortsætte Interpolationen udefter og regne med samme Forskel mellem yderste og næstyderste Parcel som mellem denne og den tredje yderste. Differenser og udlignede Afgrøder er derefter dannede paa samme Maade som før, og Forsøgsresultaterne opførte i Tabel 2, hvor de er sammenstillede med dem, der fremkommer ved direkte Opgørelse efter de samme Planer.

Tabel 2. Forsøgsleddenes Afgrøder efter direkte Opgørelse og efter Udjævning. Plan 2 a—b.

Led Nr.	Mark A						Mark B					
	Plan 2 a			Plan 2 b			Plan 2 a			Plan 2 b		
	Direkte	Udjævn.	Forskel	Direkte	Udjævn.	Forskel	Direkte	Udjævn.	Forskel	Direkte	Udjævn.	Forskel
1	1410	1409	— 1	1451	1445	— 6	1796	1798	2	1738	1748	10
2	1413	1415	2	1428	1417	—11	1739	1746	7	1793	1780	—13
3	1443	1443	0	1415	1414	— 1	1771	1766	— 5	1781	1774	— 7
4	1424	1434	10	1414	1423	9	1776	1802	26	1747	1771	24
5	1485	1494	9	1449	1455	6	1794	1804	10	1793	1796	3
6	1454	1450	— 4	1471	1479	8	1838	1824	—14	1843	1835	— 8
7	1474	1474	0	1452	1455	3	1777	1780	3	1761	1770	9
8	1487	1480	— 7	1491	1484	— 7	1771	1755	—16	1796	1780	—16
9	1441	1421	—20	1460	1448	—12	1795	1752	—43	1805	1773	—32
Gns.	1448	1447	(+6)	1448	1447	(+7)	1784	1781	(+14)	1784	1781	(+14)
M	29.4	30.3		25.5	25.2		26.8	27.6		32.1	23.9	

Forskellen mellem Forsøgsleddenes Afgrøder efter de to Opgørelsesmaader er nu mindre end i Tabel 1, navnlig ved Mark B, og Udjævningsmetoden har kun i eet Tilfælde (Mark B, Plan 2 b) givet en væsentlig mindre Middelfejl end direkte Opgørelse. For denne Marks Vedkommende har den bedre Spredning af Fællesparcellerne bevirket, at Middelfejlen efter direkte Opgørelse er gaaet ned fra 58.9 og 56.5 til 26.8 og 32.1.

En nærmere Vurdering af Plan 1 a—b i Forhold til Plan 2 a—b eller en Sammenligning af den systematiske Udjævning ved førstnævnte med den mindre systematiske ved sidstnævnte bør imidlertid ikke foretages paa Grundlag af disse Tal. De

fundne Værdier af Middelfejlen er stærkt prægede af »Tilfældigheder«, fordi det i Hovedsagen er tilfældigt, hvorledes Plus- og Minusafvigelser kommer til at ophæve hverandre inden for samme Forsøgsled. En enkelt Parcelfordeling kan betragtes som en Prøveudtagning af de mange Fejlmuligheder, Arealet rummer. Den Usikkerhed, hvormed en saadan Prøveudtagning er behæftet, kommer umiddelbart tilsyne deri, at Middelfejlen maa beregnes af faa — ved nærværende Undersøgelse af kun 9 — Gentagelser. Vil man sammenligne Parcelfordelinger efter forskellige Systemer, bør man derfor have flere Fordelinger efter samme System eller gaa over til at grundlægge Middelfejlsberegningen paa de enkelte Parcelafgrøder inden for samme Forsøgsled, saaledes som det altid maa gøres ved et virkeligt, ikke fingeret Forsøg. Middelfejlen vil da blive beregnet af flere — her 9×9 — Gentagelser, og Tilfældighederne ved Sammentræffet af store og smaa Parcelafgrøder vil da faa mindre Indflydelse paa Middelfejlens Størrelse.

Udregnes Middelfejlen paa den samlede Afgrøde af et Forsøgsled, beregnet efter Udjævningsmetoden, paa Grundlag af de enkelte (udlignede) Parcelafgrøder efter Formlen

$$M = \sqrt{\frac{9[v^2]}{(9 \div 1)(9 \div 1)}}$$
 (se sidste Afsnit), hvor v er Enkeltafgrødens Afvigelse fra Forsøgsledets Middelafrøde, medens Middelfejlen efter direkte Opgørelse beregnes ved Hjælp af den Side 483 angivne Kombinationsmetode, faar man:

	Mark A		Mark B	
	Direkte Opgørelse	Udjævning	Direkte Opgørelse	Udjævning
Plan 1 a ...	24.4	24.4	53.6	33.0
— 1 b ...	25.6	25.3	54.3	33.1
Plan 2 a ...	25.9	25.8	37.4	33.7
— 2 b ...	26.2	26.4	36.2	34.0

Ved Mark A har begge Metoder givet samme Nøjagtighed; de paagældende Værdier af Middelfejlen er næsten identiske, enten Forsøget er anlagt efter den ene eller den anden Plan. Ved Mark B har Udjævningen derimod formindsket Middelfejlen fra 53.6—54.3 til 33.0—33.1, naar Forsøget er anlagt efter den for direkte Opgørelse mindre gunstige Plan 1 a—b, men ved Plan 2 a—b er Formindskelsen temmelig ringe. Sammenstilles Værdierne af Middelfejlen efter den for hver Opgørelses-

maade gunstigste eller mest naturlige Forsøgsplan, hvad der giver den retfærdigste Sammenligning, har man for den med stærk ensidig Variation behæftede Mark B:

	Direkte Opgørelse	Udjævnning
Plan a	37.4	33.0
— b	36.2	33.1

Da hvert enkelt Forsøgsled efter Plan 2 a—b har en Parcel i hver vandret og een i hver lodret Række, skulde de 9 Forsøgsled egentlig være ligestillede over for Virkningen af den ensidige Variation, og Udjævningsmetoden skulde da ikke

Fig. 11.

1	2	3	1	2	3	1	2	3
4	5	6	4	5	6	4	5	6
7	8	9	7	8	9	7	8	9
1	2	3	1	2	3	1	2	3
4	5	6	4	5	6	4	5	6
7	8	9	7	8	9	7	8	9
1	2	3	1	2	3	1	2	3
4	5	6	4	5	6	4	5	6
7	8	9	7	8	9	7	8	9

medføre nogen Forøgelse af Nøjagtigheden; men det foregaaende viser, at dette ikke slaar helt til. Det er dog muligt at opstille et Tilfælde, hvor den anførte Betragtning holder Stik. Den i Fig. 11 viste Plan egner sig fortrinligt til Anvendelse af Udjævningsmetoden. Hvert enkelt af Forsøgsleddene har sine Parceller liggende ens i samtlige Af-

delinger¹⁾, men de hyppige Afbrydelser i Nummerfølgen afviger fra almindelig Praxis. Til direkte Opgørelse vil Planen kun egne sig for eet Forsøgsleds Vedkommende, nemlig Nr. 5, hvis Parceller ligger fuldstændig symmetrisk paa Stykket, da de udgør den midterste Parcel i hver Afdeling. Indlægges Forsøg efter denne Plan paa Mark A—B, vil Forsøgsled Nr. 5, som Opstillingen paa næste Side viser, give samme Totalafgrøde efter begge Opgørelsesmaader (bortset fra Afrundingsfejl), fordi Middeltallet af de paagældende 9 Normalafgrøder falder sammen med Middeltallet af samtlige 9×9 Parceller i Marken.

I Foraaret 1924 blev Sortsforsøg med Byg og Havre anlagte paa Forsøgsstationen ved Lyngby efter den i Fig. 12

¹⁾ Dette er ogsaa Tilfældet ved Plan 1 a—b, naar Grænserne trækkes lidt anderledes end i Fig. 3—4. Det samme gælder Plan 3, Side 476, men her mangler ekstra Randparceller til at udfylde de Stykker af Afdelingerne, der falder uden for Markens egentlige Grænser.

Fælles- parcel Nr.	Mark A			Mark B		
	Direkte Opgørelse	Udjæv- ning	For- skel	Direkte Opgørelse	Udjæv- ning	For- skel
1	159	155	4	176	190	-14
2	163	168	-5	173	192	-19
3	165	172	-7	189	210	-21
4	163	164	-1	188	193	-5
5	158	158	0	174	178	-4
6	162	168	-6	220	208	12
7	156	149	7	200	197	3
8	170	169	1	204	194	10
9	174	167	7	233	194	39
Sum...	1470	1470	0	1757	1756	1

viste Plan (læses fra neden). I begge Tilfælde omfattede Forsøgene 9 Sorter med 10 Fællesparceller à 5×5 m. Afgrøderne, hg Kærne pr. Parcel, er anførte i Fig. 13—14. Fig. 15—16 viser Gennemsnitsafgrøderne paa de 10 Afdelinger à 9 Parceller, som hver af Markerne kan indeles i.

Fig. 12. Plan 3.

4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6
4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6

Bygmarken viser ingen fremtrædende ensidig Variation, derimod er Havreafrøderne stigende fra venstre til højre (fra Øst til Vest) paa den venstre Halvdel af Stykket.

Forsøgene er gjorte op paa begge Maader, direkte og efter Udjævningsmetoden. Forsøgsplanen tillader en regelmæssig Dannelse af Normalafgrøder for samtlige Parceller med Undtagelse af Randparcellerne. Disse er udfyldte med Normalafgrøderne fra næstyderste Række, da disse uden større Fejl kan betragtes som karakteristiske for Naborækken. Forsøgsledenes Afrøder efter de to Opgørelsesmaader er opførte i Tabel 3.

For Bygmarkens Vedkommende er Forskellen mellem Resultaterne af de to Opgørelsesmaader kun ubetydelige; ved

Fig. 13. Bygafgrøder.

81	104	70	100	105	101	100	94	107	95	113	74	109	106	95
100	99	91	94	96	103	95	110	89	108	87	94	91	92	102
87	85	103	100	96	92	100	100	96	82	92	108	83	120	92
94	110	95	96	100	93	94	95	102	105	119	68	106	107	88
98	97	99	95	86	94	86	95	94	100	92	93	83	94	101
95	95	96	87	98	78	94	99	89	91	95	102	96	106	88

Fig. 14. Havreafrøder.

85	87	89	97	102	101	107	113	108	108	99	101	107	96	99
75	67	75	87	106	112	108	121	114	107	102	106	109	108	103
73	77	79	86	112	108	106	103	108	113	107	107	117	112	106
82	80	84	82	93	97	92	112	118	97	107	107	106	108	106
84	73	87	88	95	94	100	124	112	114	101	112	111	107	105
80	84	80	85	87	82	94	102	110	114	97	101	110	106	109

Fig. 15. Gennemsnitsafgrøder, Byg.

91	99	99	95	99
98	92	94	96	97

Fig. 16. Gennemsnitsafgrøder, Havre.

79	101	110	106	106
82	89	107	106	108

Havremarken, hvor der var en kendelig ensidig Variation, gaar den (for Sort Nr. 9) op til 3 pCt. af Afgrøden.

Tabel 3. Forsøgsleddenes Afgrøder (hg Kærne) efter direkte Opgørelse og efter Udjævning. Plan 3.

	Byg			Havre		
	Direkte	Udjævn.	Forskel	Direkte	Udjævn.	Forskel
1	912	906	6	974	981	— 7
2	924	916	8	1006	1003	3
3	1018	1014	4	1007	984	23
4	922	925	—3	978	991	—13
5	1071	1077	—6	1035	1033	2
6	840	841	—1	1012	988	24
7	1011	1011	0	972	979	— 7
8	992	990	2	947	937	10
9	939	934	5	1001	970	31

Ved en nærmere Undersøgelse over Formaalstjenligheden af de to Opgørelsesmaader støder man atter paa den Vanskelighed, at en Forsøgsplan, der er lagt med en systematisk gennemført Udjævning for Øje, er mindre gunstig for en direkte Opgørelse af Forsøget, hvis der er en tydelig ensidig Variation til Stede, som det var Tilfældet ved Havremarken. I Plan 3 (Fig. 12) har Sort Nr. 1 to Parceller i den første lodrette Række, derefter kommer to Rækker, hvor den ikke er med, o. s. v. Afgrøderne paa denne Mark er derfor omdannede til et Prøvedyrkningsmateriale ved at forhøje eller formindske Afgrøderne inden for hvert Forsøgsled med den Størrelse, hvormed vedkommende Sort afviger fra Markens Gennemsnitsudbytte (direkte Opgørelse). Efter at Forskellen mellem Sorterne saaledes er

Fig. 17. Havreafgrøder, Sortsforskellen bortskaffet.

86	83	87	99	107	100	109	112	106	109	95	99	109	101	98
77	72	74	89	105	110	109	117	112	109	107	105	111	107	101
75	76	77	87	108	106	108	108	107	115	106	105	118	108	104
83	76	82	84	98	96	94	111	116	98	103	105	108	113	105
86	78	86	90	94	92	101	120	110	116	106	111	113	106	103
82	83	78	86	83	80	96	107	109	116	96	99	111	102	107

Fig. 18. Plan 4.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6
7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3
4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4
5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7

bortskaffet (se Fig. 17), er der indlagt et Forsøg med 9 Forsøgsled à 10 Fællesparceller efter Plan 4, der giver en bedre Spredning af Fællesparcellerne end Plan 3, selv om Forsøgsleddene ikke er helt ligestillede over for den ensidige Variation, og Forsøget er atter gjort op paa begge Maader.

Naar dette fingerede Forsøg behandles som et virkeligt Forsøg, kan kun 2 af de 6 Længderækker udfyldes med Normalafgrøder ved simpel Gennemsnitsdannelse; de øvrige — Randparcellerne indbefattede — er udfyldte ved Interpolering paa samme Maade som i Fig. 10. Forsøgsleddenes Afgrøder bliver da:

Led Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Direkte Opgørelse	994	989	1014	995	1000	972	1000	987	981
Udjævning	997	991	995	984	998	957	1002	998	971
Forskel.....	-3	-2	19	11	2	15	-2	-11	10

Beregnes Middelfejlen efter direkte Opgørelse ved Hjælp af Kombinationsmetoden og efter Udjævning ved Benyttelse

af Formlen $M = \sqrt{\frac{10[v^2]}{(10 \div 1)(9 \div 1)}}$, faas:

	Direkte Opgørelse	Udjævning
Byg, Plan 3	19.3	19.9
Havre, - 3	22.6	17.2
do. , - 4	19.4	17.7

Ved Bygforsøget har Udjævningsmetoden — som det maatte ventes — ikke bragt nogen Forøgelse af Nøjagtigheden, men ved Havreforsøget har den medført en ikke ubetydelig Nedgang i Middelfejlen ved den for direkte Opgørelse mindre gunstige Plan 3; ved Plan 4 er Forskellen mindre. Sammen-

stilles atter Tallene efter den for hver Metode gunstigste Forsøgsplan, har man for Havremarken:

Direkte Opgørelse.....	19.4
Udjævning	17.2

Resultatet af disse Undersøgelser kan da sammenfattes saaledes: Hvor der ikke findes nogen ensidig Variation, er der ingen Fordel ved at anvende Udjævningsmetoden. Er der ensidig Variation til Stede, vil Udjævningsmetoden forøge Nøjagtigheden, men jo bedre Fællesparcellerne fordeles, desto mindre bliver Forøgelsen; Udjævningsmetoden vil gøre mest Nytte, hvor Markens Form og Størrelse ikke tillader en ideal Parcellfordeling. Anlægges Forsøget efter den blandede Udjævnings Princip (Plan 2 og 4), vil det egne sig til Opgørelse efter begge Metoder, og en god Fejlberægning kan gennemføres i begge Tilfælde (jvf. de følgende Afsnit).

Randparcellernes Udfyldning med Normalafgrøder.

I Praksis vil man næppe ofre en hel Række Parceller uden om Forsøgsstykket for at kunne gennemføre Udjævningen konsekvent. Man kan da finde Randparcellernes Normalafgrøder ved en eller anden Interpolation, ved en grafisk Fremgangsmaade eller ved at lade Normalafgrøderne paa næstyderste Række gælde baade for denne og for den yderste. En Sammenligning mellem de to sidste og den tidligere beskrevne rationelle Maade med ekstra Randparceller er gennemført ved Mark A—B, Plan 1 a—b. Ved den grafiske Metode er Normalafgrøderne paa de $9 \div 2$ (eller $18 \div 2$) Inderparceller, der ligger i samme lodrette (eller vandrette) Række, afbildede ved en Kurve og Afgrøderne paa de to Endeparceller fundet

156	155	154	154	155	158	166	172	176	177	180	188	200	216	229	237	238	240
155																	239
154																	235
154																	222
156																	210
161																	199
166																	199
169																	202
170	167	165	165	165	166	169	173	178	182	186	190	194	198	202	204	205	206

Fig. 19. Normalafgrøden paa Randparcellerne fundet grafisk. Se i øvrigt Fig. 5.

ved at forlænge Kurven; derefter er de fundne Tal for Endeparcellerne sat op i en ny Kurve og eventuelle mindre Uregel-mæssigheder fjærnedede ved en sidste Afpudsning. Den grafiske Metode er i Virkeligheden ret ideal, fordi samtlige Punkter eller Afrøder i Kurven er med til at bestemme dens endelige Form. Forsøgsleddenes Afrøder efter de tre Fremgangsmaader og Middelfejlen paa disse Afrøder er opførte i Tabel 4.

Tabel 4. Forsøgsleddenes Afrøder efter forskellige Fremgangsmaader ved Dannelse af Randparcellernes Normalafrøder.

Led Nr.	Mark A						Mark B					
	Plan 1 a			Plan 1 b			Plan 1 a			Plan 1 b		
	Ekstra R.	Grafisk	2. Række	Ekstra R.	Grafisk	2. Række	Ekstra R.	Grafisk	2. Række	Ekstra R.	Grafisk	2. Række
1	1416	1423	1433	1435	1439	1452	1765	1771	1779	1809	1814	1825
2	1420	1426	1432	1452	1458	1464	1761	1769	1777	1778	1787	1794
3	1424	1431	1435	1416	1420	1425	1782	1793	1809	1822	1832	1846
4	1483	1494	1506	1438	1454	1462	1789	1793	1806	1766	1772	1781
5	1466	1471	1476	1430	1435	1437	1783	1791	1801	1759	1767	1775
6	1458	1462	1468	1425	1431	1436	1842	1852	1867	1792	1807	1819
7	1425	1439	1448	1451	1463	1473	1767	1770	1776	1746	1748	1755
8	1449	1453	1459	1453	1457	1466	1760	1763	1766	1767	1769	1775
9	1423	1428	1437	1464	1470	1479	1782	1792	1801	1792	1798	1812
Gns.	1440	1447	1455	1440	1447	1455	1781	1788	1798	1781	1788	1798
M	24.2	24.4	25.0	15.6	16.8	18.5	25.2	26.9	30.2	24.6	26.8	29.3

Afrødetallene er lidt større, naar Randparcellerne er udfyldte med Normalafrøder fra 2. Række, end naar den grafiske Metode er benyttet, og denne har atter givet lidt højere Tal end den konsekvente Udjævning med Benyttelse af ekstra Randparceller. Disse Uoverensstemmelser skyldes nærmest den ujævne, rækkevis Variation, der er omtalt Side 468, og som i Almindelighed vil være forsvundet paa ældre Forsøgsmarker. Tallene for Middelfejlen viser samme Bevægelse som Afrødetallene, Forskellen i Nøjagtighed er dog ikke stor, navnlig ikke mellem den konsekvente og den grafiske Metode; Udslagene er størst ved Mark B, hvor for-

uden den omtalte rækkevisse Variation ogsaa Skraaplansvariationen har gjort sig gældende. Bestemmelser af Middelfejlen paa Grundlag af de enkelte (udlignede) Parcelafgrøder giver Resultater, der viser i samme Retning:

Middelfejl, beregnet af enkelte Parceller.

	Ekstra Randparceller	Grafisk Metode	2. Række benyttet
Mark A, Plan 1 a	24.4	24.1	26.0
— — 1 b	25.3	24.9	26.7
Mark B, Plan 1 a	33.0	33.3	34.9
— — 1 b	33.1	33.3	35.0

Ved den blandede Udjævning (Plan 2 og 4) løses Spørgsmaalet om Randparcellernes Udfyldning let og naturligt, naar man lader dem gaa ind under den almindelige Interpolering.

Beregning af Middelfejlen ved Hjælp af
Kombinationsmetoden.

En Bestemmelse af Middelfejlen ved den almindelige, direkte Opgørelse er — og vil til en vis Grad altid blive — et Problem. Et ret tilfredsstillende Resultat kan i Almindelighed naas ved at inddеле Marken i Afdelinger, der indeholder en Parcel af hvert Forsøgsled, korrigerer Afgrøderne inden for disse Afdelinger saaledes, at Gennemsnitsafgrøden bliver ens for samtlige Afdelinger, og beregne Middelfejlen efter Formlen

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{(p \div 1)(r \div 1)}} \text{ (Tidsskrift for Planteavl, 30. Bind (1924),$$

Side 527). Men ved en Parcelfordeling som i Plan 1 a—b vil Korrektionsmetoden egne sig mindre godt, naar der er en stærk Skraaplansvariation til Stede, som det var Tilfældet ved Mark B. Da f. Eks. Forsøgsled Nr. 1 hele Tiden ligger i venstre Side af Afdelingerne med 3 Parceller i samme lodrette Række, vil det — efter Korrektionen — faa smaa Afvigelser mellem Fællesparcellerne, men den virkelige Forsøgsfejl vil blive forholdsvis stor, og den fundne Middelfejl vil saaledes blive for Jav — men denne Forsøgsplan er jo heller ikke lagt med direkte Opgørelse for Øje. Er Forsøget anlagt efter Udjævningsmetodens Princip med regelmæssige Afdelinger, medens Opgørelsen foretages efter den direkte Metode, kan en god Fejlregning derimod gennemføres paa følgende Maade:

Forsøget indlægges paa Normalafgrøderne, Forsøgsleddenes Afgrøder udregnes, og Middelfejlen beregnes direkte af disse efter Formlen $M_1 = \sqrt{[v^2] : (n \div 1)}$. Da der arbejdes med udjævnede Afgrøder, er de Tilfældigheder, som gør en Fejl-beregning paa faa Gentagelser usikker, i det væsentlige fjærnede, og da alle de udjævnede Afgrøder bestaar af »Normalafgrøder«, er Forsøgsleddenes Afvigelser fra deres Gennemsnitsværdi et direkte Maal for den Unøjagtighed, som den ensidige Variation har foraarsaget. Forsøget indlægges endvidere paa Differenserne mellem Normalafgrøderne og de virkelige Afgrøder, og Middelfejlen beregnes her, hvor de ensidige Afvigelser er borte, af de enkelte Fællesparcellers Afvigelser fra Parcelholdets (For-

søgsleddets) Gennemsnitsafgrøde efter Formlen $M_2 = \sqrt{\frac{r[v^2]}{p(r \div 1)}}$, hvor p er Forsøgsleddenes og r Fællesparcellernes Antal. Man har saaledes fundet Udtryk for den Fejl, som skyldes den ensidige Variation, og for den, som skyldes den tilfældige Variation, og de to Værdier af Middelfejlen kan nu kombineres efter Fejlloven, fordi den ene af de to Addender, der tilsammen udgør Afgrøden af en Parcel, varierer tilfældigt (jvf. Side 485).

Eksempel: Indlægges Forsøget efter Plan 3 paa Normalafgrøderne fra Sortsforsøget med Byg, bliver Forsøgsleddenes Afgrøder: 966 968 964 957 954 959 960 962 965, Middel 962,

$[v^2] = 167$, $M_1 = \sqrt{\frac{167}{9 \div 1}} = 4.6$. Naar samme Forsøg indlægges paa Differenserne mellem Normalafgrøderne og de virkelige Afgrøder eller — hvad der giver samme Resultat — paa de udlignede Afgrøder, har de 10 Fællesparceller af Sort Nr. 1 følgende Afgrøder: 93 88 96 84 96 87 80 95 90 97, Middel 91, $[v^2] = 302$, for alle 9 Sorter bliver Kvadratsummen $[v^2] = 2842$, og Middelfejlen paa den samlede Afgrøde af et Forsøgsled

bliver $M_2 = \sqrt{\frac{2842 \times 10}{9(10 \div 1)}} = 18.7^1$. Kombineres de to Partiellejl, bliver Totalfejlen $M = \sqrt{4.6^2 + 18.7^2} = 19.3$.

De i det foregaaende anførte Værdier af Middelfejlen,

¹⁾ Kaldes Middelfejlen paa de efter Udjævningsmetoden beregnede Afgrøder af Forsøgsleddene M_u , har man

$$M_u = \sqrt{\frac{r[v^2]}{(p \div 1)(r \div 1)}}, M_2 = \sqrt{\frac{r[v^2]}{p(r \div 1)}} = \sqrt{\frac{p \div 1}{p}} M_u = \sqrt{\frac{8}{9}} M_u.$$

beregnete efter Kombinationsmetoden, er da fremkomne saaledes:

	M_1	M_2	M
Mark A, Plan 1 a.....	8.0	23.0	24.4
— — 1 b.....	9.3	23.8	25.6
— — 2 a.....	8.9	24.3	25.9
— — 2 b.....	8.1	24.9	26.2
Mark B, Plan 1 a.....	43.6	31.1	53.6
— — 1 b.....	44.5	31.2	54.3
— — 2 a.....	19.6	31.8	37.4
— — 2 b.....	16.7	32.1	36.2
Byg, Plan 3.....	4.6	18.7	19.3
Havre, — 3.....	15.7	16.2	22.6
do. , — 4.....	9.9	16.7	19.4

Forholdet mellem M_1 , der skyldes den ensidige Variation, og M_2 , der skyldes den tilfældige Variation, giver en god Karakteristik af de forskellige Marker og de forskellige Forsøgsplaner.

Den saaledes foretagne Adskillelse mellem ensidig og tilfældig Variation er dog til en vis Grad kunstig, fordi de to Addender, der udgør Parcellens samlede Afrøde, ikke varierer helt uafhængig af hverandre. Hvis en Parcel har en stor Afrøde paa Grund af tilfældig Variation, vil dette bidrage til at forhøje den udjævnede Afrøde (Normalafgrøden) paa samme Parcel, og den efter Kombinationsmetoden beregnede Værdi af Totalfejlen vil derfor have en Tendens til at blive mindre end den reelle. Spørgsmaalet er, om dette Forhold faar nævneværdig Indflydelse paa Resultatet af Fejlregningen. Problemet kan undersøges ved Hjælp af det foreliggende Materiale:

Forsøget indlægges ligesom før paa Normalafgrøderne, men Middelfejlen beregnes nu af de enkelte Fællesparcellers Afvigelse fra Parcelholdets (Forsøgsleddets) Gennemsnitsafgrøde

efter Formlen $M_0 = \sqrt{\frac{r[v^2]}{p(r+1)}}$, hvor p og r har samme Betydning som før¹⁾. Den fundne Værdi kombineres med den Værdi, der fandtes ved at indlægge Forsøget paa Differenserne

¹⁾ Det vilde her være naturligt at regne med m eller Middelfejlen paa Afrøden af en Parcel, men for at bevare Forbindelsen med det foregaaende benyttes M , Middelfejlen paa Afrøden af et Forsøgsled, idet man har $M = \sqrt{r} m$.

mellem Normalafgrøderne og de virkelige Afgrøder, og man har da $M_t = \sqrt{M_0^2 + M_2^2}$, hvor M_t er den totale Middelfejl, beregnet af Enkeltparcellerne uden den Ophævelse eller Formindskelse af den ensidige Variation, som Fællesparcellernes Spredning medfører. Beregnes M_t direkte af de virkelige Parcelafgrøders Afvigelser fra Middeltallet af Afgrøderne inden for vedkommende Forsøgsled, og sammenstilles de fundne Værdier, faas:

	Kombination			Direkte Beregning af M_t
	M_0	M_2	M_t	
Mark A, Plan 1 a.....	20.3	23.0	30.7	30.7
— — 1 b.....	20.3	23.8	31.3	31.1
— — 2 a.....	18.0	24.3	30.2	30.0
— — 2 b.....	18.1	24.9	30.8	30.4
Mark B, Plan 1 a.....	59.0	31.1	66.7	67.2
— — 1 b.....	57.7	31.2	65.6	67.4
— — 2 a.....	59.9	31.8	67.8	69.4
— — 2 b.....	60.0	32.1	68.0	69.2
Byg, Plan 3.....	7.6	18.7	20.2	20.9
Havre, — 3.....	37.0	16.2	40.4	41.6
do. , — 4.....	37.8	16.7	41.3	41.4

De teoretisk beregnede Værdier af Middelfejlen kommer saaledes de virkelige saa nær, som det overhovedet kan ventes. Naar man desuden tager i Betragtning, at ved den praktiske Anvendelse af Metoden er den ene af de to Værdier, der kombineres, beregnet af Parcelholdenes (Forsøgsleddenes) Afgrøder, medens den anden er beregnet af de enkelte Parceller, hvorved Baandene mellem de to Addender yderligere løsnes, maa Metoden siges at være særdeles vel egnet til Brug.

Beregning af Middelfejlen paa Grundlag af de udlignede Afgrøder.

Naar et Forsøg er gjort op efter Udjævningsmetoden, er Følgerne af den ensidige Variation ophævede, og Middelfejlen kan beregnes af de sammenhørende Parcellers (Fællesparcellers) Afvigelser fra deres Gennemsnit, men man kan ikke benytte den almindelige Formel $m = \sqrt{[v^2] : (n \div 1)}$, fordi de Omregninger, hvormed man har fjærnet de ensidige Afvigelser, griber ind i den tilfældige Variation og forandrer det talmæssige Udtryk for denne. Spørgsmaalet bliver da: Efter hvilken Formel skal Middelfejlen beregnes, for at den under de fore-

liggende Omstændigheder kan give det bedst mulige Udtryk for den Usikkerhed, som behersker Forsøgsresultaterne. Dette Spørgsmaal har Oberst *N. P. Johansen*, Chef for Generalstabens topografiske Afdeling, velvilligst besvaret gennem følgende Udvikling:

Det forudsættes, at der er dannet »Normalafgrøder« for hver enkelt Parcel ved at tage Middeltallet af de virkelige Afgrøder paa de Parceller, der ligger over og umiddelbart omkring den paagældende, at Normalafgrøden er subtraheret fra den virkelige Afgrøde for hver enkelt Parcel, og at der derefter til disse Differenser er adderet Middeltallet af Afgrøderne paa samtlige Parceller i Forsøgsmarken. Vi vil nu se hvilke Fejl, der hviler paa de saaledes udlignede Afgrøder, idet vi foreløbig indskrænker os til alene at betragte de Parceller, der ligger midt i hver Afdeling.

Lad en vilkaarlig valgt Parcel være betegnet ved P_{ab} , idet Index a betegner Parcellens Plads i Afdelingen og b Afdelingens Plads i Forsøgsmarken. Er der p Parceller i Afdelingen og r Afdelinger, kan a altsaa variere fra 1 til p og b fra 1 til r . Lad endvidere λ_{ab} være Fejlen paa den udlignede og ϵ_{ab} Fejlen paa den virkelige Afgrøde af Parcellen P_{ab} . For en Parcel, der ligger midt i en Afdeling, har man da

$$\lambda_{ab} = \epsilon_{ab} \div \frac{1}{p} (\epsilon_{1b} + \epsilon_{2b} + \epsilon_{3b} + \dots + \epsilon_{pb}) + \frac{1}{pr} \left[\begin{array}{c} a=p \\ b=r \\ \epsilon_{ab} \\ a=1 \\ b=1 \end{array} \right]$$

Tænkes nu et bestemt Forsøgsled lagt ind i alle Midteparcellerne, og dannes Middeltallet af de udlignede Afgrøder for dette Forsøgsled, saa vil der paa dette Middeltal hvile Fejlen

$$l_a = \frac{1}{r} (\epsilon_{a1} + \epsilon_{a2} + \epsilon_{a3} + \dots + \epsilon_{ar}) \div \frac{1}{pr} \left[\begin{array}{c} a=p \\ b=r \\ \epsilon_{ab} \\ a=1 \\ b=1 \end{array} \right] + \frac{1}{pr} \left[\begin{array}{c} a=p \\ b=r \\ \epsilon_{ab} \\ a=1 \\ b=1 \end{array} \right]$$

$$\text{eller } l_a = \frac{1}{r} (\epsilon_{a1} + \epsilon_{a2} + \epsilon_{a3} + \dots + \epsilon_{ar}).$$

Trækkes det dannede Middeltal fra de enkelte udlignede Afgrøder i Forsøgsleddets Parceller, fremkommer Differenserne $v_{a1}, v_{a2}, v_{a3} \dots v_{ar}$, af hvilke en vilkaarlig valgt v_{ab} er udtrykt ved $v_{ab} = \lambda_{ab} \div l_a$, altsaa

$$v_{ab} = \epsilon_{ab} \div \frac{1}{p} (\epsilon_{1b} + \epsilon_{2b} + \dots + \epsilon_{pb}) \div \frac{1}{r} (\epsilon_{a1} + \epsilon_{a2} + \dots + \epsilon_{ar}) + \frac{1}{pr} \left[\begin{array}{c} a=p \\ b=r \\ \epsilon_{ab} \\ a=1 \\ b=1 \end{array} \right]$$

Af Hensyn til den senere Overgang til Middelværdier maa denne Ligning ordnes. Fejlelementet ε_{ab} indgaar saaledes i 2., 3. og 4. Led i højre Side af Udtrykket for v_{ab} . Trækkes dette Element ud og samles med det 1. Led, kan dette skrives

$$\varepsilon_{ab} \left(1 \div \frac{1}{p} \div \frac{1}{r} + \frac{1}{pr} \right).$$

De resterende $p \div 1$ Elementer i 2. Led og $r \div 1$ Elementer i 3. Led findes desuden alle blandt det sidste Leds resterende $pr \div 1$ Elementer; drages de ud derfra og samles med de tilsvarende i 2. og 3. Led, antager Udtrykket for v_{ab} Formen

$$v_{ab} = \varepsilon_{ab} \left(1 \div \frac{1}{p} \div \frac{1}{r} + \frac{1}{pr} \right) \div \\ \frac{r \div 1}{pr} (\varepsilon_{1b} + \varepsilon_{2b} + \dots + \varepsilon_{(a \div 1)b} + \varepsilon_{(a+1)b} + \dots + \varepsilon_{pb}) \\ \div \frac{p \div 1}{pr} (\varepsilon_{a1} + \varepsilon_{a2} + \dots + \varepsilon_{a(b \div 1)} + \varepsilon_{a(b+1)} + \dots + \varepsilon_{ar}) + \frac{1}{pr} [\varepsilon],$$

hvis sidste Led nu kun indeholder

$$pr \div 1 \div (p \div 1) \div (r \div 1)$$

Addender bag Summategnet.

Størrelserne v_{ab} er de talmæssige Fejlstørrelser, hvorpaa Fejlberegningen maa bygges. Den ovenangivne Dannelsesmaade for v_{ab} udtrykt ved de sande Fejl ε paa de virkelige Afgrøder gælder for alle Midteparcellerne i Afdelingerne. Lægges Forsøgsled ind i andre Parceller men saaledes, at disse for et og samme Forsøgsled ligger ens i samtlige Afdelinger, kan ogsaa disse Parceller forvandles til Midteparceller ved Forskydning af Afdelingerne, og man kommer da til samme Afledningsform, dog med nogle Komplikationer stammende fra Randvirkningerne i Yderkanterne. Lægger man Forsøgsleddets Parceller paa en mere vilkaarlig Maade i Afdelingerne, f. Eks. som i Plan 2 eller 4, saaledes at en Del af Normalafgrøderne maa dannes ved Interpolering, saa opstaar der yderligere Komplikationer. Skulde der tages strængt Hensyn til disse Smaaændringer i Formen for Størrelserne v , vilde Fejlberegningen blive yderst kompliceret og ganske uegnet til praktisk Brug. Praksis kræver et Formeludtryk, der er let at overse og bekvemt at regne med, selv om man herved maa afvige lidt fra det formelt set strængt rigtige, naar Afgivelsen blot ikke overskrider den almindelige Usikkerhed, der ligger i al Fejlberegning. Her vil vi derfor se bort fra de ovennævnte Komplikationer, hvis reelle talmæssige Virkninger kun kan være smaa, og gaa ud fra, at den ovenangivne Dannelsesform for v_{ab} gælder for alle Forsøgsled, hvorledes disses Parceller end er placerede i Afdelingerne.

Vi kan derefter gaa over til Dannelse af Middelværdierne. Lad m betegne den til Fejlene ε svarende Middel fejl. Idet vi altsaa gaar ud fra, at Ligningen for v_{ab} har Gyldighed for samtlige pr Størrelser v , saa har man i Henhold til den almindelige »Fejlophobningslov«:

$$\frac{[v^2]}{pr} = m^2 \left[\left(1 \div \frac{1}{p} \div \frac{1}{r} + \frac{1}{pr} \right)^2 + \left(\frac{r \div 1}{pr} \right)^2 (p \div 1) + \left(\frac{p \div 1}{pr} \right)^2 (r \div 1) + \frac{pr \div 1 \div (p \div 1) \div (r \div 1)}{(pr)^2} \right], \text{ der let reduceres til}$$

$$[v^2] = m^2 (p \div 1) (r \div 1), \text{ og altsaa}$$

$$m^2 = \frac{[v^2]}{(p \div 1) (r \div 1)},$$

hvor $[v^2]$ betegner Summen af Kvadraterne paa samtlige pr Størrelser v.

Den saaledes beregnede Middelfejl m er den til de tilfældige Fejl eller den tilfældige Variation svarende Middelfejl paa de virkelige Afgrøder af de enkelte Parceller. Naar der nu af Hensyn til en formaalstjenlig Opgørelse af Forsøget dannes forskellige Kombinationer af disse Afgrødetal, f. Eks. »Normalafgrøder« eller »udlignede Afgrøder«, faar disse naturligvis andre Middelfejl; men da Udjævningsmetoden ikke forandrer Forsøgsleddets Totalafgrøde for Midteparcellernes Vedkommende (jvf. Side 475), og da vi her, hvor det kun drejer sig om de tilfældige Fejl, kan se bort fra de Forandringer, der sker, naar vi gaar over til andre Parceller¹⁾, vil den fundne Middelfejl m ogsaa karakterisere Nøjagtigheden af de efter Udjævningsmetoden beregnede Totalafgrøder, der er de egentlige Forsøgsresultater, og Middelfejlen M paa den samlede Afgrøde af et Forsøgsled kan derfor beregnes efter Formlen $M = \sqrt{r} m$, hvor r er Fællesparcellernes Antal.

Af det anførte fremgaar endvidere, at naar man ved en Prøvedyrkning med een og samme Sort beregner Middelfejlen paa Forsøgsleddenes Afgrøder direkte af disse i Stedet for af de enkelte Parceller, gælder den almindelige Formel $M = \sqrt{[v^2] : (n \div 1)}$ ogsaa efter Anvendelsen af Udjævningsmetoden.

Den foran udviklede Formel $m^2 = \frac{[v^2]}{(p \div 1) (r \div 1)}$ falder sammen med den tidligere fremstillede Formel til Bestemmelse af Middelfejlen ved Kombinationer af ensidige og tilfældige

¹⁾ En Bekræftelse paa, at det ved disse Fejleregninger er berettiget at se bort fra de Afvigelser fra det valgte Grundlag, som Randvirkningerne og den blandede Udjævning medfører, findes i Opstillingen Side 474, hvor Middelfejlsberegningerne efter de angivne Formler har givet praktisk talt samme Værdier af Middelfejlen efter de to Opgørelsesmaader ved den saa godt som udelukkende af tilfældige Afvigelser prægede Mark A. Middelværdien af de 4 Enkeltværdier bliver i begge Tilfælde 25.5.

Afvigelser, hvor der blev anvendt en noget lignende Udjævningsmetode¹⁾. Resultatet af de to Undersøgelser kan sammenfattes saaledes:

Af p varierende (fejlbehæftede) Størrelser udtages en enkelt, $o_{1,1}$, som sammenlignes med Middeltallet af p Størrelser, blandt hvilke $o_{1,1}$ selv findes, idet man danner Differensen $d_{1,1}$ mellem dette Middeltal og $o_{1,1}$. Af de øvrige $p \div 1$ Størrelser udtages atter een, $o_{1,2}$, og man danner Differensen mellem denne og Middeltallet af p ny Størrelser, hvori $o_{1,2}$ indgaar, o. s. v. Paa denne Maade dannes r Differenser, $d_{1,1}$, $d_{1,2} \dots d_{1,r}$; disse trækkes fra deres Middelværdi, og der fremkommer da r ny Differenser $v_{1,1}$, $v_{1,2} \dots v_{1,r}$, som kvadreres; den sande Middelfejl paa de r Størrelser, $o_{1,1}$, $o_{1,2} \dots o_{1,r}$, vil da være

$$m_1 = \sqrt{\frac{[v_1^2]}{r \div 1} \cdot \frac{p}{p \div 1}}$$

Derefter fortsættes paa samme Maade med $o_{2,1}$, $o_{2,2} \dots o_{2,r}$ o. s. v. indtil $o_{p,1}$, $o_{p,2} \dots o_{p,r}$, idet man overholder, at de paagældende r Middeltal stadig er fri af hverandre, og at vedkommende Enkeltstørrelse o indgaar i det Middeltal, hvormed den sammenlignes²⁾. Søges til Slut Middelværdien af de p Værdier af m^2 , har man

$$m^2 = \frac{[v^2]}{p(r \div 1)} \cdot \frac{p}{p \div 1}, \quad m = \sqrt{\frac{[v^2]}{(p \div 1)(r \div 1)}}$$

Det vil ses, at denne Formulering ogsaa omfatter en Udjævning, hvor samtlige Parceller ligger i een Række (det betyder jo ogsaa kun, at der arbejdes med aflange — een Parcel brede — Afdelinger, der ligger i Forlængelse af hverandre).

¹⁾ Tidsskrift for Planteavl, 28. Bind (1922), Side 119.

²⁾ Derimod kan det System, hvoraf Middeltallene fremgaar, godt være forskelligt ved forskellige Udjævninger, naar Systemet omslutter Materialet harmonisk, saa alle Elementerne benyttes ens. Ved den første Anvendelse af Formlen blev der ifølge Problemets Natur kun dannet r Middeltal, og $o_{1,1}$, $o_{2,1} \dots o_{p,1}$ blev sammenlignet med det samme Middeltal; her dannes derimod — ved Forskydning af Afdelingerne — et nyt Middeltal for hver ny Sammenligning, men de p Middeltal, hvormed $o_{1,1}$, $o_{2,1} \dots o_{p,1}$ sammenlignes, er stærkt forbundne. Den foregaaende Udvikling af Formlen viser imidlertid, at disse Variationer ikke — naar der ses bort fra de ovenfor nævnte Komplikationer — forandrer dens Form.

Bestemmelse af Middelfejlen ved det feldelte Forsøg.

Udjævningsmetoder, der egner sig til større Forsøg med mange Parceller, vil i Reglen være mindre formaalstjenlige ved smaa Forsøg, der kun strækker sig over et lille Areal, som f. Eks. det feldelte Forsøg, der anvendes meget i de lokale Markforsøg. Ved denne Forsøgsplan (se Fig. 21) kan man imidlertid — da hver lodret og vandret Række indeholder en Parcel af hvert Forsøgsled — gennemføre en rækkevis Udjævning, idet man benytter Gennemsnitsafgrøderne af de enkelte lodrette og vandrette Rækker som Udtryk for ensidige Variationer i Jordens Frugtbarhed. Men den Variation, man saaledes faar afbildet, er netop den Variation, hvis Virkning man har bortskaffet gennem Parcellfordelingen, og gøres Forsøget op paa Grundlag af en saadan Udjævning, vil man derfor komme til samme Resultater som ved en direkte Opgørelse. Udjævningen kan imidlertid, som det skal vises i det følgende, tjene til en Bestemmelse af Nøjagtigheden ved Forsøget.

Benyttes Afgrøderne fra Mark A—B, Side 467, tilligemed de ekstra Randparceller for oven og ved begge Sider, kan der afgrænses 8 Marker à 5×5 Parceller med de i Fig. 20 viste Gennemsnitsafgrøder.

Fig. 20. Gennemsnitsafgrøder.

Mark 1 155	Mark 2 164	Mark 3 189	Mark 4 237
Mark 5 165	Mark 6 162	Mark 7 184	Mark 8 200

Følgende Eksempel (Mark 4) viser Fremgangsmaaden ved Udjævningen. Der er først dannet Gennemsnitstal for samtlige lodrette og vandrette Rækker, derefter er de enkelte Parcelafgrøder korrigerede saaledes, at Gennemsnitstillene bliver ens for alle Rækkerne (bortset fra Afrundingsfejl). Den første

Afgrøde er f. Eks. forhøjet med $5 \div 4$, den næste med $6 \div 4$ o. s. v.

Virkelige Afgrøder					Gsn. Korr.	Korrigerede Afgrøder					Gsn.
243	237	230	351	242	241 \div 4	244	239	231	241	229	237
251	228	238	248	256	244 \div 7	249	227	236	235	240	237
238	238	233	243	248	240 \div 3	240	241	235	234	236	237
212	229	228	245	252	233 4	221	239	237	243	247	237
215	224	229	230	231	226 11	231	241	245	235	233	237
Gsn. 232	231	232	243	246	237	237	237	237	238	237	237
Korr. 5	6	5	\div 6	\div 9							

Vi kunde nu, da det drejer sig om et Prøvedyrkningsmateriale, hvor »Forsøgsleddene« ikke er forskellige, beregne Middelfejlen af de korrigerede Afgrøder efter Formlen

$$m^2 = \frac{[v^2]}{(p \div 1)(r \div 1)}, \text{ der kan omskrives til}$$

$$m^2 = \frac{[v^2]}{pr \div 1} \cdot \frac{pr \div 1}{(p \div 1)(r \div 1)},$$

hvor p og r betyder Antallet af Parceller, henholdsvis i en lodret og i en vandret Række, medens v er Forskellen mellem

Fig. 21.

1	2	3	4	5
3	4	5	1	2
5	1	2	3	4
2	3	4	5	1
4	5	1	2	3

den enkelte (korrigerede) Afgrøde og Middeltallet af samtlige pr Afgrøder¹⁾. Men naar vi holder os til den Fremgangsmaade, der maa anvendes ved et virkeligt, ikke fingeret Forsøg, maa vi beregne Middelfejlen af de enkelte Fællesparcellers Afgivelser fra deres Gennemsnitsafgrøde og faar da følgende Opstilling, naar Forsøget tænkes gen-

nemført efter den i Fig. 21 viste Plan:

Række Nr.	Forsøgsled Nr.									
	1		2		3		4		5	
	Afgr.	v'	Afgr.	v'	Afgr.	v'	Afgr.	v'	Afgr.	v'
1	244	2	239	5	231	-6	241	7	229	-9
2	235	-7	240	6	249	12	227	-7	236	-2
3	241	-1	235	1	234	-3	236	2	240	2
4	247	5	221	-13	239	2	237	3	243	5
5	245	3	235	1	233	-4	231	-3	241	3
Gsn. [v ²]	242	88	234	232	237	209	234	120	238	123

¹⁾ Ved den tidligere offentliggjorte Redegørelse for denne Formel blev der brugt en lidt anden Fremgangsmaade ved Udregning af v-erne, men Værdierne af disse bliver ens ved begge Fremgangsmaader.

Middelfejlen maa nu beregnes af

$$m^2 = \frac{[v^2]}{p(r \div 1)} \cdot \frac{pr \div 1}{(p \div 1)(r \div 1)},$$

idet vi ifølge de almindelige Regler for Fejlberægning sætter $p(r \div 1)$ som Divisor i Stedet for $pr \div 1$. Da p her er lig r , kan vi skrive

$$m^2 = \frac{[v^2]}{p(p \div 1)} \cdot \frac{p^2 \div 1}{(p \div 1)^2} = \frac{[v^2]}{p} \cdot \frac{p+1}{(p \div 1)^2},$$

hvor p altsaa betyder Antallet af Parceller i hver lodret eller vandret Række.

Middelfejlen paa den samlede Afgrøde af et Forsøgsled er givet ved

$$M^2 = pm^2 = [v^2] \cdot \frac{p+1}{(p \div 1)^2}.$$

Naar p er lig 5, bliver $M^2 = \frac{3}{8} [v^2]$, i Eksemplet er $M^2 = \frac{3 \times 772}{8}$ og $M = 17.0$.

Foretages tilvarende Beregninger for de øvrige 7 Marker, faar man de nedenfor anførte Værdier af M , sammenstillede med de Værdier, der faas ved at beregne Middelfejlen direkte af

Forsøgsleddenes Totalafgrøder efter Formlen $M = \sqrt{\frac{[v^2]}{5 \div 1}}$, samt de Værdier, der fremkommer, naar Middelfejlen beregnes af de enkelte Parcellers virkelige (ikke korrigerede) Afgrøder efter

Formlen $M = \sqrt{\frac{5[v^2]}{5(5 \div 1)}} = \sqrt{\frac{[v^2]}{5 \div 1}}$ («falsk Middelfejl»).

Mark Nr.	Falsk Middel- fejl	Sand Middelfejl	
		Beregnet af Forsøgsleddenes Totalafgrøder	Beregnet af de enkelte Parcelafgrøder
1	19.8	13.8	18.2
2	25.3	10.2	11.1
3	41.7	7.6	13.0
4	26.8	16.9	17.0
5	26.5	24.5	14.8
6	23.5	14.4	12.2
7	29.2	9.7	15.0
8	21.5	16.2	16.7
Middelværdi ¹⁾	27.5	15.0	14.9

De af Forsøgsleddenes Totalafgrøder beregnede Værdier af Middelfejlen er naturligvis, her hvor der kun er 5 Gentakelser,

¹⁾ Kvadratrod af de kvadrerede Værdiers Middelværdi.

meget springende, men Middelværdierne efter de to Fremgangsmaader til Bestemmelse af den sande Middelfejl stemmer godt overens. Den højeste Værdi i første Rubrik, 41.7, knytter sig til en Mark, hvor Skraaplansvariationen traadte særlig stærkt frem.

Den her beskrevne Fejlregningsmetode kan naturligvis ogsaa bruges ved Forsøg med f. Eks. 4 Forsøgsled og 4 Fællesparceller eller Forsøg, hvor Antallet af Forsøgsled og Fællesparceller er over 5. Men jo længere Rækkerne bliver, desto mere vil den rækkevis Udjævning i Almindelighed tabe sin Betydning, fordi en bølgeformet eller mindre regelmæssig Variation vil blive tilsløret ved Dannelsen af Gennemsnitstallene, og disse vil derfor egne sig mindre godt til at karakterisere Variationen.

Tillæg.

Til Belysning af det foregaaende skal her anføres et af de let overskuelige Eksempler, ved Hjælp af hvilke jeg oprindeligt kom til Formlen $m^2 = \frac{[v^2]}{(p \div 1)(r \div 1)}$. Lad 501 505 507 511 være Forsøgsresultater, der kun er forskellige paa Grund af tilfældige Fejl. Udregnes Middelfejlen paa almindelig Maade, faar man:

	v	v ²
501	÷ 5	25
505	÷ 1	1
507	1	1
511	5	25
Gsn. 506		Sum 52

$$m^2 = \frac{52}{4 \div 1} = 17\frac{1}{2}.$$

Hvis nu Tallene forestiller Afgrøden af to Kornsorter, Nr. 1—2, dyrkede paa to Forsøgsstationer, A—B, maa Middelfejlen beregnes saaledes, idet vi foreløbig vælger tre forskellige Opstillinger:

	Virkelige Afgrøder				Korrigerede Afgrøder				
		A	B	Gsn.	Korr.	A	B	Gsn.	v
1)	Nr. 1	501	505	503	3	506	506	506	0 0
	— 2	507	511	509	÷ 3	506	506	506	0 0
	Gsn.	504	508	506		506	506	506	
	Korr.	2	÷ 2			$m^2 = 0$			
2)	Virkelige Afgrøder				Korrigerede Afgrøder				
		A	B	Gsn.	Korr.	A	B	Gsn.	v
	Nr. 1	501	511	506	0	504	508	506	÷ 2 2
	— 2	505	507	506	0	508	504	506	2 ÷ 2
	Gsn.	503	509	506		506	506	506	
	Korr.	3	÷ 3			$m^2 = \frac{2 \cdot 2^2 + 2 (\div 2)^2}{(2 \div 1)(2 \div 1)} = 16$			

3)	Virkelige Afgrøder				Korrigerede Afgrøder			
	A	B	Gsn.	Korr.	A	B	Gsn.	v
Nr. 1	501	507	504	2	503	509	506 ÷ 3	3
— 2	511	505	508	÷ 2	509	503	506	3 ÷ 3
	Gsn.	506	506	506	506	506	506	
	Korr.	0	0					

$$m^2 = \frac{2 \cdot 3^2 + 2(\div 3)^2}{(2 \div 1)(2 \div 1)} = 36$$

Som det ses, er Middelfejlen afhængig af den Maade, hvorpaa Elementerne opstilles. De 4 Afgrødetal kan opstilles paa i alt 24 Maader; de 3 Værdier af m^2 : 0 16 36, vil da fremkomme hver 8 Gange, og Middelværdien bliver $\frac{8 \cdot 0 + 8 \cdot 16 + 8 \cdot 36}{24} = 17\frac{1}{3}$, altsaa nøjagtig samme Værdi, som fandtes

ved at beregne Middelfejlen af de ikke korrigerede Afgrøder efter Formlen $m^2 = \frac{[v^2]}{4 \div 1}$. Ved et virkeligt Forsøg kan Tallene kun opstilles paa een Maade (bortset fra ligegyldige Ombytninger af hele Rækker), og den fundne Værdi af Middelfejlen maa da karakteriseres som den sandsynligste Værdi, der under de givne Forhold kan uddrages af Materialet; men da et Forsøg i Almindelighed omfatter langt mere end 4 Elementer, vil Usikkerheden ved Bestemmelsen af Middelfejlen ikke blive nær saa stor, som man faar Indtryk af ved at betragte de stærkt varierende Værdier i Eksemplet.

Vi forudsatte her, at Afgrøderne kun var forskellige paa Grund af tilfældige Afvigelser. Vi antager nu, at Sort Nr. 2 er Nr. 1 overlegen, og forhøjer hver af dens 2 Afgrøder med 10 Enheder og antager endvidere, at Vækstbetingelserne er gunstigere paa Station B end paa Station A, og forhøjer Afgrøderne paa B med hver 20 Enheder. Vi faar da, naar vi f. Eks. benytter Opstilling 2 som Grundlag:

	Virkelige Afgrøder				Korrigerede Afgrøder			
	A	B	Gsn.	Korr.	A	B	Gsn.	v
Nr. 1	501	531	516	5	519	523	521 ÷ 2	2
— 2	515	537	526	÷ 5	523	519	521	2 ÷ 2
	Gsn.	508	534	521	521	521	521	
	Korr.	13	÷ 13					$m^2 = 16$

Middelfejlen bliver altsaa den samme som før, fordi de ensidige Afvigelser, der ikke virker som Fejl i Forsøget, er eliminerede ved Fejl-beregningen. Vilde man her undlade Korrigeringen og beregne Middelfejlen efter Formlen $m^2 = \frac{[v^2]}{4 \div 1}$, vilde man faa $m^2 = 264$, en Værdi, der ikke har noget med Forsøgets Nøjagtighed at gøre.