

Om Mitscherlichs logaritmiske Kurve.

Af Niels Feilberg.

I sin store Beretning om Resultater fra Opbevaring og Anvendelsen af Staldgødning, der findes publiceret i nærværende Bind af Tidskriftet, anfører Forsøgsleder *N. A. Hansen*, at han har haft Nytte af den Vejledning til Benyttelse af Mitscherlichs Formel vedrørende Stofproduktion, som jeg (efter Anmodning, stilet til Laboratorieførstander *Harald R. Christensen*) havde udarbejdet, og da der fra anden Side er udtalt for mig, at sandsynligvis adskillige andre Forsøgsledere vilde have Interesse af at blive bekendt med den nævnte Fremgangsmaade, har jeg derved fundet Anledning til at gøre Rede derfor, og dette saa meget mere, som en saadan Tillempling i Anvendelsen af Formlen meget hyppig vil vise sig nødvendig.

Der er jo nemlig den Ulempe ved Benyttelsen af Formlen til Sammenligning af Forsøgsresultater fra Kulturforsøg, at man næsten aldrig har Konstanten k givet, og sædvanligvis har man heller ikke A , da man sjældent anvender den paagældende Faktor i saa stor Kvantitet, at man naar Maksimum for dens Virkeevne. Man bliver derfor nødt til at konstruere en foreløbig Kurve og ved Tilpasning af Forsøgsresultaterne til denne at beregne Konstanterne.

Ved Bedømmelse af et Gødningsforsøgs Værdi rejser sig ofte det Spørgsmaal, om den Kurve, man faar ved grafisk at optegne Forsøgets Resultater, med rimelig Tilnærmelse falder sammen med en logaritmisk Kurve af Formen:

$$\log (A \div y) = c \div k \cdot x \quad (1)$$

At dette Spørgsmaal forholdsvis let og i al Almindelighed kan besvares, skal i det følgende vises ved at gennemgaa et Taleksempel, taget fra Praksis.

I det valgte Eksempel benyttes stigende Mængder af Kvælstofgødning, nemlig foruden ugødet 35.3, 47.1, 70.8, 93.0 og 142.8 kg Kvælstof pr. ha. De til disse Gødningsmængder svarende Forøgelse i Udbytte (sammenlignet med ugødet) er, udtrykte i Foderenheder: 481, 590, 749,

909 og 1110. Disse Resultater optegnes i et System af to paa hinanden vinkelrette Akser ved 5 Punkter, hvis Afstande fra den lodrette Akse er proportionale med Tallene 35.3, 47.1 o. s. v., medens Afstandene fra den vandrette Akse er proportionale med Tallene 481, 590 o. s. v. I Afstandene 71.4 og 142.8 fra den lodrette Akse trækkes to lodrette Hjælpelinier. Disse Hjælpelinier lader man skære en Kurve, som man

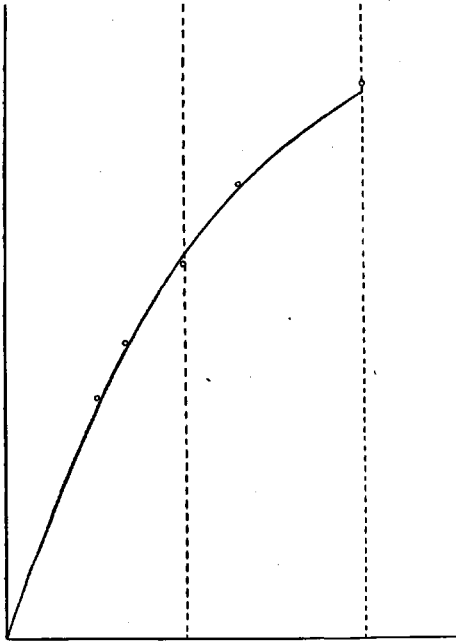


Fig. 1.

paa Skøn drager igennem eller rettere imellem de optegnede Punkter, idet man søger at gøre Afstandene fra Punkterne til Kurven saa smaa som muligt. Kurven bør krumme jævnt og stadig til samme Side (se Fig. 1). Man bestemmer nu Konstanterne A, c og k i Ligning (1) saaledes, at man faar Ligningen for en Kurve, der gaar igennem disse to Skæringspunkter og desuden igennem Aksernes Skæringspunkt, der jo ogsaa maa tilhøre Kurven, idet jo Gødningsmængden 0 giver Merudbyttet 0. Paa Tegningen udmaaler man, at Skæringspunktet med den inderste Hjælpelinie har en Afstand af 770 fra den vandrette Akse. Sættes nu i Ligning (1) 71.4 for x og 770 for y, faar man følgende Ligning

som Betingelse for, at Kurven gaar igennem dette Skæringspunkt:

$$\log (A \div 770) = c \div k \cdot 71.4 \quad (2)$$

For den anden Hjælpelinies Vedkommende kan man ikke straks skønne, om Kurven skal gaa over eller under det Forsøgsresultat, som jo er angivet paa denne Linie. Derfor vælger man i første Omgang selve Punktet, og faar som Betingelse for, at dette Punkt kommer til at ligge paa Kurven:

$$\log (A \div 1110) = c \div k \cdot 142.8 \quad (3)$$

Som Betingelse for, at Aksernes Skæringspunkt kommer til at tilhøre Kurven, faas endelig:

$$\log A = c \quad (4)$$

idet her baade x og y skal sættes lig 0. Af (2), (3) og (4) bestemmes nu A, c og k. Ved at subtrahere (2) fra (4) faas:

$$\log A \div \log (A \div 770) = k \cdot 71.4 \quad (5)$$

Ved at subtrahere (3) fra (2) faas:

$$\log (A \div 770) \div \log (A \div 1110) = k (142.8 \div 71.4) = k \cdot 71.4 \quad (6)$$

Subtraheres nu endelig (6) fra (5), faas følgende Ligning, der kun indeholder A af de Ubekendte:

$$\log A \div \log (A \div 770) \div \log (A \div 770) + \log (A \div 1110) = 0$$

Ved Omformning af denne Ligning findes A.

$$\log A \div \log (A \div 770) = \log (A \div 770) \div \log (A \div 1110)$$

$$\log \frac{A}{A \div 770} = \log \frac{A \div 770}{A \div 1110}$$

$$\frac{A}{A \div 770} = \frac{A \div 770}{A \div 1110}$$

$$A (A \div 1110) = (A \div 770) (A \div 770)$$

$$A^2 \div 1110 \cdot A = A^2 \div 2 \cdot 770 \cdot A + 770^2$$

$$A = \frac{770^2}{2 \times 770 \div 1110} = 1378.8$$

Ligning (4) giver $c = \log A = 3.13951$

k bestemmes endelig af (5):

$$k = \frac{\log 1378.8 \div \log (1378.8 \div 770)}{71.4} = 0.0049726$$

Ligningen for Kurven bliver altsaa:

$$\log (1378.8 \div y) = 3.13951 \div 0.0049726 \cdot x \quad (7)$$

Indsætter man nu 35.3 for x i Ligning (7) og løser den med Hensyn til y, faar man $y = 458$, hvilket vil sige, at det Punkt af Kurven, som har Afstanden 35.3 fra den lodrette Akse, ligger i en Afstand af 458 fra den vandrette Akse. I denne Afstand fra den lodrette Akse gaar Kurven altsaa 23 lavere end det tilsvarende Punkt blandt Forsøgsresultaterne, idet dette Punkt jo ligger 481 over den vandrette Akse. Paa samme Maade faas de øvrige Tal, der er opførte i Tabel 1.

Tabel 1.

Afstand fra den lodrette Akse	Afstand fra den vandrette Akse		Forskel
	Fundet	Beregnet	
35.3	481	458	23 for lavt
47.1	590	575	15 - -
70.6	749	764	15 for højt
93.0	909	903	6 for lavt
142.8	1110	1110	0

Da Kurven saaledes i saa mange Tilfælde gaar for lavt, ligger det nær at forsøge at vælge Skæringspunktet paa den inderste Hjælpelinie noget højere; men da det Punkt blandt Forsøgsresultaterne, der ligger nærmest ved denne Hjælpelinie, falder under Kurven, maa man være varsom med at gaa for højt. Imidlertid kan man ogsaa regulere Kurvens Forløb paa en anden Maade. Vælger man nemlig Skæringspunktet paa den yderste Hjælpelinie lavere, vil Kurven sænkes i Mellemrummet mellem de to Hjælpelinier, og samtidig tvinges i Vejret imellem den lodrette Akse og den inderste Hjælpelinie. Et smukt Resultat faar man ved at vælge Skæringspunktet paa den inderste Hjælpelinie 771 over den vandrette Akse og Skæringspunktet paa den yderste Hjælpelinie 1093 over samme Akse. Herved faas Ligningen:

$$\log (1323.9 \div y) = 3.12185 \div 0.0053109 \cdot x$$

og følgende Tal i Tabel 2.

Tabel 2.

Afstand fra den lodrette Akse	Afstand fra den vandrette Akse		Forskel
	Fundet	Beregnet	
35.3	481	464	17 for lavt
47.1	590	580	10 - -
70.8	749	766	17 for højt
93.0	909	899	10 for lavt
142.8	1110	1093	17 - -