

Om Bestemmelse af Middelfejlen ved Markforsøg.

Af R. K. Kristensen.

En Bestemmelse af Middelfejlen ved Markforsøg er forbunden med visse Vanskeligheder, fordi Overensstemmelsen mellem Fællesparcellerne ikke er et direkte Udtryk for Nøjagtigheden ved Forsøget. Hvis der er en ensidig Variation til Stede, hvis Jordbundens Ydeevne aftager eller tiltager jævnt fra den ene Side af Marken til den anden, kan der være en betydelig Forskel mellem Afrøderne af de Parceller, der hører sammen, Fællesparcellerne, men Fejlen paa den samlede Afrøde (eller Gennemsnitsafgrøde) af disse, den egentlige Forsøgsfej, kan dog være forholdsvis lille¹⁾. *E. A. Mitscherlich* har søgt at overvinde den nævnte Vanskelighed ved Hjælp af en Fremgangsmaade, der er beskrevet i en Meddelelse fra det landøkonomiske Institut ved Universitetet i Königsberg²⁾. Metoden har været diskuteret i den tyske Faglitteratur, hvor der er fremsat afvigende Anskuelser om dens Værdi. *Harnoth* er betænkelig ved Metoden, der indeholder visse Vilkaarligheder, og hævder, at Fremgangsmaadens Berettigelse ikke er bevist. *I. Alexandrowitsch* tager Metoden i Forsvar og finder den logisk begrundet men fremhæver dog, at dens Anvendelse med-

¹⁾ Se »Om det matematiske Grundlag for Dyrkningsforsøg paa Agermark« af *E. Lindhard*, Tidsskrift for Landbrugets Planteavl, 16. Bind, Side 337—58, og »Fejlteori og Markforsøg« af *R. K. Kristensen*, 17. Bind, Side 627—39.

²⁾ »Zur Methodik der Felddüngungs- und der Sortenanbau-Versuche« af *E. A. Mitscherlich*, Landwirtschaftliche Jahrbücher, 42. Bind, 1912, Side 415—21.

fører et stort Regnearbejde, og gør opmærksom paa, at dette vil blive næsten uoverkommeligt ved omfattende Forsøg med mange Spørgsmaal¹⁾. *Mitscherlich* har derefter anbefalet at tage visse Forholdsregler ved Forsøgenes Anlæg²⁾. Der er dog ikke forelagt egentlige Undersøgelser over Metoden eller Udredninger af de Forhold, der danner Grundlaget for Beregningsmaaden, og navnlig har man ikke forsøgt at prøve Metoden paa et Materiale, der tillader at beregne den virkelige Forsøgsfejl til Sammenligning med den fundne Middelfejl. I det følgende skal derfor gives en Fremstilling af Metoden og forelægges en til saadanne Beregninger støttet Undersøgelse af de Momenter, der efter Forfatterens Anskuelse maa være afgørende for, om Metoden bør anvendes eller ikke.

Mitscherlich belyser Metoden ved 2 Eksempler. Eks. I er et Gødningsforsøg, udført i Havre efter følgende Plan:

- I. Ugødet.
- II. Kvælstof + Kali.
- III. Kali + Fosforsyre.
- IV. Kvælstof + Fosforsyre.
- V. Kvælstof + Kali + Fosforsyre.

Der blev anvendt 4 Fællesparceller, og Forsøget omfattede saaledes 20 Parceller, der laa i en Række som vist paa Fig. 1. Parcelstørrelsen var $5 \text{ m} \times 10 \text{ m} = 50 \text{ m}^2$ eller $\frac{1}{200}$ ha. De enkelte Parcellers Afgrøder, angivet i kg (Halm og Kærne tilsammen), er indførte paa Figuren. Tallene under denne angiver Parcellernes Løbenumre, medens Romertallene ovenover betegner de 5 forskellige Gødningsanvendelser i Overensstemmelse med den anførte Forsøgsplan.

Fig. 1. Forsøgsplan og Afgrøder. Eks. I.

I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	V
65.4	98.3	60.3	78.8	90.2	66.7	96.2	69.4	80.9	87.7	54.9	90.6	50.2	69.8	79.2	42.1	66.2	34.6	64.4	70.4
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

¹⁾ Se Mitteilungen der Deutschen Landwirtschafts-Gesellschaft, 1913, Side 106—07, 270—71, 283, 405—07.

²⁾ *Mitscherlich* foreslaar at dele saadanne omfattende Forsøg i Grupper med et mindre Antal, f. Eks. 7, Spørgsmaal i hver og ledsage disse Grupper med en Maaleprøve. Illustrierte Landwirtschaftliche Zeitung, 1912, Side 896.

Jordsmonnet viste en Stigning fra venstre til højre, og Jordens Ydeevne har, naar den første Del af Stykket undtages, været aftagende i samme Retning, hvad der fremgaar af følgende Tal for den gennemsnitlige Parcelafgrøde paa hver af de 4 Afdelinger, som Jordstykket kan deles i efter Forsøgsplanen (hver Afdeling indeholder en Parcel af hvert Forsøgsled).

Fig. 2. Gennemsnitsafgrøder (ensidig Variation).

78.6	80.2	68.9	55.5
------	------	------	------

Her foreligger saaledes en stærk ensidig Variation, og en simpel Beregning af Middelfejlen paa Grundlag af Forskellen mellem Fællesparcellernes Afgrøder vil — da nogle af de sammenhørende Parceller ligger paa den gode og andre paa den daarlige Del af Jordstykket — give en for høj Værdi, naar Middelfejlen skal være et Udtryk for den egenlige Forsøgsfejl eller den Fejl, som de sammenhørende Fællesparcellers samlede Afgrøde (eller Gennemsnitsafgrøde) er behæftet med.

Mitscherlich søger nu at ophæve den ensidige Variations Indflydelse paa Resultatet af Fejlberegningen ved følgende Fremgangsmaade. Der tages Gennemsnit af de 5 Afgrøder fra Parcellerne 1—5, som repræsenterer de 5 forskellige Gødningsanvendelser. Det fundne Middeltal sættes lig 100, hvorefter de enkelte Parcellers Afgrøder omregnes i Forhold hertil. Da Middeltallet er 78.60, sker Omregningen altsaa ved Multiplikation med 100 og Division med 78.60. Derefter tages der Gennemsnit af Afgrøderne fra Parcellerne Nr. 2—6, som ogsaa repræsenterer alle 5 Forsøgsled. Dette Middeltal sættes atter lig 100, og de enkelte Parcelafgrøder fra Nr. 2 til 6 omregnes ligesom før. Næste Gang benyttes Parcellerne Nr. 3—7 o. s. v. Paa denne Maade kan der ved Hjælp af de 20 Parceller udføres 16 Beregninger, og der fremkommer derved de i Tabel 1 opførte Resultater¹⁾. (Nogle vandrette Streger, som ikke findes i Originaltabellen, deler Tallene i Grupper, der senere skal omtales). Der tages Gennemsnit af de 16 beregnede Afgrøder fra hvert Forsøgsled, og Middelfejlen paa disse Gennemsnitstal beregnes nu paa sædvanlig Maade af Enkeltresultaternes

¹⁾ Tabel II i Originalafhandlingen.

Afvigelse fra Middeltallet¹⁾. Tilsidst omregnes de fundne Gennemsnitstal, der altsaa er Forholdstal for Afrørderne, til absolute Værdier ved Multiplikation med 71.36 (Middeltal af de 16 Gennemsnitsafgrøder, se Tabel 1) og Division med 100. De tilhørende Værdier af Middelfejlen omregnes paa samme Maade. De i Tabel 1 opførte Værdier af Middelfejlen er fremkomne ved at dividere de af *Mitscherlich* fundne Værdier af den sandsynlige Fejl paa Forholdstallene med 0.6745, hvorefter den nævnte Omregning er foretaget. De opførte Værdier svarer altsaa til Formlen $M = 1.253 \frac{[v]}{n\sqrt{n \div 1}}$.

Til Sammenligning er der udført en simpel Beregning af Middelfejlen paa Grundlag af de enkelte Fællesparcellers Afvigelse fra Middeltallet af de sammenhørende Fællesparceller. Denne Beregning, der for det første Forsøgsleds Vedkommende er vist i Tabel 2, er udført efter de almindelige Formler $m = \sqrt{\frac{[v^2]}{n \div 1}}$ og $M = \frac{m}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{[v^2]}{n(n \div 1)}}$, hvor m er Middelfejlen

¹⁾ *Mitscherlich* benytter den sandsynlige Fejl i Stedet for Middelfejlen, men da den beregnede sandsynlige Fejl staar i et konstant Forhold til Middelfejlen, idet den faas ved at multiplicere denne med 0.6745, vil det ikke volde nogen Forstyrrelse, at der i nærværende Afhandling regnes med Middelfejlen, der bør foretrækkes ved saadanne Fejleregninger. I øvrigt beregner

Mitscherlich den sandsynlige Fejl ved Hjælp af Formlerne $r = 0.845 \frac{[v]}{\sqrt{n(n \div 1)}}$ og $R = \frac{r}{\sqrt{n}} = 0.845 \frac{[v]}{n\sqrt{n \div 1}}$, hvor $[v]$ betyder Summen af Afvigelserne fra Middeltallet, beregnet uden Hensyn til Fortegn, og n er Antallet af Afvigelser (eller Enkeltresultater); r er den sandsynlige Fejl paa Enkeltresultaterne, medens R er den sandsynlige Fejl paa Middeltallet. (I det foreliggende Arbejde bruger *Mitscherlich* dog — uvist af hvilken Grund — Betegnelsen r for den sandsynlige Fejl paa Middeltallet). Ved Division med 0.6745 faar man

$m = 1.253 \frac{[v]}{\sqrt{n(n \div 1)}}$ og $M = 1.253 \frac{[v]}{n\sqrt{n \div 1}}$, hvor m er Middelfejlen paa Enkeltresultaterne, og M er Middelfejlen paa Middeltallet. Ved disse Genvejs-

formler sparer man at kvadrere Afvigelserne. Formlen $m = 1.253 \frac{[v]}{\sqrt{n(n \div 1)}}$ kan omskrives til $m = 1.253 \sqrt{\frac{n}{n \div 1} \frac{[v]}{n}}$. Da $\frac{[v]}{n}$ er den gennemsnitlige Afvigelse, beregnet uden Hensyn til Fortegn, angiver denne Formel, der dog kun gælder med Tilnærmelse, Forholdet mellem Middelfejl og gennemsnitlig Afvigelse.

Tabel 1. Beregning af Middelfejlen efter Mitscherlichs Metode. (Eks. I).

Parcel Nr.	Gennemsnitsafgrøde	Beregnete Afgrøder (Forholdstal) Forsøgsled Nr.				
		I	II	III	IV	V
1—5	78.60	83.2	125.1	76.7	100.2	114.8
2—6	78.90	84.6	124.7	76.5	99.9	114.4
3—7	78.44	85.0	122.7	76.9	100.5	115.0
4—8	80.26	83.1	119.9	82.6	98.2	112.4
5—9	80.68	82.7	119.2	86.0	100.2	111.8
6—10	80.18	83.2	120.0	86.6	100.9	109.4
7—11	77.82	70.6	123.6	89.2	104.0	112.7
8—12	76.70	71.6	118.1	90.5	105.4	114.4
9—13	72.86	75.4	124.4	68.9	111.0	120.3
10—14	70.64	77.7	128.2	71.1	98.3	124.2
11—15	68.94	79.6	131.4	72.3	101.3	114.9
12—16	66.38	63.4	135.6	75.6	105.2	119.3
13—17	60.15	70.0	110.1	83.3	116.1	131.6
14—18	58.28	72.1	113.4	59.3	119.6	135.6
15—19	57.50	73.5	115.5	60.4	112.4	138.2
16—20	55.54	75.8	119.2	62.3	116.0	126.3
Gennemsnit	71.36	77.0	121.9	76.2	105.6	119.7
Middelfejl, M	1.75	1.02	2.54	1.90	2.34
Omregnet	Gennemsnit	54.9	87.0	54.4	75.3	85.4
	Middelfejl, M	1.25	1.16	1.81	1.36	1.67

Tabel 2. Sempel Beregning af Middelfejlen (Eks. I).
Forsøgsled Nr. I (Ugødet).

Parcel Nr.	Afgrøde	Afvigelse, v	v ²	
1	65.4	8.1	65.61	$m = \sqrt{\frac{390.77}{4 \div 1}} = 11.41$ $M = \frac{11.41}{\sqrt{4}} = 5.71$
6	66.7	9.4	88.36	
11	54.9	÷ 2.4	5.76	
16	42.1	÷ 15.3	231.04	
Gennemsnit	57.8		Sum 390.77	

paa de enkelte Parcelafgrøder, medens M er Middelfejlen paa Gennemsnitsafgrøden af de sammenhørende Fællesparceller, og n er Antallet af disse. Som omtalt Side 351 vil denne Beregning kun give et rigtigt Udtryk for Forsøgsfejlen, hvis der ingen ensidig Variation findes.

Hovedresultaterne af de to Beregningsmaader er sammenstillede i Tabel 3. De anførte Gennemsnitsværdier af Middelfejlen, 5.97 og 1.47, er — ligesom tilsvarende Værdier i det følgende — fremkomne ved at tage Gennemsnit af Middelfejlen i 2. Potens og derefter uddrage Kvadratroden.

Tabel 3. Afgrøder og Middelfejl (Eks. I).

Forsøgsled Nr.	Simpel Beregning		Beregning efter Mitscherlichs Metode	
	Afgrøde	Middelfejl, M	Afgrøde	Middelfejl, M
I	57.3	5.71	54.9	1.25
II	87.3	7.39	87.0	1.16
III	53.6	7.46	54.4	1.81
IV	73.5	3.87	75.3	1.86
V	81.9	4.49	85.4	1.87
Gennemsnit	70.8	5.97	71.4	1.47
	$\frac{5.97}{70.8} \times 100 = 8.43$ pCt.		$\frac{1.47}{71.4} \times 100 = 2.06$ pCt.	

Som det ses, er Gennemsnitstallene for Afgrøderne efter de 5 forskellige Gødningsanvendelser forrykket noget ved Anvendelse af Mitscherlichs Metode. Samtidig er Middelfejlen gaaet ned til ca. en Fjerdedel, idet den kun udgør 2.06 pCt. af Afgrødens Størrelse mod 8.43 pCt. ved den simple Beregningsmaade. Der maa nu spørges: Er den ved Mitscherlichs Metode fundne Middelfejl et gyldigt Maal for den virkelige Forsøgsfejle? *Mitscherlich* har ikke ført noget Bevis for, at dette er Tilfældet, og det skal nu undersøges nærmere, hvad den fundne Værdi af Middelfejlen er et Udtryk for.

Som før nævnt, er Forholdstallene i Rubrikkerne i Tabel 1 delt i Afsnit, der — naar de er fuldstændige — indeholder 5 Værdier. I Rubrikken for Ugødet (Forsøgsled Nr. I) er der tre saadanne Afsnit. Inden for hvert enkelt af disse er Afgrøden

efter Ugødet stadig repræsenteret af en og samme Parcel. I det første Afsnit er det Parcel Nr. 6 med Afgrøden 66.7. Det er da klart, at Variationen af de 5 beregnede Afgrøder i dette Afsnit ikke skyldes Parcel Nr. 6 men derimod de 5 Middeltal, som den sammenlignes med ved Beregningen af Forholdstallene. Variationen af disse Middeltal overføres paa de beregnede Afgrøder, der fremkommer saaledes:

$$66.7 \times 100 : 78.90 = 84.6$$

$$66.7 \times 100 : 78.44 = 85.0$$

$$66.7 \times 100 : 80.26 = 83.1$$

$$66.7 \times 100 : 80.68 = 82.7$$

$$66.7 \times 100 : 80.18 = 83.2$$

Det ses umiddelbart, at det er Variationen af Middeltallene 78.90, 78.44 o. s. v., der bestemmer Variationen paa den anden Side af Lighedstegen.

Variationen af de beregnede Afgrøder inden for hvert enkelt Afsnit af Rubrikkerne i Tabel 1 er saaledes en Variation af Middeltal, men denne falder ikke ind under den almindelige Fejllov, da de 5 Middeltal ikke varierer frit eller uafhængig af hverandre; de er tværtimod stærkt forbundne, da det delvis er de samme Parceller, som indgaar i de forskellige Middeltal, der er dannede efter følgende Skema (første Afsnit, Rubrikken I):

Middeltal	Parcel Nr.									
78.90	2	3	4	5	6				
78.44		3	4	5	6	7			
80.26			4	5	6	7	8		
80.68				5	6	7	8	9	
80.18					6	7	8	9	10

Ethvert af Middeltallene dannes af det foregaaende — eller efterfølgende — paa den Maade, at en Parcel gaar ud og en ny kommer til; to Middeltal, der ligger ved Siden af hinanden, har 4 Parceller fælles. De omhandlede Middeltal vil derfor variere langt mindre i Forhold til Enkeltresultaterne end almindelige Middeltal. Det fremgaar heraf, at Variationen af Tallene inden for de særskilte Afsnit ikke egner sig til at bruges som et Udtryk for de enkelte Parcelafgrøders tilfældige Variation eller den Variation, som i særlig Grad bestemmer Forsøgsfejlen, thi for det første er det en Variation af Middeltal,

der foreligger, og for det andet er disse Middeltal stærkt forbundne.

De 5 beregnede Afgrøder i det første fuldstændige Afsnit af Rubrikken I, 84.⁶, 85.⁰, 83.¹, 82.⁷, 83.², varierer i øvrigt uden noget iøjnefaldende System og svarer for saa vidt til en almindelig fejlteoretisk Variation, men dette er ikke Tilfældet med det næste Afsnit, hvor Tallene viser en stadig Stigning, fra 70.⁶ til 79.⁶. Det samme gælder sidste Afsnit, hvor de beregnede Afgrøder stiger fra 63.⁴ til 75.⁸. Dette ligger i, at den forreste Del af Jordstykket, hvor Parcellerne Nr. 2—10 er beliggende, ikke har nogen kendelig ensidig Variation, medens denne træder stærkt frem paa den øvrige Del af Stykket (se Fig. 2). Her aftager Frugtbarheden fra venstre til højre, og en bestemt Parcel vil derfor vise en stigende relativ Afgrøde, naar de 5 Parceller, hvis Middeltal den skal sammenlignes med, forskydes i denne Retning. Den Talvariation, der danner Grundlaget for Beregningen af Middelfejlen, er saaledes langt fra uafhængig af den ensidige Variation.

Ser man endelig paa Forholdet mellem de forskellige Afsnit med Hensyn til Afgrødernes Størrelse, finder man, at der her gør sig en særlig Variation gældende, idet nogle af de enkelte Afsnit har gennemgaaende høje eller gennemgaaende lave Afgrødetal. Tages der Gennemsnit af de beregnede Afgrøder inden for samme Afsnit, fremkommer Tallene i Tabel 4.

Disse Tal viser ingen gennemgaaende systematisk Variation. Da det er de 4 Fællesparceller fra hvert Forsøgsled, der danner Grundlaget for de 4 — mere eller mindre fuldstændige — Afsnit i hver Rubrik, er Variationen hos de 4 Middeltal et Udtryk for den Forskel i Resultatet, man kommer til, efter som den ene eller den anden af de 4 Fællesparceller sammenlignes med de nærmest liggende Parceller af de andre Forsøgsled. Denne Variation staar saaledes i en vis Forbindelse med den egentlige Forsøgsfejl.

Af det anførte vil det fremgaa, at en Middelfejl, der beregnes af Talrækkerne i Tabel 1, er et højst sammensat Udtryk, og at det er uberettiget at bruge denne Middelfejl som et Maal paa Forsøgsfejlen.

Endnu mere forkastelig bliver Fremgangsmaaden, naar det erindres, at *Mitscherlichs* Beregning af Middelfejlen hviler paa den almindelige Forudsætning, at Middelfejlen formindskes,

Tabel 4. Middeltal for beregnede Afgrøder inden for de enkelte Afsnit (jvf. Tabel 1).

Parcel Nr.	Forsøgsled Nr.				
	I	II	III	IV	V
1—5	83.2	124.9	76.7	99.7	113.7
2—6	83.7				
3—7		121.1			
4—8	75.0		87.0	104.3	116.2
5—9					
6—10	127.5	74.4	108.2	127.9	
7—11					
8—12	71.0	114.6	60.7		114.2
9—13					
10—14					126.8
11—15					
12—16					
13—17					
14—18					
15—19					
16—20					

naar Antallet af Gentagelser øges. Han beregner Middelfejlen paa Gennemsnittet af de 16 beregnede Afgrøder fra hvert Forsøgsled efter den almindelige fejlteoretiske Regel, at Middelfejlen paa et Gennemsnitstal er lig Middelfejlen paa de enkelte Gentagelser, divideret med Kvadratroden af disses Antal, men dette er ikke berettiget. Naar de 4 Fællesparceller — som i Virkeligheden er alt, hvad der foreligger af Gentagelser — gennem den anvendte Beregningsmaade svulmer op til 16 Gentagelser, er det klart, at man ikke paa disse kan anvende en Lov, der kun gælder for virkelige Gentagelser. Selve Forsøget bliver selvfølgelig ikke nøjagtigere, fordi de foreliggende Gentagelser mangfoldiggøres ved visse Operationer, udførte paa Papiret, og naar *Mitscherlich* behandler Gennemsnittet af de 16 beregnede Afgrøder fra hvert Forsøgsled, som om det var Gennemsnit af 16 virkelige Gentagelser, tillægger han Forsøgsresultaterne en Sikkerhed, som de ikke har.

Dette Forhold er endnu mere fremtrædende ved Eks. II. Forsøget var udført paa en anden Lokalitet, men indeholdt de samme Spørgsmaal som i Eks. I og svarede fuldstændig til dette, kun med den Forskel, at de 20 Parceller laa i to Rækker, som det ses paa Fig. 3, der viser Forsøgsplanen og de høstede Afgrøders Størrelse, angivet i kg (Havre; Halm og Kærne tilsammen).

Fig. 3. Forsøgsplan og Afgrøder. Eks. II.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	II	III	IV	V	I	II	III	IV	V	
76.3	99.3	66.0	100.1	111.3	81.6	105.3	96.3	106.3	117.3	
IV	V	I	II	III	IV	V	I	II	III	
96.0	95.8	65.0	99.1	66.0	98.3	103.0	78.5	94.5	81.3	
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Parcellernes Beliggenhed tillader her at danne Grupper, der indeholder en Parcel af hvert Forsøgsled, paa endnu flere Maader end i Eks. I, idet 2 Parceller af den ene Række kan tages sammen med 3 Parceller af den anden Række. *Mitscherlich* danner Grupper paa 28 Maader, som vist paa følgende Skema, der angiver Parcellernes (og Gruppernes) Løbenumre:

1. 1—5	8. 20, 11—14	15. 2—4, 20, 11	22. 6, 7, 13—15
2. 2—6	9. 11—15	16. 3, 4, 20, 11, 12	23. 6—8, 14, 15
3. 3—7	10. 12—16	17. 3—5, 11, 12	24. 7, 8, 14—16
4. 4—8	11. 13—17	18. 4, 5, 11—13	25. 7—9, 15, 16
5. 5—9	12. 14—18	19. 4—6, 12, 13	26. 8, 9, 15—17
6. 6—10	13. 1—3, 19, 20	20. 5, 6, 12—14	27. 8—10, 16, 17
7. 19, 20, 11—13	14. 2, 3, 19, 20, 11	21. 5—7, 13, 14	28. 9, 10, 16—18

Der fremkommer saaledes 28 beregnede Afgrøder fra hvert Forsøgsled, og hvert enkelt af de 5 Hovedresultater bliver Middeltal af 28 »Gentagelser«. Dets Middelfejl findes da — ifølge *Mitscherlich*s Fremgangsmaade — ved at dividere Middelfejlen paa Enkeltresultaterne med $\sqrt{28}$, og man finder følgelig — under ellers lige Forhold — en noget mindre Middelfejl end ved Eks. I, hvor der kun var 16 »Gentagelser«. Divideres de af *Mitscherlich* fundne Værdier af den sandsynlige Fejl med 0.6745, faas de i Tabel 5 opførte Værdier af Middelfejlen, sammenstillede med de Værdier, der fremkommer ved en simpel

Beregning, og med de respektive Middeltal for Afgrødernes Størrelse.

Tabel 5. Afgrøder og Middelfejl (Eks. II).

Forsøgsled Nr.	Simpel Beregning		Beregning efter Mitscherlichs Metode	
	Afgrøde	Middelfejl, M	Afgrøde	Middelfejl, M
I	75.4	3.03	75.5	0.99
II	99.7	2.82	101.0	0.98
III	77.7	7.19	75.4	2.11
IV	100.3	2.32	100.6	0.77
V	107.1	4.86	106.1	1.11
Gennemsnit	92.0	4.45	91.7	1.27
	$\frac{4.45}{92.0} \times 100 = 4.84 \text{ pCt.}$		$\frac{1.27}{91.7} \times 100 = 1.38 \text{ pCt.}$	

Her er Middelfejlen, beregnet efter Mitscherlichs Metode, kun 1.38 pCt. af Afgrøden, medens den ved Eks. I udgjorde 2.06 pCt. af Afgrøden. Middelfejlen efter den simple Beregning er kun 4.84 pCt. mod 8.43 pCt. ved Eks. I, men dette skyldes for en stor Del den Omstændighed, at den ensidige Variation er mindre end ved Eks. I.

I et andet Arbejde¹⁾, hvor *Mitscherlich* anbefaler den samme Fremgangsmaade, og hvor der er Tale om et Forsøg, som har givet store Uoverensstemmelser mellem Fællesparcellerne, hedder det: »Nicht durch Ausschalten von Versuchsergebnissen kommen wir hier weiter, sondern lediglich damit, dasz wir mit den Abweichungen derselben zu rechnen lernen.« *Mitscherlich* har Ret i, at man skal være varsom med at udskyde Forsøgsresultater, men hans Vurdering af den forelagte tal-mæssige Behandling af Resultaterne er ikke rigtig. Der er intet til Hinder for, at man kan »lære at regne« med Forsøgsresultaterne paa en saadan Maade, at den fundne Middelfejl bliver endnu mindre, men det virkelig udførte Forsøg bliver ikke bedre af den Grund.

¹⁾ »Über die Anwendung der Fehlerwahrscheinlichkeitsrechnung auf die Resultate von Düngungsversuche«, Fühlings Landwirtschaftliche Zeitung, 61. Bind, 1912, Side 504—11.

Det foregaaende skal nu belyses ved Hjælp af et Materiale, der tillader at bestemme Forsøgsfejlen ved en direkte Beregning af Middelfejlen paa den samlede Afgrøde (eller Gennemsnitsafgrøde) af de sammenhørende Fællesparceller. Et af *Holtmark* og *Larsen* i sin Tid forelagt Materiale¹⁾ kan benyttes hertil, idet alle Afgrødetallene stammer fra Parceller, der havde været Genstand for samme Behandling. Et Stykke ensartet Græsmark blev inddelt i kvadratiske Parceller à $\frac{1}{4} \frac{1}{10}$ ha og Afgrøden af de enkelte Parceller bestemt. Naar to og to Parceller slaas sammen til een, og det lange, smalle Stykke deles paa Midten, som det er gjort i den paagældende Afhandling, faas 6×20 Parceller af samme Form og Størrelse som Parcellerne ved *Mitscherlichs* Forsøg. Afgrøderne af de Parceller, der fremkommer ved Sammenlægningen, er anførte i Fig. 4.²⁾

Fig. 4. Parceller og Afgrøder (kg Græs).

1	34.1	31.7	35.7	37.4	45.2	44.5	51.1	47.8	46.9	41.7	37.7	37.9	30.4	29.8	29.8	35.5	37.7	43.5	43.3	40.1
2	34.9	32.3	34.0	33.7	33.8	38.3	42.7	40.6	37.3	34.9	36.7	46.1	41.2	36.3	38.9	42.7	37.4	35.4	37.7	36.2
3	32.3	31.0	28.7	31.0	32.3	32.0	34.2	30.1	32.1	32.7	36.0	35.1	37.9	37.7	36.6	38.6	32.3	29.1	33.2	35.3
4	39.3	48.1	38.5	37.9	39.0	37.9	37.3	27.8	28.8	29.1	38.6	34.4	28.0	30.1	33.1	38.6	34.9	33.9	38.9	38.6
5	49.9	49.1	38.6	31.6	33.6	31.6	26.0	28.1	32.6	32.1	25.3	30.3	35.9	36.2	33.9	33.1	34.3	36.1	40.0	39.6
6	39.0	39.5	35.0	40.0	34.4	29.8	31.5	34.9	31.0	30.1	30.9	31.3	32.3	34.9	27.6	26.7	28.7	33.0	33.4	33.5

Paa hver af de 6 Parcelrækker er der indlagt tænkte Forsøg efter samme Plan som i Eks. I (se Fig. 1), og Middelfejlen er nu beregnet efter Mitscherlichs Metode, som det blev vist

¹⁾ Tidsskrift for Landbrugets Planteavl, 12. Bind, Side 347.

²⁾ Grundmaterialet findes ogsaa i samme Tidsskrift, 17. Bind, Side 632 og 636, hvor Stykkets vestlige Del, som svarer til Række Nr. 1—3, er betegnet med A og den østlige Del, som svarer til Række Nr. 4—6, med B.

i Tabel 1, idet Genvejsformlen $M = 1.253 \frac{[v]}{n\sqrt{n \div 1}}$ er benyttet. For den første Rækkes Vedkommende blev Middelfejlen dog ogsaa beregnet efter den eksakte Formel $M = \sqrt{\frac{[v^2]}{n(n \div 1)}}$. De to Beregningsmaader gav følgende Resultater:

	Forsøgsled Nr. I	II	III	IV	V
Genvejsformel	0.97	1.25	1.30	1.21	1.29
Eksakt Beregning.....	0.90	1.16	1.23	1.13	1.26

Som det ses, har Genvejsformlen stadig givet det højeste Resultat, hvad der bekræfter, at Variationen af de beregnede Afgrøder ikke svarer til en almindelig fejlteoretisk Variation¹⁾. De fundne Værdier af Middelfejlen for alle 6 Parcelrækker er opførte i den øverste Afdeling af Tabel 6.

Paa de samme Rækker er der indlagt tænkte Forsøg efter Planen fra Eks. II. For at faa alle 6 Rækker udnyttede er Forsøget indlagt paa 1. og 2. Række sammen og paa 2. og 3. Række sammen og ligeledes paa 4. og 5. og paa 5. og 6. Række. Da der nu er Plads til Forsøget to Gange i Stykkernes Længderetning, er Forsøget saaledes indlagt 8 Gange. Middelfejlen er derefter beregnet som ved Eks. II (28 »Gentagelser«) og med Benyttelse af Genvejsformlen. Resultaterne er opførte i den nederste Afdeling af Tabel 6. Rækkernes Numre er betegnede med a eller b, efter som første eller anden Halvdel af to og to Rækker er benyttet.

Som allerede nævnt, bliver Tallene, der angiver selve Forsøgsresultaterne, forandrede ved Anvendelse af Mitscherlichs Beregningsmaade, idet Middeltallene af de beregnede Afgrøder

¹⁾ Som det fremgaar af Tabel 1, benytter *Mitscherlich* 2 Decimaler (en Decimal mere end der findes i de oprindelige Afgrødetal) ved Fastsættelse af de Gennemsnitstal, der danner Grundlaget for Udregning af Forholdstallene for Afgrøderne, og selve Forholdstallene angives med 1 Decimal. Ved de Beregninger, der er udførte med *Holtmarks* og *Larsens* Materiale, er Gennemsnitstallene kun udregnede med 1 Decimal, og Forholdstallene er beregnede uden Decimal. Men for den første Rækkes Vedkommende blev Beregningen — baade efter Genvejsformlen og den eksakte Formel — udført paa begge Maader. Den største Forskel mellem Resultaterne fremkom ved Forsøgsled Nr. II, Genvejsformlen, hvor Beregningen med det største Antal Cifre gav $M = 1.27$, medens Beregningen med en Decimal mindre gav $M = 1.25$. I de øvrige 9 Tilfælde var Forskellen kun 0 eller 1 i anden Decimal.

Tabel 6. Middelfejlen paa Forsøgsresultaterne, beregnet efter Mitscherlichs Metode. *Holtmarks og Larsens Materiale.*

Række Nr.	Forsøgsled Nr.					Middel-værdi	
	I	II	III	IV	V		
<i>Efter Eks. I.</i>	1	0.97	1.25	1.80	1.21	1.29	1.21
	2	0.76	1.03	0.57	0.84	0.55	0.69
	3	0.48	0.54	0.68	0.28	0.83	0.48
	4	0.88	0.62	0.59	0.57	0.64	0.67
	5	0.96	0.94	0.72	0.72	0.66	0.81
	6	0.55	0.38	0.42	0.68	0.44	0.51
<i>Efter Eks. II.</i>	1 og 2, a	0.58	0.97	0.79	0.60	0.87	0.77
	—, b	0.73	0.48	0.85	0.97	0.94	0.81
	2 og 3, a	0.65	0.66	0.42	0.43	0.38	0.52
	—, b	0.84	0.56	0.40	0.62	0.39	0.58
	4 og 5, a	0.68	0.89	0.58	0.56	1.03	0.77
	—, b	0.48	0.33	0.42	0.45	0.22	0.39
5 og 6, a	0.60	1.13	0.51	0.59	0.45	0.70	
—, b	0.51	0.57	0.67	0.79	0.44	0.61	

fra hvert Forsøgsled ikke svarer helt til Middeltallene af de paagældende Fællesparcellers Afgrøde. For den første Rækkes Vedkommende fremkom følgende Middeltal for Afgrøderne:

	Forsøgsled Nr. I	II	III	IV	V
Almindelig Beregning	38.0	39.6	39.4	39.4	39.1
Efter <i>Mitscherlich</i>	39.2	41.2	39.2	38.6	38.8

At Resultaterne af de to Beregningsmaader ikke falder sammen, ligger i, at de enkelte Fællesparceller ikke faar lige stor Indflydelse paa Middeltallene ved Mitscherlichs Fremgangsmaade, fordi de yderste Parceller ikke indgaar i saa mange lokale Gennemsnitsberegninger med dertil hørende Sammenligninger som de øvrige (jvf. Rubrikken »Gennemsnitsafgrøde« i Tabel 1 og de ufuldstændige Afsnit i Rubrikkerne med Forholdstallene). Skulde denne Korrigering af Afgrødetallene være berettiget, maatte det være ud fra den Betragtning, at de Parceller, der paa Grund af deres Beliggenhed ikke kan deltage i saa mange Sammenligninger som de øvrige, heller ikke bør have saa stor Indflydelse paa Hovedresultaterne som disse. Det er dog højst tvivlsomt, om en saadan Forrykkelse af de virkelige Forsøgsresultater er forsvarlig.

Foruden de anførte Bestemmelser af Middelfejlen efter Mitscherlichs Metode er der med det samme Materiale udført en simpel Beregning af Middelfejlen ved Hjælp af de enkelte Fællesparcellers Afvigelse fra Middeltallet af de sammenhørende Fællesparceller (jvf. Tabel 2). Endelig er den sande Middelfejl, den virkelige Forsøgsfejl, bestemt paa Grundlag af Forskellen mellem Afgrøderne af de 5 fingerede Forsøgsled, som det for den første Rækkes Vedkommende er vist i Tabel 7 (Forsøgsplan som i Eks. I).

Tabel 7. Beregning af den sande Middelfejl. Række Nr. 1.

Forsøgsled Nr.	De enkelte Fællesparcellers Afgrøde				Middelafgrøde	Afvigelse, v	v ²		
I	34.1	44.5	37.7	35.5	38.0	÷ 1.1	1.21	$M = \sqrt{\frac{1.04}{5 \div 1}}$ $= 0.64.$	
II	31.7	51.1	37.9	37.7	39.6	0.5	0.25		
III	35.7	47.8	30.4	43.5	39.4	0.3	0.09		
IV	37.4	46.9	29.8	43.3	39.4	0.3	0.09		
V	45.2	41.7	29.3	40.1	39.1	0.0	0.00		
Gennemsnit					39.1	Sum		1.64	

Resultaterne af alle tre Beregningsmaader er sammenstillede i Tabel 8. Da de enkelte Værdier af den sande Middelfejl er beregnede af kun 5 Gentaelser, bliver disse Værdier ret forskellige, og Sammenligningen mellem denne og de to andre Beregningsmaader maa derfor samle sig om Middelværdierne i den nederste Del af Tabellen.

Som det maatte ventes, har den simple Beregning af Middelfejlen givet for høje Værdier. Men efter Mitscherlichs Metode er Middelfejlen kun halvt saa stor som den virkelige Forsøgsfejl. Medens den sande Middelfejl udgør 4.41 pCt. af Afgrøden ved Eks. I og 4.03 pCt. ved Eks. II, har Mitscherlichs Metode kun givet 2.16 og 1.85 pCt. Der er saaledes ingen Grund til at anvende denne Fremgangsmaade. Ved det store Regnearbejde, som Metoden kræver, vil man kun opnaa at give et falsk Billede af Forsøgets Nøjagtighed. Hvad der er Aarsag hertil, er udviklet i det foregaaende. *Mitscherlich* forveksler Middelfejlen paa Forsøgsresultaterne med Middelfejlen paa

Tabel 8. Middelfejlen paa Forsøgsresultaterne, beregnet paa forskellige Maader. *Hollsmarks* og *Larsens* Materiale.

Efter Eksempel I					Efter Eksempel II				
Række Nr.	Afgøde, al-mindelig Beregning	Middelfejl, M			Række Nr.	Afgøde, al-mindelig Beregning	Middelfejl, M		
		Simpel Beregning	Efter Mitscherlich	Sand Værdi			Simpel Beregning	Efter Mitscherlich	Sand Værdi
1	39.1	3.55	1.21	0.64	1 og 2, a	38.9	3.20	0.77	1.00
2	37.6	1.86	0.69	1.47	—, b	37.7	2.51	0.81	0.42
3	33.4	1.50	0.48	1.22	2 og 3, a	33.9	1.92	0.52	0.76
4	35.8	2.42	0.67	2.92	—, b	37.0	1.97	0.58	1.09
5	34.9	3.59	0.81	0.16	4 og 5, a	35.8	3.88	0.77	1.74
6	32.9	1.94	0.51	1.45	—, b	34.7	1.94	0.89	2.15
					5 og 6, a	34.9	3.33	0.70	2.20
					—, b	32.9	2.12	0.61	1.10
Middelv.	35.6	2.61	0.77	1.57	Middelv.	35.7	2.70	0.66	1.44
I pCt. af Afgøden		7.33	2.16	4.41	I pCt. af Afgøden		7.56	1.85	4.03

Funktioner af disse. Han erstatter de virkelige Forsøgsresultater med nogle beregnede Resultater, hvis Antal er langt større end det oprindelige, og bygger sin Bestemmelse af Middelfejlen paa Variationen hos disse beregnede Størrelser, men denne Variation er selvfølgelig afhængig af Beregningens Natur, af den Maade, hvorpaa de beregnede Resultater er tilvejebragte, og kan derfor ikke blive et sandt Udtryk for Forsøgsfejlen.