Om muligheder for at indskrænke de fejl, som ved markforsøg betinges af jordens uensartethed.

Af G. Holtsmark og Bastian R. Larsen.

Et af de emner, som var sat op til diskussion paa Landbrugskongressen i Stockholm i 1897 var: Om metoder för fältförsök, med indledende foredrag af den ene af os, *Bastian Larsen* *). Blandt andet behandlede indlederen spørgsmaalet om parcellernes eller rudernes størrelse, antal og fordeling, og redegjorde for et forsøg, han havde anstillet for at sammenligne nøjagtigheden af faa store og mange smaa forsøgsparceller af lige samlet areal. Dette forsøg viste tydelig, at markforsøgs nøjagtighed tiltager betydelig, naar forsøgsarealet deles i mange smaa ruder, saaledes at forsøgsgenstandene, som skal sammenlignes, hver prøves paa mange smaa parceller, istedenfor at det samme areal deles i et færre antal større ruder, hvorved hver forsøgsgenstand, om den end fremdeles bliver prøvet paa et lige stort samlet areal, faar forholdsvis færre parceller. Grænsen for den nøjagtighed, som man med det i nævnte forsøg benyttede areal kunde drive det til, syntes imidlertid at ligge ved en parcelstørrelse paa $^1/_8$ à $^1/_{16}$ are, saaledes at man ved endnu mere vidtdreven deling ikke skulde kunne opnaa nogen forøgelse af nøjagtigheden. I den diskussion, som fulgte paa indlederens foredrag, fik de af indlederen udtalte anskuelser principmæssig tilslutning fra de herrer, som ytrede sig. Men der syntes at raade nogen meningsforskel

*) Andra nordiska Landtbrukskongressen i Stockholm 1897, I. Pag. 72 ff.

med hensyn til, hvilken parcelstørrelse der skulde ansees som den hensigtsmæssigste.

Af denne grund har vi villet komme tilbage til dette spørgsmaal og behandle det i noget større bredde. Samtidig med at den ene af os paa et andet sted*) har taget op til undersøgelse fejlteoriens anvendelighed paa forsøg af den art, som det her gælder, skal vi her særlig undersøge spørgsmaalet om parcellernes størrelse, antal o. s. v. saaledes som det stiller sig i den praktiske forsøgsvirksomhed, og i forbindelse dermed begrunde fordelene ved et nyt, ved norske markforsøg i de senere aar anvendt system.

Til en begyndelse gælder det da at holde klart frem, hvad spørgsmaalet gaar ud paa. Skal et antal forsøgsgenstande (plantesorter, gødningsstoffer e. l.) sammenlignes ved forsøg i marken, vælger man naturligvis et saavidt mulig ensartet jordstykke. Dette kan man dele i saa mange lige store dele (parceller) som der er forsøgsgenstande, der skal sammenlignes. Hver forsøgsgenstand prøves saa paa en enkelt parcel, og resultaterne sammenlignes indbyrdes. Paa denne maade bliver der anstillet en prøve med hver forsøgsgenstand. Nu er hver prøve behæftet med fejl, og for at formindske denne gaar man frem paa den sædvanlige maade, at man gentager prøven. Istedenfor at prøve hver forsøgsgenstand paa én parcel, prøver man hver især, lad os sige paa to parceller. Der vil da behøves et dobbelt saa stort areal, forudsat at parcellernes størrelse forbliver uforandret. Vi faar paa denne maade gentaget prøven for hver forsøgsgenstand og opnaar en tilsvarende formindskelse af fejlen. Imidlertid kommer nu en anden omstændighed til, som virker til at forøge fejlen. Ved forøgelse af det hele areal til det dobbelte, vil den gennemsnitlige afstand mellem parcellerne forøges; og da vi nu naturligen maa vente, at parceller, som ligger fjernere fra hverandre, gennemsnitlig afviger mere fra hverandre i naturlige betingelser, saasom jordens kemiske og fysiske beskaffenhed, fugtighed o. s. v., end parceller, som ligger nær hverandre, saa vil denne forøgelse af

*) *G. Holtsmark:* Ueber eine Anwendung der Fehlerwahrscheinlichkeitsteori auf Grössen, welche nicht rein zufällig variiren. Zeitschrift für Mathematik und Physik, herausgegeben von R. Mehmke und C. Runge. 1905.

arealet i og for sig ogsaa forøge en af de fornemste fejlkilder. Der maa saaledes skilles mellem to aarsager, som virker i modsat retning: Arealets forøgelse virker i retning af at forøge fejlen, men den samtidige forøgelse af parcellernes antal virker til at formindske fejlen.

Man kan nu tænke sig endnu en fremgangsmaade: man kan lade arealet blive uforandret, men dele det i et større antal mindre parceller. Gøres saaledes parcellerne blot halvparten saa store som oprindelig, faar man paa samme areal dobbelt saa mange parceller og har altsaa anledning til at gentage prøven for hver forsøgsgenstand to gange og saaledes opnaa den formindskelse af fejlen, som en saadan gentagelse betinger. Men nu kommer et nyt moment til: vil de mindre parceller ikke give en forholdsvis større fejl end de større? Aabenbart vil de det. For at forstaa det, vil vi heller tænke os det omvendte, at vi forøger parcellens areal til det dobbelte. Dette kan vi udtrykke saaledes, at vi foretager prøven paa to parceller af den oprindelige størrelse, og det to parceller, som ligger umiddelbart ind til hinanden. En forøgelse af parcellens areal til det dobbelte byder saaledes en fordel i retning af at formindske fejlen, som for en del svarer til den fordel, man opnaar ved at gøre prøven paa to parceller istedenfor en; men ikke helt ud. Thi hvis det gælder om at formindske fejlen ved en enkelt gentagelse af forsøget, altsaa ved at anstille prøven paa to parceller istedenfor en, saa vil man vælge disse to parceller i stor afstand fra hinanden, for at resultaternes gennemsnit skal komme nærmere et tænkt gennemsnit for samtlige forsøgsfeltets parceller. To parceller, som ligger klods ind til hinanden, vil afvige mindre fra hinanden end to, som ligger fjernt fra hinanden, men deres gennemsnit vil give et mindre paalideligt udtryk for et gennemsnitsresultat fra hele feltet end gennemsnittet af to parceller, som ligger i stor afstand fra hinanden; ti der er størst sandsynlighed for, at begge parceller som naboer afviger i samme retning fra et gennemsnit for hele feltet. En fordobling eller tredobling af parcellens areal vil altsaa nok formindske fejlen, men ikke i samme grad, som om parcellens areal bibeholdtes, medens hver prøve gentages paa to eller tre gange saa mange parceller.

Vender vi tilbage til vort oprindelige spørgsmaal, hvorvidt en formindskelse af parcellens areal i og for sig vil have nogen indflydelse paa fejlen, saa indser vi, at formindskelsen nok maa have tendens til at forøge fejlen; men forøgelsen er ikke saa stor, at den opvejer den fordel i retning af at formindske fejlen, som opnaas ved, at man derved faar anledning til en tilsvarende forøgelse i antallet af prøver for hver forsøgsgenstand. Ved siden af de to før nævnte momenter: forsøgsarealets størrelse og parcellernes antal, faar vi altsaa at undersøge endnu et tredie moment: indflydelsen af parcellernes størrelse paa fejlen. Hvert af disse momenter skal vi nu undersøge for sig.

Inden vi gaar over dertil, skal vi nærmere forklare, hvad vi forstaar ved fejl. Lad os eksempelvis antage, at 20 forskellige sorter af en agervækst skal sammenlignes med hensyn til produktivitet. Dyrker vi de 20 sorter, hver paa en parcel, som udgør $^1/_{20}$ af et vist jordstykke, og vi sammenligner grøderne, saa maa vi aabenbart regne med, at vækstbetingelserne paa de enkelte parceller er uensartede, saa den forskel, vi iagttager i grøderne, ikke alene beror paa forskel i ydeevne hos de forskellige sorter, men ogsaa paa forskel i vækstbetingelserne paa de forskellige parceller. For at faa en absolut paalidelig sammenligning maatte vi lade alle sorter udvikle sig under nøjagtig de samme betingelser. Tænker vi os, om det var muligt, at alle sorter kunde dyrkes samtidig over hele stykket og høstes samtidig, saaledes at de alle havde nøjagtig den samme anledning til at udnytte alle vækstbetingelser, saa vilde vi have forestillet os et grundlag for en absolut paalidelig sammenligning. Istedenfor dette tankeeksperiment maa vi nu stille følgende virkelighed: Vi dyrker hver sort paa $^1/_{20}$ af arealet og sammenligner parcellernes grøder. Denne fremgangsmaade kommer ud paa det samme som, at vi fra grøden af en sort paa $^1/_{20}$ af arealet slutter os til, hvilken grøde vi vilde have faaet paa det hele areal om vi havde dyrket vedkommende sort over det hele. Har vi nu dyrket sorten blot paa $^1/_{20}$ af arealet, ved vi ikke, hvor stor grøde vi vilde have faaet af den samme sort paa hele arealet; men vi har et tilnærmet kendskab til den: den er nærved det 20-dobbelte af den enkelte parcels grøde. I virkeligheden gør vi os nu ikke den ulejlighed at multiplicere de enkelte parcellers grøde med 20, vi sammenligner parcellernes grøder direkte. Med andre ord: til s a m m e n l i g n i n g b e n y t t e r v i d e n t i l n æ r m e n d e v æ r d i a f $^1/_{20}$ a f d e n g r ø d e, s o m h v e r s o r t v i l d e h a v e g i v e t, om den var dyrket over hele arealet. Vil vi nu engang vide, hvor stor fejl vi maa regne med ved vore forsøg, saa maa vi særskilt gøre det eksperiment at dyrke en og samme sort over hele arealet, paa alle tyve parceller, tage forskellen mellem grøden paa hver enkelt parcel og tyvendedelen af det hele areals grøde. Denne forskel er fejlen. Vi anser altsaa i dette tilfælde, da der paa alle parceller dyrkes den samme sort paa samme maade, $^1/_{20}$ af hele arealets grøde eller m. a. o. gennemsnittet af de 20 parcellers grøder som den absolut rigtige værdi, som det er vort ønske at kende, og forskellen mellem dette gennemsnit og hver parcels grøde er den virkelige fejl*) for den enkelte parcel.

Vi skal her undersøge lovene for fejlen ved markforsøg. Det kan da ikke hjælpe at betragte de enkelte fejl; de varierer jo fra parcel til parcel. Vi maa betragte visse middelværdier, og fra deres forhold slutte os til lovene for fejlene. Saadanne middelværdier kan beregnes paa forskellig maade. Man kan ligefrem tage gennemsnittet af fejlenes talværdier og finder da, hvad man i fejlteorien benævner den „gennemsnitlige fejl." Denne størrelse beregnes med forholdsvis liden møje. Imidlertid er der, som fejlteorien viser, grunde for, at den gennemsnitlige fejl ikke danner en saa heldig maalestok for bedømmelsen af maalingers godhed som den størrelse, der i fejlteorien betegnes som „middelfejlen". Denne beregnes saaledes: Kald de enkelte virkelige fejl v_1, v_2, ... v_n, idet vi antager, at der foreligger et antal af n fejl, hvis „middelfejl" søges. Middelfejlen er da

$$m = \pm \sqrt{\frac{v_1^2 + v_2^2 + \ldots v_n^2}{n}}$$

*) I fejlteorien betegnes denne forskel med „den tilsyneladende fejl", idet man gaar ud fra, at ogsaa gennemsnittet af et antal maalinger ikke er identisk med den virkelige størrelse, som man ved maalingen vil lære at kende. Efter den betragtning, som her er gjort gældende, mener jeg, at gennemsnittet af de 20 parcellers grøder netop er den størrelse, som vi ønsker at kende, men som vi ved markforsøg i praksis ikke bliver nøjagtig bekendt med, og da maa forskellen mellem dette tænkte gennemsnit og den virkelig maalte grøde betragtes som „virkelig fejl." G. H.

Foruden at danne en paalideligere maalestok for bedømmelsen af maalingers godhed frembyder middelfejlen endnu en fordel fremfor den gennemsnitlige fejl. Naar nemlig en vis størrelse skal beregnes paa grundlag af en række maalte størrelser, og disses middelfejl er kendt, saa lærer fejlteorien, hvorledes man kan beregne resultatets middelfejl paa grundlag af de maalte størrelsers middelfejl, m. a. o. fejlteorien giver midler til at beregne, hvorledes middelfejlen forplanter sig gennem et regnestykke. Af disse grunde vil vi benytte middelfejlen ved denne vor undersøgelse. For dem, som ikke er fortrolig med, hvorledes den beregnes, skal vi anføre et eksempel. Vi tager et felt paa 1 are, som er delt i 16 lige store ruder, hver paa $^1/_{16}$ are.

	Grøde paa de enkelte ruder.	Virkelig fejl v:	Fejlenes Kvadrater v²:
	3,6	— 1,9	3,61
	4,9	— 0,6	0,36
	5,9	+ 0,4	0,16
	5,4	— 0,1	0,01
	3,6	— 1,9	3,61
	5,0	— 0,5	0,25
	5,7	+ 0,2	0,04
	5,5	0,0	0,00
	4,0	— 1,5	2,25
	5,8	+ 0,3	0,09
	6,1	+ 0,6	0,36
	6,3	+ 0,8	0,64
	5,7	+ 0,2	0,04
	6,7	+ 1,2	1,44
	6,8	+ 1,3	1,69
	6,4	+ 0,9	0,81
Sum	87,4	+ 5,9	15,36
Gennemsnit	5,5	— 6,5	

$$\text{Middelfejl } m = \pm \sqrt{\frac{15,36}{16}} = \pm \sqrt{0,96} = \pm 0,98$$

Som man ser, er summen af de positive fejl + 5,9 og af de negative — 6,5. De hæver hinanden saaledes ikke fuldstændig, som man skulde vente. Grunden dertil er, at gennemsnittet ikke er nøjagtigt, det er beregnet med kun e n decimal. Men naar de enkelte parcellers grøder ikke kendes nøjere end med én decimal, kan heller ikke fejlene findes nøjere, og deraf følger, at heller ikke gennemsnittet behøver mere end én decimal. Den gennemsnitlige fejl finder man, efter det før forklarede, ved at tage summen 5,9 + 6,5 = 12,4 og dividere med 16, hvilket giver 0,775. Den er saaledes mindre end den beregnede middelfejl 0,98. Denne giver, om man vil, en strengere bedømmelse end hin. Grunden er den, at ved beregningen af middelfejlen kvadreringen bevirker, at de store fejl faar forholdsvis større indflydelse end de smaa. Men det er jo ikke mere end billigt. I forsøgspraksis vil vi nok gerne tilgive de smaa fejl, men vi er til gengæld ubarmhjærtige mod de store synder.

Hvis middelfejlen og den gennemsnitlige fejl beregnes af et stort antal enkeltfejl, lærer fejlteorien, at middelfejlen kan beregnes af den gennemsnitlige fejl ved at multiplicere denne med 1,253. Vi har i vort eksempel i virkeligheden 1,253 × 0,775 = 0,97, medens middelfejlen er 0,98. Vi anfører denne metode til beregning af middelfejlen, ikke fordi den i almindelighed er at anbefale, men fordi det mangen gang kan hænde, at man ønsker at omregne en beregnet middelfejl til gennemsnitlig, eller omvendt, og da kan regelen i en snarvending gøre nytte.

Vi gaar nu over til at undersøge enkeltvis, hvilken indflydelse de før nævnte momenter har paa fejlen, og betragter da først virkningen af prøvens gentagelse, altsaa af

Parcellernes antal.

Fejlteorien lærer: Hvis et antal af n størrelser skulde være lige, men paa grund af „fejl“ afviger fra den rigtige værdi, og hvis de enkelte størrelsers middelfejl er $\pm m$, saa er middelfejlen ved de n størrelsers gennemsnit

$$\pm \frac{m}{\sqrt{n}}.$$

Ved at gøre hver prøve paa to ruder istedenfor paa en, bliver altsaa Middelfejlen $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,71$, paa tre ruder $\frac{1}{\sqrt{3}} = 0,58$, paa fire ruder $\frac{1}{\sqrt{4}} = 0{,}50$ gange den middelfejl, man faar ved at gøre prøven blot paa en rude. Vi har prøvet denne lov paa det materiale, som blev benyttet af *Larsen* ved hans Stockholmsforedrag. Forsøgsfeltet var delt i 960 parceller (ruder) à $^1/_{16}$ are. Fra disse udtoges grøderne paa 120 parceller, som var saavidt mulig jævnt fordelt over hele feltet, og middelfejlen beregnedes (fejl = forskel mellem hver rudes grøde og gennemsnittet af alle 960 parcellers grøder). Derpaa toges gennemsnittet af to og to parceller, og middelfejlen beregnedes for de 60 gennemsnitstal. Endelig beregnedes gennemsnit af 4 og 4 ruder samt middelfejlen for disse gennemsnitstal. Ved beregning af gennemsnit for 2 og 2 eller for 4 og 4 ruder, sørgedes for, at de 2 eller 4 ruder, som forenedes til et gennemsnit, laa saavidt mulig ligelig spredt udover feltet. Vi fandt ved

gennemsnit af	1	2	4 ruder
middelfejl	0,857	0,564	0,358
der forholder sig som	1	: 0,658	: 0,418
medens fejlteorien forlanger	1	: 0,71	: 0,50

Som man ser, opnaas der ved forøgelse af parcellernes antal en noget større formindskelse af middelfejlen end man skulde vente efter fejlteorien. Grunden hertil er vel den, at rudernes fejl ikke, saaledes som fejlteorien forudsætter, falder helt vilkaarlig. Deler vi nemlig det hele felt saadan:

	I	II	III	IV	
A					A
B					B
C					C
	I	II	III	IV	

saa finder man grøden

paa rækken	A—A	1496 kg.,	paa rækken	I—I	1064 kg.
—	B—B	1449 -	—	II—II	1006 -
—	C—C	1326 -	—	III—III	1095 -
			—	IV—IV	1106 -

Feltets produktivitet aftager i tværretningen fra A—A mod C—C og tiltager gennemsnitlig i længderetningen fra I—I mod IV—IV. Disse variationer vil indvirke paa middelfejlen, men mere, naar middelfejlen beregnes for enkeltruder, end naar den beregnes af gennemsnit af 2 eller af 4 ruder, fordi i sidste tilfælde denne variation delvis elimineres ved at ruderne er fordelt udover feltet. Idet vi benytter det foreliggende materiale til at prøve indflydelsen af parcellernes antal paa middelfejlen, griber saaledes en fremmed indflydelse ind, fra arealets udstrækning, og denne vil det vistnok være vanskeligt at frigøre sig for. Vi lader derfor fejlteoriens lov om antallets indflydelse gælde for vore forsøg uden videre bekræftelse end de fundne tal giver; at bekræftelsen ikke er bedre, anser vi for tilstrækkelig forklaret ved det om arealets variation over større vidder anførte.

Parcellernes størrelse.

For at prøve parcelstørrelsens indflydelse, udtoges en mindre del af feltet, et rektangulært, 20 meter bredt og 30 meter langt stykke ved forsøgsfeltets østre ende. Dette stykke deltes i 96 parceller à $^1/_{16}$ are, i 48 à $^1/_8$, i 24 à $^1/_4$, i 12 à $^1/_2$ og i 6 à 1 are, og middelfejlen for parcellerne beregnedes for hver deling.

Antal parceller	Parcellernes størrelse i are	Middelfejl	Middelfejl i procent af parcellernes gennemsnitsgrøde
96	$^1/_{16}$	0,877	17,4
48	$^1/_8$	1,61	15,8
24	$^1/_4$	2,91	14,6
12	$^1/_2$	5,18	12,7
6	1	9,39	11,5

Resultatet viser, at middelfejlen, udtrykt i procent, synker, naar parcellernes størrelse forøges, saaledes som vi kunde vente efter det i indledningen forklarede.

Teoretisk kan dette resultat udledes saaledes: Betegnes gennemsnittet for alle parceller à $^1/_{16}$ are med g, deres middelfejl med $\pm m$, middeldifferensen mellem grøderne paa to naboparceller med $\pm \mu$, saa er grøden paa en parcel $g \pm m$.

Paa naboparcellen er grøden $g \pm m \pm \mu$. Tilsammen paa to naboparceller ɔ: paa en parcel af den dobbelte størrelse eller $^1/_8$ are $2g \pm m \pm m \pm \mu = 2g \pm \sqrt{2m^2 + \mu^2}$; for parceller à $^1/_8$ are er altsaa middelfejlen $m\,^1/_8 = \pm \sqrt{2m^2 + \mu^2}$. Her er $m = 0{,}877$. μ kan findes ved at tage forskellen mellem alle parceller som ligger ved siden af hinanden og af disse forskelle beregne en „middelforskel" paa samme maade, som „middelfejl" beregnes af „fejl". Vi fandt $\mu = \pm 0{,}964$. Indsættes disse tal. findes $\pm \sqrt{2m^2 + \mu^2} = \pm \sqrt{2 \times 0{,}877^2 + 0{,}964^2} = \pm 1{,}57$, medens den direkte beregning af middelfejlen for parceller paa $^1/_8$ are, som anført i tabellen, gav $\pm 1{,}61$.

Vi gaar videre. To parceller à $^1/_8$ are slaas sammen til en parcel à $^1/_4$ are. Parcellen à $^1/_8$ are var dannet af to à $^1/_{16}$ are saaledes:

$^1/_{16}$	$^1/_{16}$

Parcellen à $^1/_4$ are dannes af to à $^1/_8$ saaledes:

$^1/_8$
$^1/_8$

Da nu middelforskellen mellem to parceller à $^1/_{16}$ are var μ, saa maa middelforskellen mellem to parceller à $^1/_8$ are blive $\mu_{\frac{1}{8}} = 2\,\mu$. Middelfejlen for parceller à $^1/_4$ are bliver da

$$m_{\frac{1}{4}} = \pm \sqrt{2m_{\frac{1}{8}}^2 + \mu_{\frac{1}{8}}^2} = \pm \sqrt{4m^2 + 2\mu^2 + 4\mu^2} = \pm \sqrt{4m^2 + 6\mu^2}.$$

Af to parceller à $^1/_4$ are dannes nu en parcel à $^1/_2$ are. For at finde middelforskellen $\mu_{\frac{1}{4}}$ mellem to parceller à $^1/_4$ are, maa vi se, hvorledes disse er dannet af de mindste parceller

a	c	e	g
b	d	f	h

$a, b, \ldots h$ betegner parceller à $^1/_{16}$ are. Her er

$$(c+d)-(e+f)=\pm\,\mu_{\frac{1}{8}}=\pm\,2\mu.$$

Afstanden mellem a og g og mellem b og h er ens og saa stor, at vi kan sætte

$$a-g=b-h=\pm\sqrt{m^2+m^2}=\pm\,m\sqrt{2},$$

altsaa

$$(a+b)-(g+h)=\pm\,2\,m\sqrt{2},$$

og endelig

$$\mu_{\frac{1}{4}}=\pm\,2\mu\pm2m\sqrt{2}=\pm\sqrt{4\mu^2+8m^2}.$$

Vi faar saaledes:

$$m_{\frac{1}{2}}=\pm\sqrt{2m_{\frac{1}{4}}{}^2+\mu_{\frac{1}{4}}{}^2}=\pm\sqrt{8m^2+12\mu^2+4\mu^2+8m^2}$$
$$=\pm\sqrt{16m^2+16\mu^2}.$$

Videre faar vi:

$$\mu_{\frac{1}{2}}=2\mu_{\frac{1}{4}}=\pm\sqrt{16\mu^2+32m^2}.$$

Altsaa:

$$m_{\frac{1}{1}}=\pm\sqrt{2m_{\frac{1}{2}}{}^2+\mu_{\frac{1}{2}}{}^2}=\pm\sqrt{32m^2+32\mu^2+16\mu^2+32m^2}$$
$$=\pm\sqrt{64m^2+48\mu^2}.$$

Vi sammenstiller sluttelig disse formler og indsætter

$$m=0{,}877,\ \mu=0{,}964,$$

eller bedre de oprindelig beregnede

$$m^2=0{,}7686,\ \mu^2=0{,}9290.$$

Vi finder da de teoretisk beregnede middelfejl for parcellen af de forskellige størrelser. Ved siden stiller vi op de af grøderne direkte beregnede middelfejl, som allerede er anført tidligere:

		Middelfejl teoretisk:	beregnet direkte:
$m_{\frac{1}{16}} = \pm m$	=	0,877	0,877
$m_{\frac{1}{8}} = \pm \sqrt{2m^2 + \mu^2}$	=	1,57	1,61
$m_{\frac{1}{4}} = \pm \sqrt{4m^2 + 6\mu^2}$	=	2,94	2,91
$m_{\frac{1}{2}} = \pm \sqrt{16m^2 + 16\mu^2}$	=	5,21	5,18
$m_{\frac{1}{1}} = \pm \sqrt{64m^2 + 48\mu^2}$	=	9,68	9,39

Det viser sig saaledes, at fejlteorien kan besvare spørgsmaalet, hvor stor middelfejlen bliver, naar parcellernes størrelse forøges ved at 2, 4, 8, 16 parceller af en given størrelse slaas sammen til større parceller, saafremt man for de oprindelige parceller kender deres middelfejl samt middelforskellen mellem to naboparceller. Vore formler giver os m. a. o. loven for, hvorledes fejlen tiltager, naar parcellens areal tiltager. Aabenbart kan man ogsaa regne i den modsatte retning: gaa ud fra parceller af en vis størrelse og deres middelforskel og derfra beregne fejlen for mindre parceller.

Af de her udviklede formler for den absolute middelfejl kan man let udlede formler, som viser, hvorledes den procentiske fejl aftager, naar parcellernes areal forøges.

Larsens forsøg.

Det forsøg, som den ene af os har anstillet, og som er refereret i det før nævnte foredrag paa Stockholmskongressen, gik ud paa at sammenligne den nøjagtighed, som opnaaedes, naar man benyttede enten faa store eller mange smaa forsøgsparceller af lige samlet areal. „Forsøget er udført paa en for øjet meget ensartet 3die aars timoteivold i 3 forskellige rækker eller afdelinger (A, B og C), hver paa 20 are. Disse blev delte i ruder paa $^1/_{16}$ are, hvis afgrøder vejedes straks efter slaaningen. Hvert tal i tabellens første vægtrubrik er summen af vægtene fra de 16 ruder, der støder sammen til et kvadrat, og kan altsaa betragtes som udbyttet af en eneste parcel paa 1 are. De tilsvarende vægte i de fire andre rubriker er ogsaa fra 16 ruder eller 1 are hver fra de samme 20 are, men ikke fra sammenhængende 16 ruder; i anden rubrik er nemlig 8 ruder ($^1/_2$ are) sammenstødende som 1 parcel; i

Nøjagtighedssammenligning mellem faa store og mange smaa forsøgsparceller af lige samlet areal.

Forsøgsrække à 20 are	Forsøgs-nr. à 1 are.	De 5 vægtrubrikker i samme forsøgsrække er hentede fra fælles jord og vejning.	Kg. Græs fra 1 (en) are, der var sammen-hængende	delt og spredt i			
		Parcellernes antal.	1	2	4	8	16
		— størrelse.	1 are	$^1/_2$ are	$^1/_4$ are	$^1/_8$ are	$^1/_{16}$ are
A.	1		87·4	73·1	71·5	73·6	68·5
	2		78·4	73·3	72·7	81·3	79·4
	3		76·9	79·5	69·8	80·4	81·4
	4		65·1	81·3	67·3	76·1	76·3
	5		57·9	69·7	73·3	71·3	73·3
	6		73·2	69·3	76·3	70·1	75·5
	7		58·1	60·0	86·9	71·4	72·2
	8		71·7	72·3	77·0	76·4	77·6
	9		68·8	77·1	78·7	78·2	76·9
	10		77·5	81·4	75·7	77·4	77·1
	11		65·8	80·1	78·2	75·9	72·7
	12		73·1	78·2	79·6	76·0	73·4
	13		90·3	87·7	64·8	79·9	76·2
	14		98·9	82·7	67·9	76·9	75·4
	15		88·6	76·8	73·3	73·4	73·2
	16		75·6	79·5	80·8	72·8	75·7
	17		60·2	58·3	74·1	72·1	75·8
	18		64·8	64·2	76·0	73·2	74·6
	19		81·2	72·9	79·2	69·9	72·5
	20		83·4	79·5	73·8	70·6	69·1
		Middelgrøde pr. forsøgsnr. (1 are)	74·85	74·85	74·85	74·85	74·85
		Procentisk afvigelse fra middelgrøden:					
		1. *Maximum* (blandt 20 forsøgsnr.)	32·14	22·11	16·10	8·62	8·63
		2. *Gennemsnit* (af 20 forsøgsnr.)	12·02	8·06	5·30	4·02	3·33
		3. (Absolut middelfejl) .	(± 11·0)	(± 7·43)	(± 5·07)	(± 3·42)	(± 3·05)

tredie rubrik 4 ruder ($^1/_4$ are), i fjerde rubrik 2 ruder ($^1/_8$ are), og i femte rubrik er alle 16 ruder adskilte. Fordelingen (paa feltet) af de respektive parceller paa $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$ og $^1/_{16}$ are er saadan, at de kommer saa fjernt og saa lige fjernt fra hverandre som mulig inden sin række paa 20 are."

Vi meddeler omstaaende tabellen for den ene afdeling af forsøgene, afdeling A.

Tallene i tabellens nederste linje fandtes ikke i den tabel, som blev fremlagt i Stockholm, men er beregnet senere.

Vi skal prøve fejlteorien paa dette resultat. Formlerne paa side 341 angiver, hvorledes middelfejlen forandrer sig med parcellens størrelse. Betegnes som før middelfejlene for parceller à 1, $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_8$, $^1/_{16}$ are med $m_{\frac{1}{1}}$, $m_{\frac{1}{2}}$ o. s. v., saa er middelfejlen for tallene i tabellens rubrik 1 det samme som $m_{\frac{1}{1}}$. Tallene i rubrikken 2 er summen af to tal med middelfejl $m_{\frac{1}{2}}$, tallene i rubrikken 4 summen af 4 tal med middelfejlen $m_{\frac{1}{4}}$ o. s. v. Fejlteorien lærer, at summen af n tal med middelfejl $\pm m$ har en middelfejl $\pm m\sqrt{n}$. Betegner vi nu fejlene ved tallene i rubrik 1, 2, 4, 8, 16 med M_1, M_2, M_4, M_8, M_{16}, saa er altsaa

$$M_1 = m_{\frac{1}{1}}$$
$$M_2 = m_{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{2}$$
$$M_4 = m_{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{4} \text{ o. s. v.}$$

Til beregning af $m_{\frac{1}{1}}$, $m_{\frac{1}{2}}$ o. s. v. maa vi kende de i formlerne paa side 341 indgaaende størrelser m og μ, som karakteriserer feltet. m er middelfejlen for de 320 parceller à $^1/_{16}$ are og μ middelforskellen mellem naboer blandt disse parceller. For at spare os beregningen af disse størrelser har vi antaget, at forholdet mellem μ og m her ved dette felt er det samme som ved det mindre felt, som benyttedes til at prøve indflydelsen af parcellernes størrelse (s. 338), og hvoraf de $^2/_3$ tilhører det samme felt, som er benyttet til forsøget afdeling A her. Vi fandt der $\mu^2 = 0{,}9290$ og $m^2 = 0{,}7686$, altsaa $\frac{\mu^2}{m^2} = 1{,}209$. Betegner vi denne størrelse med k^2, saa kan vi skrive (sml. s. 341):

$$M_1 = m_{\frac{1}{1}} = \pm\sqrt{64m^2 + 48\mu^2} = \pm\, 4m\sqrt{4 + 3k^2}$$
$$M_2 = \sqrt{2}\,.\, m_{\frac{1}{2}} = \pm\sqrt{32m^2 + 32\mu^2} = \pm\, 4m\sqrt{2 + 2k^2}$$
$$M_4 = \sqrt{4}\,.\, m_{\frac{1}{4}} = \pm\sqrt{16m^2 + 24\mu^2} = \pm\, 4m\sqrt{1 + \tfrac{3}{2}k^2}$$
$$M_8 = \sqrt{8}\,.\, m_{\frac{1}{8}} = \pm\sqrt{16m^2 + 8\,\mu^2} = \pm\, 4m\sqrt{1 + \tfrac{1}{2}k^2}$$
$$M_{16} = \sqrt{16}\,.\, m_{\frac{1}{16}} = \pm\sqrt{16m^2} = \pm\, 4m.$$

Da nu M_{16} er beregnet til 3,05, saa er $4m = 3{,}05$ og altsaa $m = 0{,}7625$. Indsættes dette tal tilligemed $k^2 = 1{,}209$, saa kan størrelserne M beregnes. De opføres her ved siden af de, som er direkte beregnet og anført ovenfor.

	direkte beregnet
$M_1 = 3{,}05 \,.\, 2{,}76 = 8{,}42$	11,0
$M_2 = 3{,}05 \,.\, 2{,}10 = 6{,}40$	7,43
$M_4 = 3{,}05 \,.\, 1{,}68 = 5{,}13$	5,07
$M_8 = 3{,}05 \,.\, 1{,}27 = 3{,}88$	3,42
$M_{16} = 3{,}05 \,.\, 1{,}00 = 3{,}05$	3,05

Det viser sig her en ikke ubetydelig forskel mellem den teoretisk udledede og den direkte beregnede middelfejl for de store parceller. At forskellen optræder ved de store parceller, medens der er nøjagtig overensstemmelse ved de mindste, kommer naturligvis deraf, at vi indsatte i formlerne en værdi for m, som var udledet af den direkte beregnede middelfejl for de mindste parcellers rubrik.

Havde vi i steden lagt til grund en værdi for m udledet af den direkte beregnede middelfejl for de største parcellers rubrik, saa vilde uoverensstemmelsen have optraadt ved de smaa parceller, og den teoretisk udledede middelfejl vilde for disse blevet større end den direkte beregnede. Denne uoverensstemmelse kan forklares paa samme maade som uoverensstemmelsen ved beregning af fejlen ved gennemsnit af et antal parceller (s. 337). Her som der indvirker forsøgsarealets udstrækning paa resultatet, og saalænge denne indvirkning ikke tages med i beregningen, maa der opstaa en uoverensstemmelse, som imidlertid er af underordnet betydning.

Forsøgsarealets størrelse.

Antag, at man efterhaanden øger det areal, som bedækkes med forsøgsruder; naar parcellernes størrelse bibeholdes, saa vil parcellernes antal tiltage i samme forhold, som forsøgsarealet vokser. Efter fejlteorien skal middelfejlen paa en enkeltstørrelse ikke afhænge af antallet af enkeltstørrelser, for hvilke middelfejlen beregnes; forudsætningen er da, at de nye størrelser, som kommer til, ikke har anden karakter end de tidligere, at sandsynligheden for fejl af enhver størrelse er den samme hos de sidste som de første. Hvis dette princip kunde overføres paa vort problem, saa skulde middelfejlen være den samme for store som smaa felter. Men det vil aabenbart ikke stemme med virkeligheden. Vort instinkt siger os, at vi er sikrere paa en paalidelig sammenligning, naar vi sammenligner et lidet antal vækster paa et lidet areal, end naar vi sammenligner et stort antal paa et forholdsvis større areal, forudsat at de enkelte parcellers areal forbliver det samme. Det er ikke vanskeligt at indse grunden dertil. Paa marken vil der være sandsynlighed for større lighed (i kraft, fugtighed og i det hele i vækstbetingelser) mellem to parceller, som ligger klods op til hinanden, end mellem to, som ligger fjernt fra hinanden, og jo længere parcellerne ligger fjernet fra hinanden, desto større bliver sandsynligheden for ulighed. Jo videre vi udstrækker vort forsøgsfelt, desto mere vokser sandsynligheden for store afvigelser fra gennemsnittet.

Grunden dertil er ikke den, at antallet af parceller vokser, men at parcellerne spredes over et videre felt. Thi foruden den mere tilfældige afvigelse fra gennemsnittet med lige stor sandsynlighed for en grøde større end gennemsnittet, som for en grøde mindre end gennemsnittet, kommer der ved forøgelse af forsøgsarealet den omstændighed til, at nye arealer, der lægges som en forøgelse til et oprindeligt areal, kan vise en afvigelse enten gennemgaaende i rigere grøde eller gennemgaaende i sparsommere grøde. Ved siden af disse ensidige afvigelser vil da fremdeles de afvigelser være til stede, som falder med samme sandsynlighed til den ene som til den anden side af gennemsnittet. De ensidige afvigelser, som kommer til ved udvidelse af feltets areal, maa derfor bevirke, at middelfejlen tiltager.

Ved at gaa ud fra, at middelforskellen mellem to parcellers grøder tiltager med deres indbyrdes afstand, kan det vises, at den beregnede middelfejl tiltager med forsøgsfeltets areal.

Betegner vi som før middelforskellen (se side 339) mellem to naboparceller, som grænser til hinanden langs en side, for $\pm \mu$, er endvidere middelforskellen mellem to parceller, som støder sammen i et hjørne, men som ikke har nogen side fælles, $\pm p\mu$, og er middelforskellen mellem to parceller, som ikke berører hinanden[1]) $\pm u\mu$, saa er middelfejlen for parcellerne paa et rektangulært felt, hvis ene sides længde er n_1 parcelsider og anden sides længde er n_2 parcelsider, og som altsaa indeholder $n_1 n_2$ parceller:

$$m = \pm \frac{\mu}{n_1 n_2} \sqrt{A + Bp^2 + Hu^2},$$

hvor

$$A = (n_1 - 1) n_2 + (n_2 - 1) n_1$$
$$B = 2 (n_1 - 1)(n_2 - 1)$$
$$H = \tfrac{1}{2} [n_1{}^2 n_2{}^2 - 9 n_1, n_2 + 6 n_1 + 6 n_2 - 4].$$

Formlen er prøvet paa det samme forsøgsmateriale, som er benyttet til det før omtalte Stockholmsforsøg. — Det hele felt (d. v. s. alle afdelinger A, B og C) deltes i 240 ruder à $^1/_4$ are. Plan over feltet tilligemed angivelse af de enkelte ruders grøder findes nedenfor[2]). Gennemsnitsgrøden pr. rude var **17**,8 kg. (timoteigræs). Middelfejlen for de 240 parceller fandtes

$$m = \pm \sqrt{8{,}518} = \pm 2{,}92.$$

Endvidere fandtes

$$\mu^2 = 6{,}495, \qquad p^2 = 1{,}369.$$

Teorien fører til, at for et stort felt er

$$u^2 \mu^2 = 2m^2.$$

Ved at benytte de beregnede værdier for m^2 og μ^2, finder vi heraf

$$u^2 = 2{,}623.$$

Ved hjælp af de saaledes kendte konstanter m^2, μ^2, p^2 og u^2 har vi beregnet middelfejlen for felter af forskellig størrelse. De findes opførte i tabellen nedenfor under „*m* teoretisk“. De tre første rubriker i tabellen viser felternes størrelse og form. Hvert felt tænkes som et rektangulært stykke, hvis bredde er n_1 og n_2 rudebredder. $n_1 n_2$ er da antallet af ruder i feltet. Som prøve paa teoriens holdbarhed har vi da ogsaa direkte af parcellernes grøder beregnet middelfejlen for

---

[1]) Se den før nævnte afhandling af *G. Holtsmark.*

[2]) Feltet er her delt i to, men var i virkeligheden sammenhængende med 40 ruder i længden og 6 i bredden.

Syd (fortsættes.)

Øst 30 meter

A	17·1	**22·5**	17·7	18·0	**19·4**	15·7	21·1	**12·8**	12·8	12·6	**18·9**	16·0	13·2	**14·9**	17·7	20·0	**16·7**	17·0	19·6	**17·5**	A
	22·2	25·6	20·8	**19·9**	19·6	22·2	**16·2**	15·0	**16·0**	**16·5**	19·7	18·4	**14·8**	15·2	15·4	**18·6**	18·2	16·9	**19·3**	21·1	
B	26·6	25·9	**19·3**	16·2	16·7	**16·5**	12·5	12·7	**15·0**	16·5	13·7	**14·9**	17·8	18 3	**18·2**	18·2	18·3	**17·4**	19·5	20·3	B
	23·3	**23·2**	19·3	15 4	**16·9**	15·1	13·5	**15·4**	17·6	15·6	**11·6**	15·4	18·1	**17·9**	15·7	14·9	**16·0**	18·7	20·5	**19·3**	
C	**19·4**	20·5	17·4	**20·6**	15·7	13·9	**13·9**	18·0	16·6	**14·0**	14·4	15·2	**16·2**	**17·8**	12 3	**11·7**	14·4	16·1	**16·6**	16·4	C
	19·6	19·0	**17·6**	19·4	18·7	**15·9**	17·6	16·9	**14·4**	16·1	16·5	**16·1**	16·1	17·1	**15·3**	15·0	14·3	**16·9**	16·8	17·1	

Vest

Nord (100 meter).

(Fortsættelse.) Syd

Øst 30 meter

A	16·5	15·8	**18·2**	19·3	23·4	**21·9**	26·5	25·0	**24·1**	20·2	19·5	**21·9**	13·3	15·0	**14·2**	16·0	16·6	**21·2**	20·8	18.3	A
	17·6	**15·9**	17·5	18·1	**21·8**	22·6	24·6	**22·8**	22·8	21·5	**18·2**	16·0	17·1	**14·8**	15·1	19·5	**21·1**	22·3	22·5	**21·8**	
B	**18·0**	15·4	17·6	**17·3**	17·9	18·8	**20·6**	20·9	18·6	**17·8**	18·1	20·6	**18·5**	18·5	20·5	**22·2**	19·6	22·3	**21·9**	21·8	B
	16·9	16·9	**16·4**	16·4	15·9	**19·5**	22·1	19·7	**18·7**	17·1	18·6	**25·5**	22·7	17·8	**18·4**	20·5	17·8	**13·1**	15·8	**14·4**	
C	15·2	**14·4**	14·7	15·0	**16·1**	14·9	**17·3**	**14·2**	15·5	17·0	**18·3**	18·5	17·6	**18·0**	17·7	17·7	**15·6**	13·8	13·2	**14·1**	C
	17·1	16 6	14·0	**16·0**	16·2	17·1	**16·9**	15·9	16·6	**15·7**	17·7	16.6	**20·3**	19·7	18·9	**20·9**	16·7	15·3	**20·0**	21·2	

Vest

Nord (100 meter).

felter af de forskellige arealer. For at faa tal, som kan sammenlignes, er vi da gaaet frem paa den maade, at det hele felt er delt i et antal lige store mindre felter. For hvert af disse er gennemsnitsgrøden pr. rude beregnet. For hvert af de mindre felter er saa taget forskellen mellem dets gennemsnitsgrøde og de enkelte ruders grøder, og disse forskelle er betragtet som fejl. Endelig er de saaledes fundne fejl fra det hele felt behandlet under ét, idet deres middelfejl er udregnet. De saaledes fundne fejl er opført under „*m* direkte.“ Ved den direkte beregning af middelfejlen var det nødvendigt at gaa frem paa denne maade for at eliminere virkningen af, at jordsmonnets beskaffenhed er forskellig paa forskellige dele af feltet. Ved vor fremgangsmaade finder vi udtrykt særskilt feltarealets betydning, uden at tallene forstyrres ved andre indflydelser.

n_1	n_2	Antal parceller $n_1 n_2$	m teoretisk	m direkte
2	2	4	1,66	1,57
6	2	12	2,47	2,38
6	5	30	2,70	2,67
6	10	60	2,81	2,84
6	20	120	2,86	2,89
6	40	240	2,89	2,92

Som man ser, stemmer de teoretiske og de direkte beregnede middelfejl saa godt, som det kan ventes. Middelfejlen stiger raskt med feltets størrelse, saa længe dette er lidet, siden stiger det langsommere, og til slut er stigningen næsten ikke mærkbar.

* * *

Vi skal nu til slut vise, hvorledes man kan opnaa at gøre middelfejlen paa det nærmeste uafhængig af feltets størrelse, samtidig som middelfejlen trykkes betydelig ned, ved at anvende et eget system med „maalestokke“, som allerede i en række af aar har været prøvet med held i det norske forsøgsvæsen.

Maalestoksystemet.

Dette er beskrevet i „Arbeidsregler for de spredte Akervekstforsøg under Norges Landbrugshøiskoles Forsøgsgaard“ §§ 25 og 26. Vi skal her kortelig gentage beskrivelsen. Et felt er delt i ruder for at anvendes til sammenlignende forsøg med forskellige plantesorter, gødningsstoffer eller lignende. En trediedel af ruderne tilsaas (gødsles) med samme plantesort (gødningsstof), og disse ruder danner „maalestokruder." Paa de øvrige ruder, prøveruderne, prøves de forskellige forsøgsgenstande (plantesorter, gødningsstoffer), som skal sammenlignes. Maalestokruderne fordeles efter følgende skema, hvor M'erne betegner maalestokken, P'erne prøver.

P	P	M	P	P
P	M	P	P	M
M	P	P	M	P
P	P	M	P	P

Istedenfor til sammenligning at benytte de virkelig afvejede grøder paa prøveruderne, benyttes nu visse, om man vil, „ideale" grøder, der beregnes paa følgende maade:

Man beregner gennemsnittet af grøderne paa de 3 maalestokruder, som ligger nærmest ved en prøverude, og tager forskellen mellem dette gennemsnit og prøverudens grøde. Paa denne maade beregnes for hver prøverude dens forskel fra gennemsnittet af de 3 nærmeste maalestokruder. Videre beregner man gennemsnittet af samtlige feltets maalestokruder, og endelig bliver den for hver prøverude beregnede forskel lagt til eller trukket fra dette maalestokgennemsnit, alt eftersom forskellen har været positiv eller negativ.

Vi har nu prøvet dette system ved hjælp af det samme materiale, som vi har benyttet til hele denne undersøgelse Feltet, som bestod af 240 ruder à $^1/_4$ are, var tilsaaet med samme plantesort over det hele, og en trediedel af ruderne i samme orden som paa skemaet ovenfor valgtes til maalestokruder.

Paa planen s. 347 er maalestokgrøderne betegnet ved fede tal.

Prøverudernes „ideale" grøder beregnedes som netop forklaret. Ved fejl er det her, hvor den samme Grøde er dyrket over det hele, rettest at forstaa forskellen mellem hver rudes „ideale" grøde og gennemsnittet af de virkelige grøder for alle ruder, uanset om de er behandlet som prøveruder eller som maalestokruder. Den direkte beregnede middelfejl fandtes for felter af forskellig størrelse, saaledes som følgende tabel viser, hvor feltets størrelse er udtrykt ved antallet af prøveruder, som det indeholdt. Det hele antal ruder i feltet er $1^1/_2$ gange saa stort.

Feltets størrelse ɔ: dets antal ruder.	Middelfejl *m*.
8	1,84
20	1,94
40	1,95
80	1,99
160	2,03

Som man ser, er der ogsaa her i begyndelsen af rækken en stigning i middelfejlen, men stigningen er langsom, og middelfejlen nærmer sig snart til en fast værdi, som ikke stiger videre, naar feltet vokser. I den før nævnte afhandling er det nærmere paavist, hvorfor man ogsaa ved dette system maa vente en noget mindre fejl ved de smaa felter end ved de store. Men stigningen er meget mindre her, end naar maalestok ikke benyttes.

Der er endnu et par omstændigheder, som fortjener at lægges mærke til. Sammenlignes tabellerne paa denne side og s. 348, ses det, at maalestoksystemet ved meget smaa felter ingen fordel byder fremfor systemet med direkte sammenligning eller, hvad vi kan kalde „det direkte system." Men dette er naturligt. Thi ved meget smaa felter paa 4—6 ruder taber maalestoksystemet sin betydning som saadant, de to systemer kommer da ud paa et og det samme. Maalestoksystemet faar først sin egentlige betydning paa større felter. Og her viser det paatagelig mindre fejl end det direkte system. Tager vi for os den største middelfejl ved begge systemer, saa ser vi, at medens den ved det direkte system gaar op til $\pm$ 2,92, saa gaar den ved maalestoksystemet ikke op i mere end $\pm$ 2,03. Nu er ganske vist denne sammenligning mellem metoderne ikke helt retfærdig. Thi ved anvendelse af maalestoksystemet bliver en trediedel af parcellerne ikke benyttet til prøve. Hvis disse benyttedes til en fortsat gentagelse af prøven med hver forsøgsgenstand, saa vilde det betyde en formindskelse af fejlen til $\pm$ 2,92 : $\sqrt{\frac{3}{2}}$ = $\pm$ 2,92 $\times$ 0,817 = $\pm$ 2,39. Men endnu er der et skridt igen til maalestoksystemets $\pm$ 2,03. Saa selv om hensynet til den plads, maalestokruderne optager, tages i betragtning, saa bliver der alligevel betydelig fordel paa maalestoksystemets side.

Endnu en fordel frembyder maalestoksystemet fremfor det direkte system. Anvender man det sidste og har prøvet et antal forsøgsgenstande paa et felt, idet hver genstand er prøvet paa et mindre antal, f. eks. 3, ruder, og man saa sammenligner gennemsnittene af de 3 ruder for hver forsøgsgenstand, saa er man i vildrede med hensyn til fejlens størrelse. Thi det antal parceller, som hver forsøgsgenstand er prøvet paa, er for lidet til, at man kan faa noget paalideligt begreb om middelfejlens størrelse; at beregne middelfejlen for et antal af 3—4 størrelser er der liden nytte ved. Anvender man derimod maalestoksystemet, vil, som det er paavist i den før nævnte afhandling af *Holtsmark*, fejlen i uvæsentlig grad afhænge af de store variationer udover feltet, men væsentlig afhænge af de variationer, som betinger forskel mellem naboparceller. Men for disse variationer kan man finde et maal ved at tage forskellen mellem to og to sammenstødende maalestokruder over hele feltet. Da maalestokruderne er til stede i et forholdsvis stort antal, lader middelforskellen (eller gennemsnitsforskellen, hvis man vil arbejde raskere) sig beregne med tilstrækkelig sikkerhed, og denne middelforskel vil da danne et værdifuldt maal for hele forsøgsfeltets brugbarhed. Vi forbeholder os at komme tilbage til denne fejlberegning ved en senere lejlighed.

Norges landbrugshøiskole, Aas, 11. mars 1905.