Bestemmelse af Middelfejlen ved Kombinationer af ensidige og tilfældige Afvigelser.

Af R. K. Kristensen.

Foreligger der en Række Gentagelsesresultater fra et eller andet Forsøg, f. Eks. en Række Analyser af samme Materiale (Fællesanalyser), og er disse Resultater kun forskellige paa Grund af tilfældige Fejl eller Afvigelser, beregnes Middelfejlen efter Formlen

$$m = \sqrt{\frac{[v^2]}{n \div 1}}, \qquad (1)$$

hvor v er de enkelte Resultaters Afvigelse fra Middeltallet af samtlige Resultater, og n er Antallet af disse. Skal Middelfejlen være et nogenlunde paalideligt Maal for Nøjagtigheden, maa Antallet af Gentagelsesresultater ikke være for ringe. Ved det praktiske Forsøgsarbejde har man ofte Gentagelsesrækker, der er meget korte; til Gengæld foreligger der i Reglen et større eller mindre Antal af disse. Tabel 1 viser nogle Tørstofbestemmelser i 10 Roeprøver af forskellig Oprindelse, udførte med 3 Fællesanalyser af hver Prøve.

Middelfejlen paa Tørstofbestemmelserne maa her beregnes efter Formlen

$$m = \sqrt{\frac{[[v^2]]}{p\,(r \div 1)}}, \qquad (2)$$

hvor v er Enkeltanalysernes Afvigelse fra Middeltallet af de tre sammenhørende Analyser, p Antallet af Roeprøver og r Antallet af Fællesanalyser i hver Prøve. I Eksemplet er $m = \sqrt{\frac{0.0311}{10\,(3 \div 1)}} = 0.039$. Overensstemmelsen mellem denne Formel og den foregaaende er umiddelbart indlysende: Udregner

Tabel 1. Tørstofbestemmelser i forskellige Roeprøver.

Prøve Nr.	pCt. Tørstof				v			$[v^2]$
	I	II	III	Gsn.	I	II	III	
1	12.91	12.90	12.94	12.92	÷0.01	÷0.02	0.02	0.0009
2	13.37	13.35	13.25	13.32	5	3	÷ 7	83
3	9.08	9.15	9.10	9.11	÷ 3	4	÷ 1	26
4	11.80	11.89	11.86	11.85	÷ 5	4	1	42
5	14.03	14.02	14.05	14.03	0	÷ 1	2	05
6	12.38	12.34	12.41	12.38	0	÷ 4	3	25
7	12.27	12.26	12.24	12.26	1	0	÷ 2	05
8	10.62	10.60	10.67	10.63	÷ 1	÷ 3	4	26
9	11.75	11.68	11.71	11.71	4	÷ 3	0	25
10	13.40	13.29	13.32	13.34	6	÷ 5	÷ 2	65
						Hovedsum . . .		0.0311

man Middelfejlen for hver af de 10 Prøver efter Formel (1) og tager Gennemsnit af de fundne Værdier af m^2, kommer man til det Resultat, Formel (2) angiver.

Der findes imidlertid store Omraader, hvor man i Almindelighed ikke kan anvende nogen af de to Formler. Vore Markforsøg er et saadant Omraade. Tabel 2, venstre Halvdel,

Tabel 2. Dyrkningsforsøg med forskellige Runkelroevarieteter, 1893. Centner pr. Td. Ld.

Varieteter	Virkelige Afgrøder			Reducerede Afgrøder				$[v^2]$
	Tystofte	Askov Lerm.	Askov Sandm.	Tystofte	Askov Lerm.	Askov Sandm.	Gsn.	
1. Wroxton	563	627	450	41	118	80	80	2965
2. Eckendorfer	557	550	433	35	41	63	46	435
3. Yellow Globe	564	555	355	42	46	÷15	24	2329
4. Barres	577	496	337	55	÷13	÷33	3	4256
5. Elvetham	509	479	419	÷13	÷30	49	2	3458
6. Long Yellow	563	469	363	41	÷40	÷ 7	÷ 2	3318
7. Ørslev Flaske	500	471	343	÷22	÷38	÷27	÷29	134
8. Golden Globe	451	472	370	÷71	÷37	0	÷36	2522
9. Golden Tankard	497	464	325	÷25	÷45	÷45	÷38	267
10. Oberndorfer	438	509	305	÷84	0	÷65	÷50	3881
Gennemsnit . . .	522	509	370		Hovedsum . . .			23565

viser et enkelt Aars Resultater af nogle sammenlignende Dyrkningsforsøg, der i sin Tid blev udførte paa Forsøgsstationerne ved Askov og Tystofte, med forskellige Varieteter af Runkelroer[1]).

Betragtes Afgrøderne af en Varietet paa de tre Forsøgssteder som Gentagelsesresultater, er det klart, at disse ikke kan behandles paa samme Maade som Fællesanalyserne i Tabel 1. Tallene er behæftede med systematiske eller ensidige Afvigelser, fordi Afgrøderne er af væsentlig forskellig Størrelse paa de forskellige Forsøgssteder. Sandmarken ved Askov har helt igennem givet mindre Afgrøder end Forsøgsstederne med den gode Jord. Denne ensidige Afvigelse virker ikke som Fejl i Forsøget; da samtlige Varieteter er dyrkede paa de samme Forsøgssteder, er de i Hovedsagen ligestillede over for de Faktorer, der bestemmer Gennemsnitsafgrødens Størrelse paa det enkelte Forsøgssted. Tallene maa derfor behandles paa en saadan Maade, at den ensidige Afvigelse ikke faar Indflydelse paa Middelfejlens Størrelse. Ved de Undersøgelser over Varietets- og Stammeforsøgenes Nøjagtighed, der er beskrevet i det foregaaende Arbejde og som Eksemplet er taget fra, er den ensidige Afvigelse »bortskaffet paa den Maade, at Afgrøderne paa et Forsøgssted er forøgede eller formindskede med en saadan Størrelse, at den gennemsnitlige Afgrøde bliver ens paa samtlige Forsøgssteder« (jvf. Side 96). I Tabel 2 er de »reducerede Afgrøder« fremkomne ved at trække Middeltallet af Afgrøderne paa et Forsøgssted fra de enkelte Afgrøder (de to Fremgangsmaader er i Realiteten ens). Kvadratsummerne er derefter udregnede saaledes: $(41 \div 80)^2 + (118 \div 80)^2 + (80 \div 80)^2 = 2965$ o. s. v. Spørgsmaalet bliver nu: Med hvilken Størrelse skal $[[v^2]]$ divideres? Der er aabenbart ikke samme Forhold mellem v'erne og de sande Fejl som i det foregaaende Eksempel. Ved de udførte Omregninger af Tallene er der foretaget en »Forskønnelse« af Materialet (de tre Forsøgssteder vilde jo ikke give nøjagtig samme Gennemsnitsafgrøde, selv om Afgrødernes Størrelse kun var paavirket af tilfældige Fejl). Divisor skal aabenbart være mindre end $p(r \div 1)$. Ved nogle Slutninger

---

[1]) Se det foregaaende Arbejde: »Nøjagtigheden ved Varietets- og Stammeforsøg med Roer, udførte paa Statens Forsøgsstationer i Aarene 1886—1919«.

kom jeg til det Resultat, at Middelfejlen her maa beregnes efter Formlen

$$m = \sqrt{\frac{[[v^2]]}{(p \div 1)\ (r \div 1)}}, \tag{3}$$

hvor p er Varieteternes, r Forsøgsstedernes Antal. Derefter prøvede jeg Formlen paa nogle tænkte, simple Tilfælde med faa Elementer (4 og 6) ud fra følgende Betragtning: Hvis Formlen er rigtig, skal den kunne anvendes paa en Række almindelige Gentagelsesresultater, der ikke har nogen ensidige Afvigelser men kun tilfældige Afvigelser fra et og samme Gennemsnitstal, naar Elementerne opstilles i flere Rækker (6 Elementer f. Eks. i 3 vandrette og 2 lodrette Rækker) og behandles paa samme Maade som Forsøgsresultaterne i Tabel 2. Men da Ordningen af Elementerne inden for den valgte Opstillingsform faar Indflydelse paa v'ernes (og Middelfejlens) Størrelse, vil Beregningen kun give nøjagtig samme Resultat som en almindelig Fejlberegning efter Formel (1), hvis man ordner Elementerne paa alle mulige Maader inden for de givne Rammer og søger Middelværdien af alle de fundne Værdier for m^2 [1]). Eksemplerne viste, at Formlen passede med fuld Nøjagtighed, naar alle Permutationer af de givne Elementer blev lagt til Grund for Opstillingen, og den blev da benyttet ved de før nævnte Undersøgelser over Roeforsøgenes Nøjagtighed. I det anførte Eksempel herfra er $m = \sqrt{\frac{23565}{(10 \div 1)\ (3 \div 1)}} = 36.2$. Efter at disse Undersøgelser var afsluttede, kom jeg i Forbindelse med Oberstløjtnant *N. P. Johansen*, som med stor Elskværdighed imødekom mit Ønske om at tage Problemet under Behandling og udarbejdede følgende almengyldige Bevis for Formlens Rigtighed:

Paa en Række forskellige Steder i Landet har man til Sammenligning dyrket en Række Varieteter af Runkelroer og maalt Afgrødernes Størrelse, og man vil undersøge Nøjagtigheden af de opnaaede Resultater.

---

[1]) Det fremgaar heraf, at hvis man bestemmer Middelfejlen ved en Kombination af ensidige og tilfældige Afvigelser (hvor en enkelt given Fordeling maa træde i Stedet for samtlige mulige Fordelinger) efter Formel (3), maa man — for at faa Middelfejlen bestemt med en vis Sikkerhed — have et større Materiale til Raadighed, end naar man kan anvende Formel (1), hvor Elementernes Orden jo er ligegyldig. Det samme gælder i øvrigt Formel (2).

	Virkelige Afgrøder					Reducerede Afgrøder					
Voksesteder / Varieteter	I	II	III	„	r	I	II	III	„	r	Middeltal x
1	o_1^1	o_1^2	o_1^3	„	o_1^r	(o_1^1)	(o_1^2)	(o_1^3)	„	(o_1^r)	x_1
2	o_2^1	o_2^2	o_2^3	„	o_2^r	(o_2^1)	(o_2^2)	(o_2^3)	„	(o_2^r)	x_2
3	o_3^1	o_3^2	o_3^3	„	o_3^r	(o_3^1)	(o_3^2)	(o_3^3)	„	(o_3^r)	x_3
4	o_4^1	o_4^2	o_4^3	„	o_4^r	(o_4^1)	(o_4^2)	(o_4^3)	„	(o_4^r)	x_4
„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„
„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„
„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„
„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„	„
p	o_p^1	o_p^2	o_p^3	„	o_p^r	(o_p^1)	(o_p^2)	(o_p^3)	„	(o_p^r)	x_p
Middeltal	a	b	c	„	f						

I ovenstaaende Oversigt er Varieteterne betegnede med 1, 2, 3, 4 .... p og Voksestederne med I, II, III .... r, medens de virkelige Afgrøder er betegnede med o_k^e, der er opførte i venstre Halvdel af Skemaet.

For et og samme Voksested, f. Eks. Voksested II, er der en af Varieteternes Egenskaber afhængig Forskel mellem Afgrøderne o_1^2, o_2^2, o_3^2 ......, hvilke Størrelser jo derfor paa ingen Maade kan opfattes som Gentagelsesværdier for en og samme Størrelse. For en og samme Varietet er der endvidere en af Jordbundsbeskaffenheden og andre Forhold afhængig Forskel mellem Afgrøderne o_q^1, o_q^2, o_q^3 .... paa de forskellige Voksesteder; men det forudsættes, at Gennemsnitsværdierne af Differenserne $o_q^1 \div o_q^2 \div o_q^3 \ldots \div o_q^r$ er tilnærmelsesvis ens for alle Varieteter. Alle observerede Størrelser o har samme Nøjagtighed, og det drejer sig om at bestemme Middelfejlen m paa en Observationsstørrelse o.

Da samtlige Størrelser o i Oversigten betegner forskelligartede Størrelser, kan Observationsmaterialet ikke umiddelbart benyttes til en Fejlberegning.

Først dannes Middeltallene for hvert Voksested for sig:

$$a = \frac{o_1^1 + o_2^1 + o_3^1 + \ldots\ldots + o_p^1}{p}$$

$$b = \frac{o_1^2 + o_2^2 + o_3^2 + \ldots\ldots + o_p^2}{p}$$

$$c = \frac{o_1^3 + o_2^3 + o_3^3 + \ldots\ldots + o_p^3}{p}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$f = \frac{o_1^r + o_2^r + o_3^r + \ldots\ldots + o_p^r}{p}$$

og dernæst Differenserne

$$\begin{array}{llll}
(o_1^1) = o_1^1 \div a & (o_1^2) = o_1^2 \div b & \ldots\ldots & (o_1^r) = o_1^r \div f \\
(o_2^1) = o_2^1 \div a & (o_2^2) = o_2^2 \div b & \ldots\ldots & (o_2^r) = o_2^r \div f \\
(o_3^1) = o_3^1 \div a & (o_3^2) = o_3^2 \div b & \ldots\ldots & (o_3^r) = o_3^r \div f \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\
(o_p^1) = o_p^1 \div a & (o_p^2) = o_p^2 \div b & \ldots\ldots & (o_p^r) = o_p^r \div f
\end{array}$$

hvilke Størrelser er opførte i Skemaets højre Halvdel.

De til en og samme Varietet hørende Værdier for (o), f. Eks. (o_3^1), (o_3^2) ...... (o_3^r), kan nu kun afvige fra hverandre som Følge af de paa Observationsstørrelserne (Forsøgsresultaterne) hvilende Fejl — der imidlertid her paa Grund af de udførte Regninger fremtræder i andre Kombinationer end de sædvanlige fri Observationsfejl.

Nu dannes Middeltallene for hver Varietet for sig:

$$x_1 = \frac{(o_1^1) + (o_1^2) + \ldots\ldots + (o_1^r)}{r}$$

$$x_2 = \frac{(o_2^1) + (o_2^2) + \ldots\ldots + (o_2^r)}{r}$$

$$x_3 = \frac{(o_3^1) + (o_3^2) + \ldots\ldots + (o_3^r)}{r}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$x_p = \frac{(o_p^1) + (o_p^2) + \ldots\ldots + (o_p^r)}{r}$$

og dernæst Fejlstørrelserne

$$\begin{array}{llll}
v_1^1 = x_1 \div (o_1^1) & v_2^1 = x_2 \div (o_2^1) & \ldots\ldots & v_p^1 = x_p \div (o_p^1) \\
v_1^2 = x_1 \div (o_1^2) & v_2^2 = x_2 \div (o_2^2) & \ldots\ldots & v_p^2 = x_p \div (o_p^2) \\
v_1^3 = x_1 \div (o_1^3) & v_2^3 = x_2 \div (o_2^3) & \ldots\ldots & v_p^3 = x_p \div (o_p^3) \\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots\ldots \\
v_1^r = x_1 \div (o_1^r) & v_2^r = x_2 \div (o_2^r) & \ldots\ldots & v_p^r = x_p \div (o_p^r)
\end{array}$$

og man kan da sætte

$$m^2 = \frac{[[vv]]}{(p \div 1)\ (r \div 1)}$$

For at fremstille dette Udtryk maa vi indføre de sande Fejl.

Lad de sande Fejl paa Observationsstørrelserne o være henholdsvis

$$\begin{array}{ccccc}
\varepsilon_1^{\,1} & \varepsilon_1^{\,2} & \varepsilon_1^{\,3} & \ldots\ldots & \varepsilon_1^{\,r} \\
\varepsilon_2^{\,1} & \varepsilon_2^{\,2} & \varepsilon_2^{\,3} & \ldots\ldots & \varepsilon_2^{\,r} \\
\varepsilon_3^{\,1} & \varepsilon_3^{\,2} & \varepsilon_3^{\,3} & \ldots\ldots & \varepsilon_3^{\,r} \\
\varepsilon_4^{\,1} & \varepsilon_4^{\,2} & \varepsilon_4^{\,3} & \ldots\ldots & \varepsilon_4^{\,r} \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots\ldots & \ldots \\
\varepsilon_p^{\,1} & \varepsilon_p^{\,2} & \varepsilon_p^{\,3} & \ldots\ldots & \varepsilon_p^{\,r}
\end{array}$$

saa bliver de sande Fejl paa Middeltallene a, b, c ...... f henholdsvis

$$\frac{[\varepsilon^1]}{p}, \quad \frac{[\varepsilon^2]}{p}, \quad \frac{[\varepsilon^3]}{p} \quad \ldots\ldots \quad \frac{[\varepsilon^r]}{p}$$

og de sande Fejl paa Størrelserne $(o_1^{\,1})$, $(o_2^{\,1})$ ...... $(o_p^{\,1})$, $(o_1^{\,2})$............ $(o_p^{\,r})$ bliver henholdsvis

$$\begin{array}{cccc}
\varepsilon_1^{\,1} \div \frac{[\varepsilon^1]}{p} & \varepsilon_1^{\,2} \div \frac{[\varepsilon^2]}{p} & \ldots\ldots & \varepsilon_1^{\,r} \div \frac{[\varepsilon^r]}{p} \\
\varepsilon_2^{\,1} \div \frac{[\varepsilon^1]}{p} & \varepsilon_2^{\,2} \div \frac{[\varepsilon^2]}{p} & \ldots\ldots & \varepsilon_2^{\,r} \div \frac{[\varepsilon^r]}{p} \\
\varepsilon_3^{\,1} \div \frac{[\varepsilon^1]}{p} & \varepsilon_3^{\,2} \div \frac{[\varepsilon^2]}{p} & \ldots\ldots & \varepsilon_3^{\,r} \div \frac{[\varepsilon^r]}{p} \\
\ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots \\
\varepsilon_p^{\,1} \div \frac{[\varepsilon^1]}{p} & \varepsilon_p^{\,2} \div \frac{[\varepsilon^2]}{p} & \ldots\ldots & \varepsilon_p^{\,r} \div \frac{[\varepsilon^r]}{p}
\end{array}$$

og endelig bliver de sande Fejl paa de partielle Middeltal x_1, x_2, x_3 .... x_p

$$\begin{array}{rl}
\text{paa } x_1: & \frac{[\varepsilon_1]}{r} \div \frac{[[\varepsilon]]}{rp} \\
\text{— } x_2: & \frac{[\varepsilon_2]}{r} \div \frac{[[\varepsilon]]}{rp} \\
\text{— } x_3: & \frac{[\varepsilon_3]}{r} \div \frac{[[\varepsilon]]}{rp} \\
\ldots\ldots & \ldots\ldots \\
\text{— } x_p: & \frac{[\varepsilon_p]}{r} \div \frac{[[\varepsilon]]}{rp}
\end{array}$$

hvor $[[\varepsilon]]$ betegner Summen af de paa samtlige Observationsstørrelser o hvilende sande Fejl.

Vi skal dernæst søge Forbindelsen mellem Fejlstørrelserne v og de sande Fejl. Betegnes de til x_1, x_2 ...... x_p svarende sande Værdier ved X_1, X_2 ...... X_p, saa har man f. Eks. for Varieteten q:

$$v_q^1 = x_q \div (o_q^1) \qquad \varepsilon_q^1 \div \frac{[\varepsilon^1]}{p} = X_q \div (o_q^1)$$

$$v_q^2 = x_q \div (o_q^2) \qquad \varepsilon_q^2 \div \frac{[\varepsilon^2]}{p} = X_q \div (o_q^2)$$

$$v_q^3 = x_q \div (o_q^3) \qquad \varepsilon_q^3 \div \frac{[\varepsilon^3]}{p} = X_q \div (o_q^3)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$v_q^r = x_q \div (o_q^r) \qquad \varepsilon_q^r \div \frac{[\varepsilon^r]}{p} = X_q \div (o_q^r)$$

og ved af disse Ligninger at eliminere Størrelserne (o) og indsætte $\frac{[\varepsilon_q]}{r} \div \frac{[[\varepsilon]]}{rp}$ for $X_q \div x_q$ faas for Varieteten q

$$\varepsilon_q^1 \div \frac{[\varepsilon^1]}{p} = v_q^1 + \frac{[\varepsilon_q]}{r} \div \frac{[[\varepsilon]]}{rp}$$

$$\varepsilon_q^2 \div \frac{[\varepsilon^2]}{p} = v_q^2 + \frac{[\varepsilon_q]}{r} \div \frac{[[\varepsilon]]}{rp}$$

$$\varepsilon_q^3 \div \frac{[\varepsilon^3]}{p} = v_q^3 + \frac{[\varepsilon_q]}{r} \div \frac{[[\varepsilon]]}{rp}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\varepsilon_q^r \div \frac{[\varepsilon^r]}{p} = v_q^r + \frac{[\varepsilon_q]}{r} \div \frac{[[\varepsilon]]}{rp}$$

Ved at kvadrere og addere disse Udtryk for Varieteten q faas

$$\left.\begin{aligned} &[\varepsilon_q\varepsilon_q] \div \frac{2}{p}\left(\varepsilon_q^1\,[\varepsilon^1] + \varepsilon_q^2\,[\varepsilon^2] + \varepsilon_q^3\,[\varepsilon^3] + \ldots\ldots + \varepsilon_q^r\,[\varepsilon^r]\right) + \\ &\frac{1}{p^2}\left([\varepsilon^1]^2 + [\varepsilon^2]^2 + [\varepsilon^3]^2 + \ldots\ldots + [\varepsilon^r]^2\right) = [v_q v_q] + \frac{1}{r}\,[\varepsilon_q]^2 \\ &+ \frac{1}{rp^2}\,[[\varepsilon]]^2 + 2\,[v_q]\left(\frac{[\varepsilon_q]}{r} \div \frac{[[\varepsilon]]}{rp}\right) \div \frac{2}{rp}\,[\varepsilon_q]\,[[\varepsilon]]. \end{aligned}\right\} \quad (\alpha)$$

Heri er nu $[v_q] = 0$. Endvidere forsvinder alle Størrelser af Formen $[\varepsilon_s\varepsilon_t]$, hvis Gennemsnitsværdi er 0. I Henhold hertil bliver

$$\frac{2}{p}\left(\varepsilon_q^1\,[\varepsilon^1] + \varepsilon_q^2\,[\varepsilon^2] + \varepsilon_q^3\,[\varepsilon^3] + \ldots\ldots + \varepsilon_q^r\,[\varepsilon^r]\right) = \frac{2}{p}\,[\varepsilon_q\varepsilon_q]$$

$$\frac{1}{p^2}\left([\varepsilon^1]^2 + [\varepsilon^2]^2 + [\varepsilon^3]^2 + \ldots\ldots + [\varepsilon^r]^2\right) = \frac{1}{p^2}\,[[\varepsilon\varepsilon]]$$

$$\frac{1}{r}\,[\varepsilon_q]^2 = \frac{1}{r}\,[\varepsilon_q\varepsilon_q]$$

$$\frac{1}{rp^2}[[\varepsilon]]^2 = \frac{1}{rp^2}[[\varepsilon\varepsilon]]$$

$$\frac{2}{rp}[\varepsilon_q][[\varepsilon]] = \frac{2}{rp}[\varepsilon_q\varepsilon_q]$$

som indsat i (α) giver

$$[\varepsilon_q\varepsilon_q]\left(1 \div \frac{2}{p}\right) + \frac{1}{p^2}[[\varepsilon\varepsilon]] = [v_qv_q] + [\varepsilon_q\varepsilon_q]\left(\frac{1}{r} \div \frac{2}{rp}\right) + \frac{1}{rp^2}[[\varepsilon\varepsilon]]$$

Men heri er $[\varepsilon_q\varepsilon_q] = rm^2$ og $[[\varepsilon\varepsilon]] = prm^2$

som indsat giver efter en Omordning af Leddene

$$m^2\frac{(r \div 1)\,p \div r + 1}{p} = [v_qv_q]$$

Summeres dette Udtryk for samtlige p Varieteter, faas

$$m^2\,(r \div 1)\,p \div r + 1 = [[vv]]$$

og altsaa

$$m^2 = \frac{[[vv]]}{p\,(r \div 1) \div r + 1} = \frac{[[vv]]}{(p \div 1)\,(r \div 1)}$$

$$m = \sqrt{\frac{[[vv]]}{(p \div 1)\,(r \div 1)}}$$

Formlen kan anvendes i en Mængde forskellige Tilfælde, hvor ensidige Afvigelser forhindrer, at Forsøgsresultaterne kan benyttes umiddelbart til en Bestemmelse af Middelfejlen. Dette gælder f. Eks. sammenlignende Dyrkningsforsøg, der gentages i flere Aar. Aarenes forskellige Frugtbarhed vil paavirke Forsøgsresultaterne paa lignende Maade som de forskellige Vækstbetingelser paa Forsøgsstederne i Tabel 2, og den ensidige Afvigelse maa derfor bortskaffes ligesom her, hvis Tallene benyttes til en Fejlberegning med de forskellige Aars Resultater som Gentagelsesrække. Men ogsaa Forsøgsresultaterne paa et enkelt Forsøgssted i et enkelt Aar er behæftede med ensidige Afvigelser, som skyldes ensidige Variationer i Jordbundens Godhed. Men da Parcellerne lægges i Afdelinger med en Parcel af hvert Forsøgsled (f. Eks. af hver Roevarietet) i hver Afdeling, kan de ensidige Afvigelser, der kommer til Udtryk i Forskellen mellem Afdelingernes Gennemsnitsafgrøder, bortskaffes paa samme Maade som de ensidige Afvigelser, der skyldes Forsøgsstedernes eller Aarenes Forskellighed. Her er dog det særlige Forhold til Stede, at de forskellige Afdelinger som Regel gaar jævnt over i hverandre med Hensyn til Frugtbarhed, og Forsøgsplanen eller den Maade, hvorpaa Fællesparcellerne fordeles, faar her en vis Indflydelse paa Forsøgsfejlens Størrelse (disse Forhold vil eventuelt blive behandlede i et senere Arbejde).