



Temadag om Biometri og Informatik 1991

Afdeling for Biometri og Informatik
Lyngby

Tidsskrift for Planteavls Specialserie

Beretning nr. S 2129 - 1991

1964.12.25
12.25
12.25



Temadag om Biometri og Informatik 1991

Danmarks JordbruksForskning
Biblioteket
Forskningscenter Flakkebjerg
4200 Slagelse

Afdeling for Biometri og Informatik
Lyngby

Tidsskrift for Planteavls Specialserie

Beretning nr. S 2129 - 1991

*Direktionssekretariatet**Afdeling for Biometri og Informatik**Lottenborgvej 24**2800 Lyngby**Tlf. 45 93 09 99*

Temadag om Biometri og Informatik 1991

Indholdsfortegnelse

	Side
Indholdsfortegnelse	3
Resumé og Summary	5
Developing WEEDOF a prototype expert system for planning weed control in organic farming. Ulla Dindorp	7
Videnbaserede systemer - metoder og erfaringer. Torben Ballegaard, Lene Kolind Rasmussen, Flemming Skov og Iver Thysen	15
EMMA: et edb-system til lagring af historiske oplysninger om forsøgsmarker ved Statens Planteavlsforsøg. Ove Juel Hansen	25
Udvikling af edb-modellen HUGO for omsætning af kvælstof fra dyr til plante, herunder kvantificering af de enkelte led i omsætningskæden. Ivan Munk	31
Model for nettostrålingen udviklet på grundlag af "simple" meteorologiske målinger. Inge R.Korsgaard og Harold E. Mikkelsen	47
Prædiktion af bygs udviklingstrin. Jens Erik Jensen	61
Metoder for test af variansomogenitet. Bjarne Nielsen	75
Spatial variation in spray deposition. Klaus Juel Olsen og Ebbe Nordbo	91
Produktionsfunktioner for sammenhæng mellem udbytte og kvælstoftilsætning. Bjarne Nielsen og Kristian Kristensen	105
Non-lineær regressionsanalyse til estimering af planters vand- relationer målt med tryk-volumen metoden. Mathias N. Andersen	117
A parsimonious statistical model for the nitrate leaching at different levels of N-fertilizer. Annette Ersbøll og S. E. Simmelsgård	129

Temadag om Biometri og Informatik 1991

Seminar on Biometry and Informatics 1991

Resumé

Denne beretning indeholder i alt 11 artikler, som udgør hovedparten af de emner, der blev præsenteret ved en Temadag om Biometri og Informatik. Arrangementet blev holdt på Hotel Nyborg Strand den 15. maj. Målgruppen for både de mundtlige og skriftlige indlæg er videnskabelig personale, som arbejder med planteavlfsforsøg. En liste over de 11 artikler er gengivet nedenfor. Artikler på engelsk indeholder et dansk resumé.

Summary

This report contains a total of 11 papers, which were presented at a seminar on Biometry and Informatics held at Hotel Nyborg Strand, Nyborg, Denmark. The following is a list of the 11 papers.

Developing WEEDOF a prototype expert system for planning weed control in organic farming. (Udvikling af WEEDOF - en prototype på et ekspertsystem til planlægning af ikke-kemisk ukrudtsbekämpelse) by *Ulla Dindorp*. Videnbaserede systemer - metoder og erfaringer (Knowledge-based systems - methods and experiences) by *Torben Ballegaard, Lene Kolind Rasmussen, Flemming Skov and Iver Thysen*. EMMA: et edb-system til lagring af historiske oplysninger om forsøgsmarker ved Statens Planteavlfsforsøg (A Computer program to store and retrieve historical information on experimental fields at the Danish Institute of Plant and Soil Science) by *Ove Juel Hansen*. Udvikling af edb-modellen HUGO for omsætning af kvælstof fra dyr til plante, herunder kvantificering af de enkelte led i omsætningskæden (Development of the edp-model HUGO for nitrogen in the chain of processes from animals to plants) by *Ivan Munk*. Model for nettostrålingen udviklet på grundlag af "simple" meteorologiske målinger (A model for net radiation based on "simple" meteorological observations) by *Inge R. Korsgaard and Harald E. Mikkelsen*. Prædiktion af bygs udviklingstrin (Prediction of development in barley) by *Jens Erik Jensen*. Metoder for test af variansomogenitet (Methods for testing homogeneity of variances) by *Bjarne Nielsen*. Spatial variation in spray deposition (Rumlig variation i afsætning af sprøjtevæske) by *Klaus Juel Olsen and Ebbe Nordbo*. Produktionsfunktioner for sammenhæng mellem udbytte og kvælstoftiførsel (Production functions for the relationship between yield and nitrogen fertilizer) by *Bjarne Nielsen and Kristian Kristensen*. Non-lineær regressionsanalyse til estimering af planters vandrelationer målt med tryk-volumen metoden (Non-linear regression analysis to estimate plant water relations measured by the pressure-volume method) by *Mathias N. Andersen*. A parsimonious statistical model for the nitrate leaching at different levels of N-fertilizer (En statistisk model med få parametre for kvælstofudvaskningen ved forskellige N-gødskningsniveauer) by *Annette Ersbøll and S. E. Simmelsgård*.

Papers in Danish are given with an English summary.



Developing WEEDOF a prototype expert system for planning weed control in organic farming

Udvikling af WEEDOF - en prototype på et ekspertsystem til planlægning af ikke-kemisk ukrudtsbekämpelse

Ulla Dindorp Department of Biometry and Informatics

Summary

Organic farming has several problems, one of them is the control of weeds. This paper presents the prototype expert system WEEDOF (WEED control in Organic Farming) designed to help organic farmers planning their weed control. The construction process and the structure of WEEDOF are described and an example of the consultation shown.

Resumé

Økologisk jordbrug har flere problemer, hvoraf et er bekæmpelsen af ukrudt. WEEDOF er en prototype på et ekspertsystem der skal hjælpe økologiske jordbrugere med at planlægge deres ikke-kemiske ukrudtsbekämpelse. I artiklen beskrives dels den normale konstruktionsprocedure ved programmering af ekspertsystemer, dels konstruktionsprocessen og strukturen i WEEDOF sammen med et eksempel på en konsultation.

Introduction

Organic farming has long been a small and neglected part of agriculture in Denmark, but in the eighties the method has received considerable interest from especially political quarters for several reasons among them environmental concerns.

There are several problems in organic farming; one of them is the control of weeds. As herbicide spraying is not allowed, control must be done using mechanical and other methods, often with a bad or shifting effect.

There is a need for improving these methods to get a better performance, and in recent years researchers have worked on the methods, examining them and trying to improve them.

The results of these experiments are needed in the practice of organic farming, and should be propagated quickly. One method of doing this is using expert system technology.

This technology is rather new. In the early 1970's the AI-research achieved success in development of several expert systems - systems with specialized problem solving expertise. At that time research in artificial intelligence required use of quite expensive super computers. The development of faster and very cheap personal computers and specialized software systems made expert systems a promising tool in many research areas, and in the mid-eighties the first papers on agricultural applications appeared (McKinion & Lemmon 1985, Dolusitz & Schmisser 1988).

This paper describes the development of a prototype expert system for use as an advisory aid in planning weed control in organic farming. The first part 'constructing an expert system' describes the general construction steps in developing expert systems. The remaining part describes the methods used in this project.

Constructing an expert system

An expert system is defined as a computer program, that relies on knowledge and reasoning to perform a task otherwise performed only by a human expert in a narrow problem area.

In traditional computer systems development systems analysis has been developed over a number of years, and formal methodologies for constructing the systems have evolved. These steps have no parallels in the process of building an expert system. Instead such systems are constructed in an iterative and experimental way.

Expert system development can be divided into four stages (Hayes-Roth et al 1983).

Identification - The first step in expert system development is definition of the problem area, the scope of the program and the objectives to build the program.

Knowledge acquisition - At this stage the transfer and transformation of problem-solving expertise from some knowledge source to a representation suggested by the expert system building tool is done.

Implementation - During implementation the design details are implemented, the formalized knowledge is combined and reorganized to make it compatible with the problem solving strategies.

Test - Testing involves evaluation of the prototype program and revising it.

These stages are not well-defined or even independent. The stages overlap and the process is characterized by its iterative nature. It is recommended to start the implementation

early, thus the development proceeds through a series of prototypes.

Of these four stages knowledge acquisition is a bottleneck in the construction of expert systems. Potential sources of knowledge includes human experts, text books and data bases, but no single recognized methodology exists for acquisition of knowledge.

In the normal way of constructing expert systems, the knowledge is contributed by an expert. Common techniques used for knowledge elicitation from an expert include interviews, protocol analysis, induction and repertory grid technique, interviews being used the most (Brummenæs 1990, Hayes-Roth et al 1983, Ballegaard 1990). Interviewing includes several problems - it takes time, which the expert may not have in excess, the results may lack because communication can be a problem, the expert leaves out things obvious to him and so on.

Methods that may become feasible in the future is acquiring knowledge directly from the text book with text understanding programs (Hayes-Roth et al 1983) or letting the expert enter the knowledge directly by the means of a knowledge acquisition program (Gomez & Segami 1990).

Constructing WEEDOF

Knowledge acquisition

Written material is normally used in an informal way for the knowledge engineer to get acquainted with the domain, before starting the knowledge acquisition process, often by interviewing the expert. In this project the initial knowledge acquisition was done using a method for extracting knowledge from written material. The method assists in analyzing and structuring the public knowledge of the domain (Østerby 1990, Sørensen 1987, Dindorp 1990).

Literature analysis

The material for the analysis was taken from a book on weeds and weed control (Rasmussen 1990, Rasmussen & Vester 1990). Totally 28 pages giving an introduction to weeds in agriculture and non-chemical control of weeds were used.

The first step of the method is to generate a knowledge survey. This is done by analyzing the text paragraph for paragraph identifying elements of relevance in the text. The relevant information is extracted and rewritten in a more uniform way as notes containing the knowledge embedded in the original paragraph.

The notes are now further analyzed and rewritten, trying to obtain a collection of notes cleared of synonyms, where each note is a short sentence containing only one piece of knowledge.

During the process of rewriting the notes a concept hierarchy is constructed and modified. The basic part of the hierarchy is general and domain independent (fig. 1).

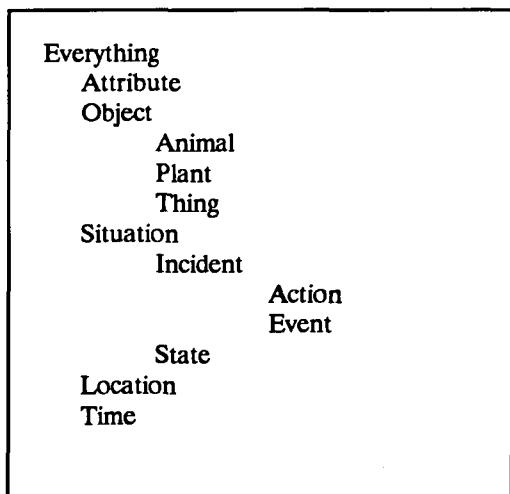


Figure 1. The upper part of the hierarchy. (Østerby 1990)

The notes are the material used for building the hierarchy. They contain knowledge about objects in the domain; knowledge like facts, explanations, definitions and examples.

The objects in the notes were marked and all entries concerning the same object were collected in the same object entry. The object entries were then considered candidates to be included in the hierarchy.

This procedure resulted in approximately 240 notes containing around 40 different objects and attributes.

The notes covered the basic knowledge of the domain as well as knowledge about non-chemical control methods. A note could be a fact like this:

Dry matter minimum for couch grass is 3-4 leaves

or a rule:

Harrowing works by covering the weeds

From the notes the objects were placed in the appropriate place in the concept hierarchy (fig. 2).

The collection of notes together with the concept hierarchy can be seen as a model for the domain. It defines the objects, facts about them and relations between them.

The models were not complete. The chosen text book only covered the subject in a more general way. A text book trying to teach the subject would contain deeper knowledge about causal relations in the domain, and would make the models extracted more complete.

Interviews

After the literature analysis, experts were involved. Their role was to provide the problem solving strategies and the specific knowledge

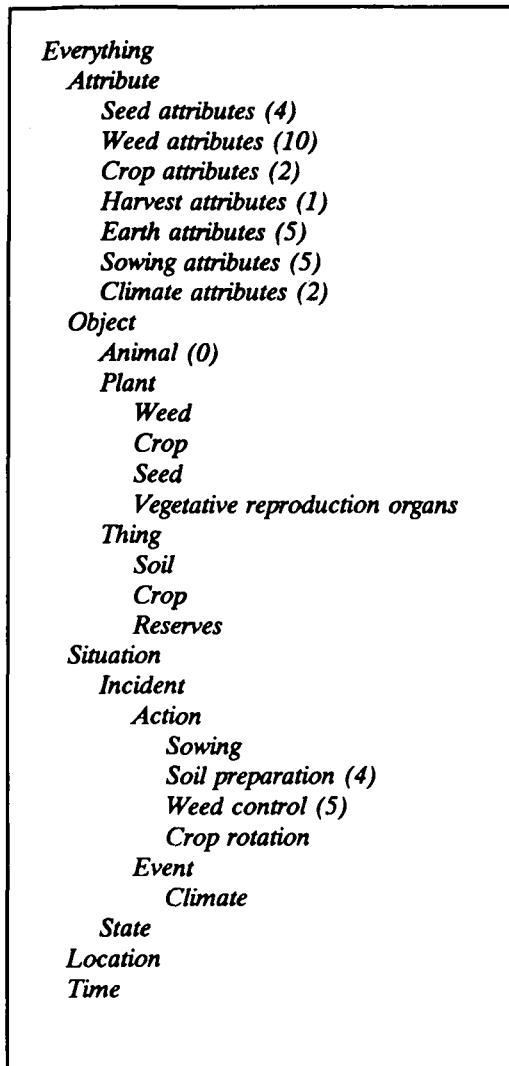


Figure 2 Concept hierarchy of the prototype domain. The figures in parentheses is number of subclasses.

needed here.

In this part of the knowledge acquisition interviews were used. The literature analysis provided a good analysis of the domain and its objects. It was now possible to focus on the scope of the system and the problem solving

strategies, and later on continue with specific parts of the problem.

The problem solving strategy is the central part of an expert system, and therefore important to establish. This was also the most abstract subject for the experts to work on. It is generally known that people seldom recognizes the problem solving strategies they are using (Hayes-Roth et al 1983). As a start the experts own strategy for planning weed control was examined and imitated; during implementation the strategy was revised to obtain a good structure in the program.

When the problem solving strategy was implemented, work began on the subproblem considered most important by the experts - direct control of seed-propagated weeds.

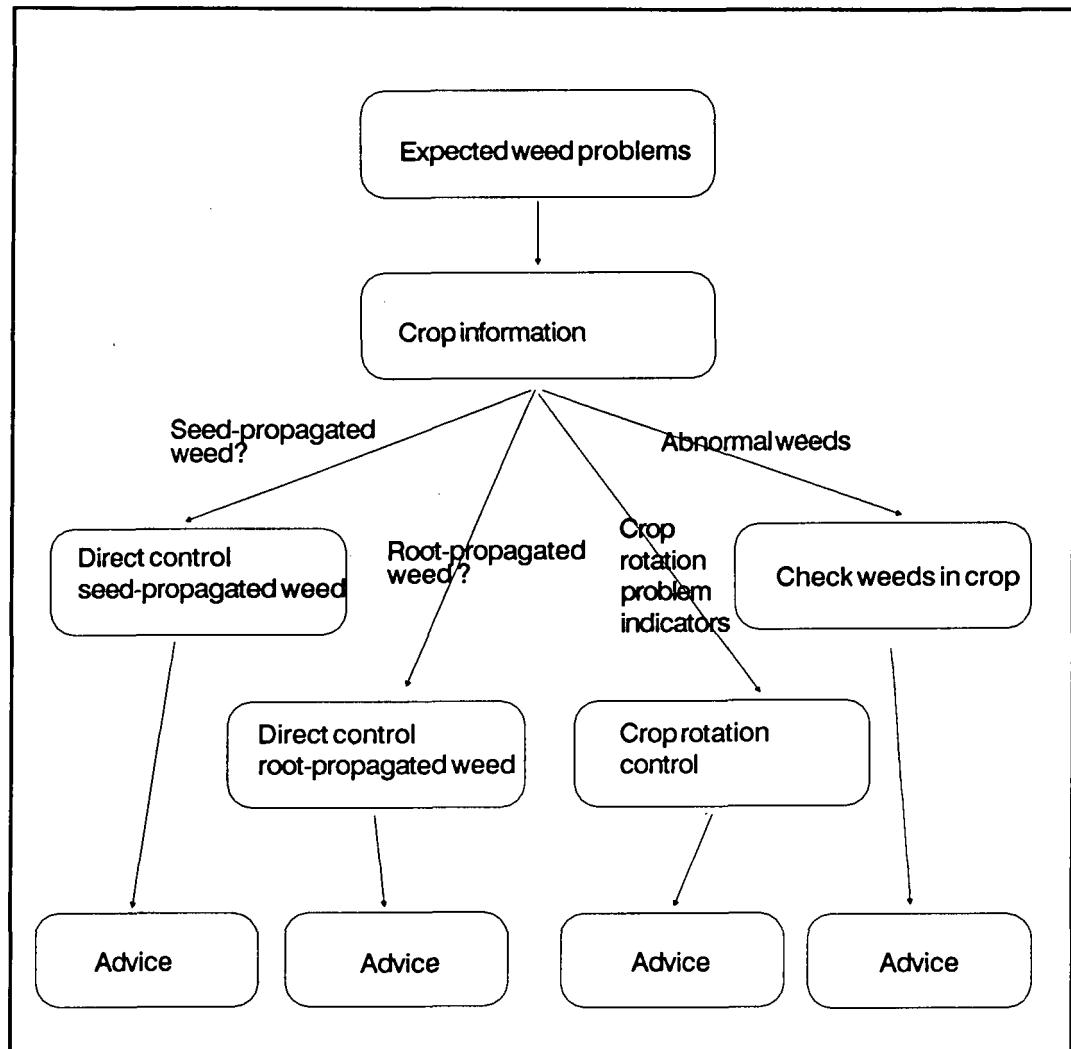
Beside interviews, a lot of well-defined problems were solved using telephone calls and correspondence. Totally the number of interviews has been very low (only seven) compared to other expert system projects, due to the initial literature analysis, on the other hand the number of phone calls and letters has been high.

Implementation

The expert system shell EGERIA was selected for the prototype. Expert system shells are special software products with facilities for designing expert systems. Among these facilities are means of representing knowledge and deducing from knowledge.

The coding started when the scope of the system and the problem solving strategy were established. It was decided to start to work on a planning program, which should be able to deal with the most common crops and weeds in organic farming (10 crops and 20 weeds).

Non-chemical control of weeds includes two aspects, direct control for respectively seed-propagated and root-propagated weeds, and a



Figur 3. Problem solving strategy

suitable crop rotation. Certain weeds are indicators for an unsuitable crop rotation, others should not occur in certain crops, and indicate cultivation problems.

WEEDOF reflects this partitioning. The program is divided in modules containing connected knowledge. At the moment it contains ten modules, of which one - the main module - controls the communication with the user and

the control of program execution. Another contains a model of domain objects, and four contains knowledge on the four types of weed control:

- Direct control, seed-propagated weeds
- Direct control, root-propagated weeds
- Crop rotation
- Unnormal weeds

The remaining six modules includes tables and system procedures.

Direct control

Soil: Sandy loam, few stones

Spring harrowing for winter cereals

Expected count after control:
 Pansy field : 7 - 22
 Chickweed common : 9 - 26

Expected yield gain hkg/ha: -1.1 to 0.7

Autumn harrowing for winter cereals

Expected count after control:
 Pansy field : 4 - 13
 Chickweed common : 5 - 15

Expected yield gain hkg/ha: -0.1 to 1.0

Autumn and spring harrowing, Winter cereals

Figure 4. Status window. Log with advices from example.

The main module controls program execution according to the problem solving strategy decided (fig. 3).

As a start the crop and the expected count of weeds are investigated. If any seed-propagated weeds are found the module for direct control of these will execute, and similarly with root-propagated weeds. The crop rotation module will execute if there are any indicators of crop rotation problems and correspondingly, the unnormal weed module executes, if abnormal weedpopulations are present.

The seed-propagated weed control module is the largest. In this part a simple model for effects of control is build in. In the event of a control action the expected count of weeds is adjusted for control effects considering soil influence, time of the year, crop and conditions,

and the corresponding yield increase is computed.

Each of the weed control modules gives advice on their subject. For the moment the modules give advices on all possible actions to be taken; alternatively only the best working action with respect to yield could be recommended, but it has been considered an advantage for the user to be able to compare different actions and choose among these himself. The advices are gathered in a log which can be examined during a consultation and afterwards.

Example

A consultation starts by collecting basic information on crop and weeds. Entering winter wheat at maturity as the crop, and chickweed common and pansy field as weeds with expected numbers of 30 and 25, will start of the seed-

propagating weed module. The user will be asked to enter expected yield and soil type. This will result in a series of possible control actions and effects to be shown in the status window (fig 4).

Conclusion

Weedof is a prototype of a planning expert system. The system is intended to give organic farmers help in planning their weed control. It works by giving them a survey of possible methods and advice concerning the weed situation.

The construction process of WEEDOF have been described. The generel procedure for knowledge acquisition for expert systems is to use interviews. In the present project, written material was used for a preliminary analysis of the domain before the interviews took place.

This proved to be a great advantage. The knowledge engineer got a thorough understanding of the domain and its terminology at an early stage. Beside the concept hierarchy was constructed through this stage.

References

Ballegaard, T. & H. Haas 1990. WEEDEX - an expert system for identification of weed seedlings In Expert systems in agricultural research. (ed. Skov et al). Fællesberetning SF1, Statens Planteavlsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg, 27-31.

- Brummenæs, N. 1990. Teknikker for tapping av kunnskap. Department of computer science. Technical University of Denmark.
- Dindorp, U, 1990. Development of an expert system for non-chemical weed control In Expert systems in agricultural research. (ed. Skov et al). Fællesberetning SF1, Statens Planteavlsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg, 23-26.
- Doluschitz, R. & W.E. Schmissieur 1988. Expert systems: Applications to Agriculture and Farm Management. Comput.Electron.Agric. 2, 173-182.
- Gomez, F. & C. Segami 1990. Knowledge acquisition from natural language for expert systems based on classification problem-solving methods. Knowledge Acquisition 2, 107-128.
- Hayes-Roth, F., D.A. Waterman & D.B. Lenat 1983. Building expert systems. Addison Wesley Publishing company, Inc.
- McKinion, J.M. & H.E. Lemmon 1985. Expert systems for Agriculture. Comput.Electron.-Agric. 1, 31-40.
- Rasmussen, J. 1990. Ukrudt i agerlandet in Ukrudtsbekæmpelse i landbruget. Statens Planteavlsforsøg, Planteværnscentret.
- Rasmussen, J. & J. Vester 1990. Ikke-kemisk ukrudtsbekæmpelse in Ukrudtsbekæmpelse i landbruget. Statens Planteavlsforsøg, Planteværnscentret.
- Sørensen, P.S. 1987. Ekspertsystem til biologiske renseanlæg. Exam.Proj. Technical university of Denmark.
- Østerby, T. 1990. Knowledge acquisition and specification in information modelling and knowledge bases, IOS Press, Amsterdam.

Videnbaserede systemer - metoder og erfaringer

Knowledge-based systems - methods and experiences

Torben Ballegaard, Lene Kolind Rasmussen, Flemming Skov og Iver Thysen
Eksperstsystemgruppen, Forskningscenter Foulum

Resumé

På Forskningscenter Foulum er der oprettet en projektgruppe, der arbejder med anvendelse af videnbaserede systemer inden for jordbrugsforskning og -rådgivning. Projektgruppen har koncentreret sit arbejde om regelbaserede eksperstsystemer, kausale sandsynlighedsnet, neurale net og hypermedia. Der er udviklet et antal prototyper for at belyse de forskellige metoders anvendelighed i relation til biologiske problemstillinger. Det er projektgruppens konklusion, at modelbaserede metoder, blandt de undersøgte metoder kausale sandsynlighedsnet, vil være de mest relevante for jordbrugsforskningen. De øvrige metoder vil kunne finde anvendelse på afgrænsede og velkendte områder, blandt andet ved implementering af beslutningsstøttesystemer i rådgivnings-tjenesten.

Summary

A research project concerning potential application of knowledge-based systems in agricultural research and extension service has been established at Research Centre Foulum. Knowledge-based systems enclose a large number of topics. The present research has been narrowed to Rule-based Expert Systems, Causal Probabilistic Networks, Neural Networks, and Hypermedia. A number of prototype applications have been developed to evaluate the ability of the different methods to deal with biologically based domains. It is the conclusion, that methods based on a model poses the highest potential for use within agricultural research. Other methods might be useful within some well-defined, specific domains, e.g., in implementing decision-support systems for the extension service.

Indledning

Blandt jordbrugsforskere har der gennem længere tid været interesse for anvendelsen af videnbaserede systemer (eksperstsystemer) som et redskab i forskning og rådgivning. Kan den nye teknologi effektivisere forskningen? I hvor høj grad kan computere bidrage til at formidle komplicerede sammenhænge og således gøre forskningsresultater lettere tilgængelige for rådgivningstjenesten og landmændene?

For at skabe mere klarhed omkring den potentielle nytteværdi af videnbaserede systemer blev

der i 1989 startet et forskningsprojekt på Forskningscenter Foulum med titlen "Eksperstsystemer i Jordbrugsforskningen". Projektet er et fællesprojekt mellem Statens Planteavlsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg og hører hjemme under det landbrugsministerielle forskningsprogram "Informatik i Jordbruget" (Mikkelsen & Skov, 1990).

I projektets formulering blev der lagt vægt på det teoretiske fundament. Samarbejde med datalogiske miljøer på bl.a. AUC og Århus Universitet blev derfor prioriteret højt.

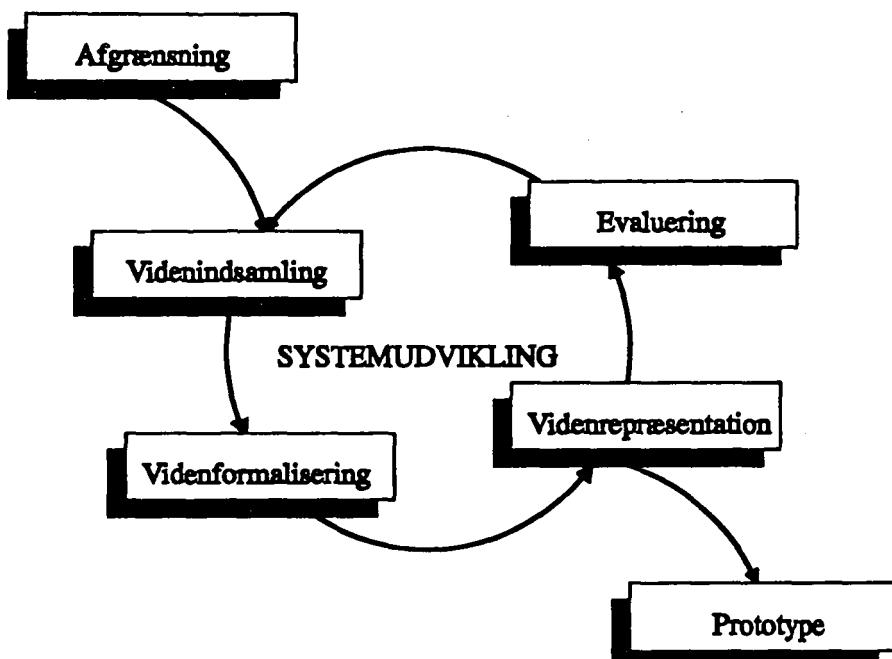
At demonstrere videnbaserede systemers formål ved eksemplets magt har været en grundlæggende idé for projektet. De første tre måneder af projektet blev derfor anvendt til at finde faglige problemer, der egnede sig som objekter for videnbaserede systemer. Der blev derefter afsat fire måneder til udvikling af prototyper.

Projektgruppens tiltænkte rolle som formidler af datalogisk "know-how" om videnbaserede systemer har betydet, at en del tid har været afsat til "opsøgende" arbejde, hvor der har været kontakt til en række afdelinger under Statens Planteavlsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg.

I december 1990 blev der arrangeret en to-dages workshop for dataloger, jordbrugsforskere og repræsentanter fra rådgivnings-

tjenesten. Workshoppen havde et dobbelt formål: 1. at øge kendskabet blandt jordbrugsforskere til ekspertsystemteknologi; 2. at gøre dataloger opmærksomme på jordbruget som et potentielt interessant område at udvikle applikationer til. I forbindelse med workshoppen blev der udgivet en Fællesberetning indeholdende alle indlæg på workshoppen (Skov et al., 1990). Denne beretning giver en introduktion til videnbaserede systemer og giver et indtryk af projektets arbejdsfelt.

Projektgruppen består af forskere med datalogisk baggrund samt forskere fra de eksisterende forskningsmiljøer på Forskningscenter Foulum, bl.a. er SJVF-projektet "Videnformalisering og -repræsentation i ekspertsystemer til beslutningsstøtte i jordbruget" tilknyttet projektgruppen.



Figur 1. Faser i udvikling af videnbaserede systemer.

Udvikling af videnbaserede systemer

Der kan drages mange paralleller mellem systemanalyse, kendt fra traditionel systemudvikling, og indsamling af viden i forbindelse med udvikling af videnbaserede systemer (Hart, 1986). Men i modsætning til den traditionelle systemanalyse, mangler der i vid udstrækning gode gennemprøvede metoder til indsamling og formalisering af den viden, der skal indgå i et videnbaseret system. Der eksisterer en række manuelle og automatiserede metoder. De fleste af disse har imidlertid karakter af "ad hoc" metoder, der ser ud til at virke, men måske ikke altid er dybere videnskabeligt funderede.

For at processen med at indsamle og formalisere viden kan forløbe optimalt, er der nogle forudsætninger, der skal opfyldes.

- der skal etableres et frugtbart samarbejde mellem fageksperten og systembyggeren. Dette samarbejde skal baseres på gensidig respekt og tillid parterne imellem.
- systembyggeren skal tilegne sig en betydelig viden inden for det aktuelle fagområde. Denne viden skal sikre systembyggeren og fageksperten et fælles referencerum for det videre arbejde med indsamling og formalisering af ekspertens viden.
- fageksperten skal tilegne sig et basalt kendskab til teknologien bag videnbaseret systemudvikling og til ekspertens rolle ved udvikling af et videnbaseret system.

Processen med at transformere viden til et edb-system opdeles ofte i et antal trin eller faser (Hayes-Roth et al., 1983; Hart, 1986). Der er dog bred enighed om, at denne opdeling primært er af analytisk karakter, da udvikling af videnbaserede systemer er en stærkt iterativ proces (fig. 1). De enkelte faser i processen er ikke så veldefinerede, som det er tilfældet indenfor traditionel systemudvikling (Hart, 1986). I det følgende er faserne kort beskrevet:

Afgrænsning. Den første fase er afgrænsning eller identifikation af det ekspertområde, det er relevant at implementere i et videnbaseret system. Det er nødvendigt på dette trin at specificere og afgrænse målet for det aktuelle system. Ved kravspecifikationen er det formålstjenligt at tage hensyn til hvilke ressourcer, der er til rådighed for projektet.

Videnindsamling. En af "flaskehalsene" i forbindelse med udvikling af videnbaserede systemer er indsamling af den viden, der skal repræsenteres i systemet.

Der er beskrevet flere forskellige teknikker, der kan anvendes, når det er ekspertens private viden, der ønskes ekstraheret. De mest udbredte er forskellige former for interviewteknikker, protokol analyse, induktion og forskellige former for skaleringsteknikker (Hart, 1986; Ballegaard, 1990; Brummenes, 1990; Motta et al., 1990). Fælles for de nævnte teknikker er, at de forudsætter et nært samarbejde mellem systembygger og fagekspert.

En anden kilde til viden er publiceret materiale i form af bøger, artikler o.l. Der er beskrevet formaliserede teknikker til indsamling af viden fra publiceret materiale (Østerby, 1990). Disse teknikker kræver ikke tilstedeværelse af en fagekspert, men kan til gengæld kun bruges til at indfange umiddelbar tilgængelig, offentlig viden. Metoden har dog vist sig at være en god tilgang til et nyt domæne (Dindorp, 1990a).

Videnformalisering. Den indsamlede viden skal analyseres og repræsenteres på en form, så eksperten og systembyggeren kan overskue den resulterende konceptuelle (begrebelsige) model. Den konceptuelle model er en abstrakt model af de indbyrdes sammenhænge, der eksisterer mellem forskellige delmængder af den indsamlede viden.

Videnindsamling og videnformalisering er så nært sammenknyttede faser i udviklingen af

videnbaserede systemer, at de i praksis er svære at adskille.

Videnrepræsentation. Når den konceptuelle model er udviklet og godkendt af de involverede parter, skal modellen implementeres. I modsætning til videnindsamling og -formaliserings, er videnrepræsentationen afhængig af tilgængeligt hard- og software. Dette kan føre til et velkendt dilemma: Det er svært at vælge en velegnet repræsentation, før man har en betydelig faglig viden, og det er svært at indsamle viden uden at have en metode til at fastholde den. Det må dog anbefales, at videnrepræsentationen vælges så tidligt som muligt i projektforløbet. Det er af afgørende betydning, at systembyggeren har mulighed for at fastholde indsamlet viden på en eksplisit og synlig måde for at undgå at viden bliver tøvs (implicit rygmarvsviden) (Rolleston, 1988).

Evaluering. Den resulterende prototype skal testes. Aftestning af videnbasen i et videnbaseret system kan være meget vanskelig og vil typisk fortsætte et stykke ind i det resulterende systems første levetid. Omfang og kompleksitet af aftestningen vil afhænge af videnbasens størrelse. F. eks. er en videnbase, der indeholder 400 regler, betydelig mere kompleks end fire baser med hver 100 regler. Aftestning vil desuden afhænge af den valgte repræsentationssteknik. F. eks. vil kvaliteten af et neuralt netværk være fuldstændig afhængig af, hvor repræsentativt trænings-datasættet er.

Ekspertsystem metoder

Videnbaserede systemer dækker et meget bredt spektrum af forskellige metoder og skoler. Projektgruppen har især fokuseret på følgende metoder:

- Regelbaserede ekspertsystemer
- Kausale net
- Neurale net
- Hypermedia

Regelbaserede ekspertsystemer.

De første ekspertsystemer var regelbaserede. Teknikken er efterhånden 20-25 år gammel og er velbeskrevet og velforprøvet. Anvendelsen af regelbaserede ekspertsystemer i jordbrugsforskningen er beskrevet af Dent & Jones (1989), Dindorp (1990b), Ballegaard & Haas (1990) og Skov (1990a).

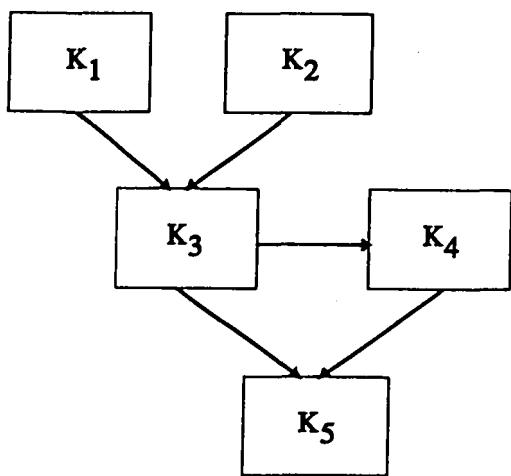
Regelbaserede ekspertsystemer kendetegnes ved at viden er repræsenteret ved hjælp af fakta og regler. Fakta er den simpleste videnform i et regelbaseret system. Eksempler på simple fakta kunne være: "marken er efterårspløjet", "lufttemperaturen er 21 °C", "afgrøden på marken er vinterhvede", o.s.v. Regler består af en eller flere betingelser vedrørende fakta og en konklusion på denne form:

HVIS <fakta> og <fakta> og .. SÅ <konklusion>

Problemløsning i et regelbaseret system varetages af inferensmaskinen. Når der bliver stillet et spørgsmål til maskinen, forsøger den at finde regler, der gør det muligt at give en løsning på problemet. Inferens kan beskrives som en søgeproces. Søgningen kan være data-drevet, dvs. baseret på fakta, eller mål-rettet, hvor inferensmaskinen præsenteres for en konklusion, som søges be- eller afkræftet.

Kausale sandsynlighedsnet

Et kausalt sandsynlighedsnet beskriver de kausale (årsagsbestemte) afhængigheder i fagområdet. Kausaliteten repræsenteres ved en graf (fig. 2) bestående af knuder og pile, hvor knuderne repræsenterer begreber og pilene repræsenterer den direkte kausale indflydelse fra såkaldte forældre-knuder til barne-knuder. Hver knude i nettet defineres med et endeligt antal tilstande. De kausale sammenhænge specificeres ved betingede sandsynligheder for hver tilstand i en barne-knude givet alle kombinationer af tilstande for forældrene. Topknuder (knuder uden forældre) specificeres med ubetingede sandsynligheder.



Figur 2. Kausalt net bestående af knuder (begreber) og pile (sammenhænge).

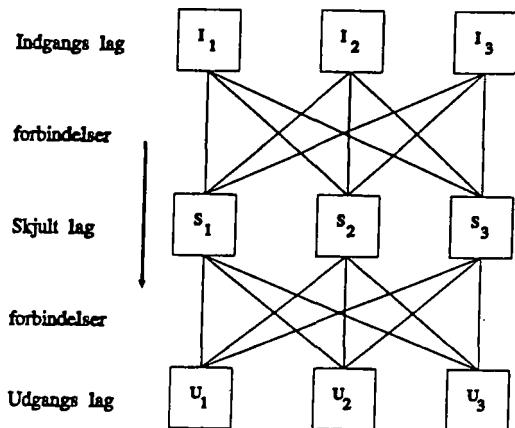
Observationer introduceres til nettet ved at specificere hvilken tilstand i en knude, der er sand. Når mindst én knude i nettet er observeret, infereres denne viden til hele nettet, således at effekten på de øvrige knuder i nettet kan ses. Det er uden betydning hvilken knude i nettet, der observeres, idet viden kan infereres i alle retninger i et kausalt net.

Det teoretiske grundlag for kombination af sandsynligheder har været kendt meget længe, men anvendelse i større modeller har været forhindret af beregningernes astronomiske omfang. Først efter påvisning af metoder til mindre omfattende lokale beregninger (bl.a. Lauritzen & Spiegelhalter, 1988), er det kausale sandsynlighedsnet blevet anvendeligt til praktiske problemer. Eksempler på kausale net er bl. a. givet af Andreassen (1990) og Rasmussen et al. (1990).

Neurale netværk

Neurale netværk er inspireret af den menneske-

lige hjerne, hvis struktur med forbundne neuroner søges efter lignet. De kunstige neurale net er baseret på en netværksstruktur bestående af knuder og forbindelser mellem disse. Der er mindst 3 lag knuder: et indgangs lag, et udgangs lag samt et eller flere skjulte lag (fig. 3). Knuderne er udtryk for et begreb eller udfaldsrum, som har to mulige værdier '0' eller '1'. Har en knude værdien '1' sendes en impuls videre til næste lag langs alle forbindelserne. Impulsen vægtes med en faktor, som er tillagt hver forbindelse. Værdien af knuderne i det modtagende lag bliver nu '0' eller '1' afhængig af om den samlede sum af vægte, der modtages, overskridt en given tærskelværdi. På denne måde resulterer et givet input til et givet output i udgangslaget.



Figur 3. Neuralt netværk med tre lag af neuroner, heraf ét skjult lag.

Vægtningsfaktorene og tærskelværdierne fremkommer ved at "træne" det neurale net med data, hvor både input og output kendes. Input data sendes ind i indgangslaget og vægtene justeres indtil resultatet i udgangslaget svarer til det kendte output (Lautrup, 1990; Møller, 1990). Når et neuralt net er trænet med et tilstrækkeligt stort datasæt, har det vist sig, at nettet er i stand til at generalisere og dermed

give et korrekt svar også på ukendte input data. Evnen til at generalisere afhænger bl.a. af hvor repræsentative, de anvendte trænings data er.

Hypermedia

Hypermedia kan defineres som et netværk af information, hvor selvstændige stykker viden kædes sammen ved hjælp af forskellige sammenhænge. Viden kan være repræsenteret som tekst, grafik, indscannede billeder, lyd eller video.

Hypermedia bygger på den antagelse, at computerne ikke kan fungere uden menneskelig assistance. Hvor et regelbaseret ekspertsystem ville forsøge at lede brugeren frem til én bestemt løsning på et problem, fokuserer man i hypermedia på at vise mange forskellige tolkninger af et problem, for så at lade brugeren vælge den bedst mulige. Hypermedia kan ses som et forsøg på at udvide det menneskelige intellekt ved at sammenkæde det, som computeren er god til (stor hukommelse, hurtig søgning, datarepræsentation), med menneskelige kvaliteter som evnen til at associere og drage slutsninger på ufuldstændige data. Et hypermediasystem består af en underliggende database og en brugergrænseflade, se Skov (1990b).

Et oplagt område for anvendelse af hypermedia vil være informations-søgninger i store on-line databaser. Hypermedia kan også bruges som brugergrænseflade integreret med egentlige ekspertsystemer.

Evaluering af prototyper.

Regelbaserede systemer

Som emne for et pilotprojekt om regelbaserede systemer valgtes bedroeproduktion, hvor der eksisterer en række standardiserede handlingsplaner (Kristensen et al., 1988). Disse planer er i den eksisterende papir-udgave opbygget i et hierarkisk nøgleformat. Formålet med ekspertsystemet var at udvikle et interaktivt rådgivnings-system, som kan skabe en individuelt tilpasset handlingsplan, der kun indeholder det

relevante i den aktuelle situation. Overflytning af handlings-planerne til edb-medium vil give mulighed for at håndtere mere omfattende og detaljeret viden som grundlag for en aktuel rådgivning. Overflytning til edb-medium vil desuden kunne effektivisere og rationalisere arbejdet med at ajourføre viden.

Der er udviklet 2 prototyper. Der er dels anvendt et stort ekspertsystemværktøj - EGERIA - samt et visuelt programmeringsprog - Prograph - der muliggør visuel, objekt-orienteret programmering.

De resulterende prototyper indeholder strukturen for et interaktivt rådgivningsværktøj. De kan i dialog med brugeren give specifik, individuel tilpasset vejledning til forskellige arbejdsprocesser vedrørende bedroedyrkning. En videreudvikling til et system, der kan bruges i rådgivningstjenesten, kræver dels integration med eksisterende programmer og databaser vedrørende bl.a. gødsning og planteværn og dels en udbygning af systemets indhold af faglig viden.

Regelbaseret systemudvikling er desuden anvendt til bestemmelse af genotypen hos kvæg ud fra kendskab til fænotypen. I prototypen kan genotypebestemmelse foretages for Jerseykvægs B-system. Andre blodtypesystemer vil kunne implementeres ud fra samme grundstamme.

Konklusionen er, at regelbaserede systemer er anvendelige ved udvikling af afgrænsede systemer, hvor der kan fastlægges veldefinerede sammenhænge mellem forskellige delelementer af den indsamlede viden.

Kausale netværk

Reproduktion hos malkekører blev valgt som emne for et pilotprojekt om kausale netværk, blandt andet fordi der i reproduktionsproblematikken indgår et stærkt element af sandsynlighed, f. eks. vedrørende udfaldet af en inseminering. Ekspertsystemets formål blev fastlagt til

vurdering af mulige årsager til en utilfredsstilende reproduktion i malkekægbesætninger. Det kausale net i prototypen er en model af de biologiske sammenhænge mellem reproduktion og fodring, tilsyn og insemineringsteknik. Når reproduktionsresultatet er kendt, vil nettet vise sandsynlighederne for, at de nævnte faktorer har været optimale.

Der var i de indledende faser et betydeligt tidsforbrug til de faglige eksperter forståelse af kausale netværk som metode (i høj grad beroende på eksperternes fortrolighed med sandsynligheder for hele besætningen, mens det ved anvendelsen af kausale netværk er nødvendigt at modellere det enkelte individ). De faglige eksperter var først efter opnåelsen af den fornødne forståelse af metoden i stand til at levere et brugbart bidrag til netværkets struktur og parameterværdier.

Resultatet af pilotprojektet blev en prototype, som indeholder strukturen for såvel den enkelte ko som for en besætning (Rasmussen et al., 1990). En videreudvikling til et system, som kan bruges i rådgivningstjenesten, kræver dels integration med en database med reproduktionsdata og dels udbygning af systemets indhold af faglig viden. Det sidstnævnte vurderes som det mest ressourcekrævende.

Kausale netværk er desuden anvendt til fastlæggelse af blodtyper hos kvæg ud fra målinger af reaktioner for et antal antistoffer. Formålet er i første omgang at bestemme kvægets genotype til brug i det videre avlsprogram, derudover er systemet anvendeligt til at vurdere sandsynligheden for at en kalv virkelig har de angivne forældre. Netværket har indbygget mulig forekomst af fejl i antistofreaktionerne. Blodtypeproblemet har den fordel, at den faglige viden er endelig, idet der er tale om veldefinerede sammenhænge mellem blodtyper og antistofreaktioner. Der er derfor færre problemer ved indsamling og formalisering af den faglige viden.

Konklusionen er, at kausale netværk er en

velegnet metode til udvikling af ekspert systemer, som baseres på en model af det biologiske og/eller tekniske område, systemet vedrører.

Neurale netværk

Det neurale netværk er også blevet anvendt til bestemmelse af blodtyper hos kvæg, her til fastlæggelse af et dyr fænotype ud fra antistofreaktionerne (Møller, 1990). Formålet var at forbedre bestemmelsen, når der er usikre (støjfyldte) antistofreaktioner. Det viste sig imidlertid, at det neurale netværk, efter træning med data indeholdende såvel entydige som usikre antistofreaktioner, snarere forringede bestemmelserne i den langt overvejende del af data med entydige antistofreaktioner.

Neurale netværk synes at være bedst egnede til problemstillinger, hvor der er behov for rutinemæssig klassificering på grundlag af komplekse data, f.eks. genkendelse af billeder eller lyd. Der er ikke fundet problemstillinger af denne type i jordbrugsforskningen i noget væsentligt omfang, hvilket dog kan skyldes, at metodens potentielle muligheder ikke er tilstrækkeligt kendte.

Metodernes relevans for jordbrugsforskningen

Der er væsentlige forskelle mellem de tre omtalte egentlige eksperstsystemetoder. Neurale netværk er rent empiriske, idet et svar altid vil bygge på det tillært fra træningsdatasættet. Svar på input, som træningsdatasættet ikke er repræsentativt for, er uforudsigtigt. Der kan ikke udtrækkes begrundelser for et givet svar fra et neutralt netværk. Anvendelsen af neurale netværk kan sammenlignes med brugen af en højere ordens polynomisk regressionsligning, som kan give en perfekt tilpasning til de givne data, men hvor extrapolation er af tvivlsom værdi.

Den regelbaserede repræsentationsteknik mangler gode strukturer til organisering af

viden for større problemkomplekser. Reglerne kan dog i mange nyere værktøjer bygges op som et hierarki af objekter med fastlagte egenskaber og en dynamisk struktur af relationer mellem objekterne. Strukturering af regelsættet er vigtig, idet et regelbaseret systems inferensmetode ikke sikrer konsistens i svarene ved intra- eller ekstrapolation i forhold til den indlagte viden.

Kausale sandsynlighedsnet er baseret på en velstruktureret model af det betragtede biologiske eller tekniske problemområde. Kausale sandsynlighedsnet er derfor sammenlignelige med andre velkendte metoder til mekanistisk simulering af biologiske systemer, f.eks. ved differentialaligninger. Forskellen til de mere traditionelle metoder ligger primært i repræsentation af viden i form af sandsynlighedsfordelinger og inferens af viden ved hjælp af sandsynlighedsberegninger. Intra- og ekstrapolation ved velstrukturerede simuleringssmodeler er behaftet med usikkerhed, men resultaterne er imidlertid en følge af de anvendte biologiske sammenhænge, som kan underkastes en videnskabelig kritik.

Forskningens mål er - meget skematisk - tveodelt: At skabe ny viden under kontrollerede forsøgsbetegnelser og at strukturere sådanne ofte modstridende fragmenter af viden i helheder. Forskeren vurderer derfor videnbaserede systemer ud fra ønsket om et medium for strukturerede helheder, et muligt alternativ til hårdt prøvede matematiske simuleringssmodeler. Konklusionen vedrørende brug af videnbaserede systemer i jordbrugsforskningen er derfor, at modelbaserede metoder, for de her omtalte metoders vedkommende kausale sandsynlighedsnet, appellerer til forskerens behov for forståelse af biologiske sammenhænge.

Det skal dog påpeges, at modellering i høj grad er valg af hvilke informationer, der skal benyttes, og hvilke der skal kasseres, fordi de ikke passer ind i strukturen. Der er derfor også behov for systemer, som bevarer mangfoldigheden og giver mulighed for brugerstyret,

associativ informationssøgning (jævnfør beskrivelsen af hypermedia). Sådanne systemer kan ikke lede til entydige konklusioner, men kan hjælpe brugeren, f.eks. en forsker, til at skabe sin egen opfattelse af strukturer.

Afslutning

Udvikling af videnbaserede systemer kan være en langsommelig og besværlig proces. Det er projektgruppens erfaring, at der eksisterer tre væsentlige 'flaskehalse' i forbindelse med udvikling af videnbaserede systemer til det jordbrugsfaglige område:

- værktøjet
- kommunikationen
- ressourcerne

Det anvendte programmel har primært været værktøjer dedikeret til udvikling af videnbaserede systemer. Disse værktøjer er karakteriseret ved at være relativt bekostelige i anskaffelse. Flere af dem har desuden vist sig at være relativt svært tilgængelige. Det har således krævet en betydelig indsats at opnå tilstrækkelig indsigt i disse værktøjers potentiale for at kunne anvende dem formålstjenligt ved udvikling af prototyperne.

Kommunikation med fagekspert er ligeledes vist sig at være en krævende proces, især når systemet vedrører et fagligt problem, som ikke i forvejen er veldefineret. Der er således, i forbindelse med de prototyper hvor eksterne fagekspert er medvirket, brugt megen tid på at opnå en fælles forståelse af fagområde og repræsentationsteknik. En sådan forståelse er en forudsætning for, at eksperten kan levere den nødvendige og relevante viden.

Det fører over i den tredje væsentlige forudsætning for udvikling af videnbaserede systemer: Der skal i organisationen findes en eller flere fagekspert, der har tid og lyst til at

bidrage med en betydelig arbejdsindsats ved udvikling af systemet. Det er projektgruppens erfaring, at det kan være vanskeligt at finde eksperter, der har mulighed for at afsætte den fornødne tid til dette.

Referencer

- Andreassen, S., Jensen F.V. & Olesen K.G. 1990. Medical Expert Systems Based on Causal Probabilistic Networks. In: *Expert Systems in Agricultural Research*. (ed. Skov et al.) Fællesberetning nr. SF1, Statens Planteavlsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg, Foulum. 33-57.
- Ballegaard, T. 1990. Knowledge acquisition for expert systems. In: *Expert Systems in Agricultural Research*. (ed. Skov et al.) Fællesberetning nr. SF1, Statens Planteavlsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg, Foulum. 9-13.
- Ballegaard, T. & Haas, H. 1990. WEEDEX - an expert system for identification of weed seedlings. In: *Expert Systems in Agricultural Research*. (ed. Skov et al.) Fællesberetning nr. SF1, Statens Planteavlsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg, Foulum. 27-31.
- Brummenæs, N. 1990. Teknikker for tapping av kunnskap. Inst. for Data teknik, Danmarks tekniske Højskole. København.
- Dent, J.B. & Jones, J.W. (eds.) 1989. *Expert Systems, Applications in Agriculture*. Agricultural Systems, 31, 1-155.
- Dindorp, U. 1990a. Development of an expert system for non-chemical weed control. In: *Expert Systems in Agricultural Research*. (ed. Skov et al.) Fællesberetning nr. SF1, Statens Planteavlsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg, Foulum. 23-26.
- Dindorp, U. 1990b. Ekspertsystemer og deres brug i jordbrugssektoren. Temadag om Biometri og Informatik 1990. Beretning nr. S2053, Statens Planteavlsforsøg. 77-82.
- Hart, A. 1986. *Knowledge Acquisition for Expert Systems*. Anchor Brendon, Ltd. Essex.
- Hayes-Roth, F., Waterman, D.A. & Lenat, D.B. 1983. *Building Expert Systems*. Addison Wesley.
- Kristensen, I., Hermansen, J.E. & Østergaard, V. 1988. Handlingsprogram for produktion af bederoer - Udvikling, analyse og anvendelse. 641. Beretning fra Statens Husdyrbrugsforsøg, København.
- Lauritzen, S.L. & Spiegelhalter, D.J. 1988. Local computation with probabilities on graphical structures and their application to expert systems (with discussion). *J. Roy. Statist. Ser.B*, 50: 157-224.
- Lautrup, B. 1990. Neural networks as trainable classifiers. In: *Expert Systems in Agricultural Research*. (ed. Skov et al.) Fællesberetning nr. SF1, Statens Planteavlsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg, Foulum. 69-76.
- Mikkelsen, S.A. & Skov, F. 1990. Forskningsprojektet "Ekspertsystemer i jordbrugsforskningen". I Temadag om Biometri og Informatik 1990. Beretning nr. S2053, Statens Planteavlsforsøg, Lyngby. 107-108.
- Motta, E., Rajan, T. & Eisenstadt, M. 1990. Knowledge acquisition as a process of model refinement. *Knowledge Acquisition*, 2, 21-49.
- Møller, M. 1990. Phenogroup determination of cattle using a neural network approach. In: *Expert Systems in Agricultural Research* (ed. Skov et al.). Fællesberetning nr. SF1, Statens Planteavlsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg, Foulum. 77-81.
- Rasmussen, L.K., Thysen I. & Pedersen K.M. 1990. An application of Causal Probabilistic Networks to examine reproduction of dairy cows. In: *Expert Systems in Agricultural Research* (ed. Skov et al.). Fællesberetning nr. SF1, Statens Planteavlsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg, Foulum. 59-68.
- Rolston, D.W. 1988. *Principles of Artificial Intelligence and Expert Systems Development*. McGraw-Hill, New York.
- Skov, F., Ballegaard, T., Mikkelsen, S.A., Møller, M.F. & Rasmussen, L.K. (eds.) 1990. *Expert Systems in Agricultural Research*. Fællesberetning nr. SF1, Statens Planteavlsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg, Foulum.

- Skov, F. 1990a. Rule-based expert systems. In: Expert Systems in Agricultural Research (ed Skov et al.). Fællesberetning nr. SF1, Statens Planteavlfsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg, Foulum. 15-22.
- Skov, F. 1990b. Hypermedia - a new information technology. In: Expert Systems in Agricultural Research (ed Skov et al.). Fællesberetning nr. SF1, Statens Planteavlfsforsøg og Statens Husdyrbrugsforsøg, Foulum. 95-102.
- Østerby, T. 1988. Knowledge acquisition and specification. Information modelling and knowledge bases. IOS Press, Amsterdam.

Emma: et edb-system til lagring af historiske oplysninger om forsøgsmarker ved Statens Planteavlsforsøg

A computer program to store and retrieve historical information on experimental fields at the Danish Institute of Plant and Soil Science

Ove Juel Hansen, Afdeling for Biometri og Informatik

Resumé

Artiklen beskriver et edb-system - kaldet Emma-, der er under udvikling ved Afdeling for Biometri og Informatik. Emma er udviklet til brug på Statens Planteavlsforsøgs forsøgsstationer, og skal kunne gemme oplysninger om brugen af de enkelte forsøgsmarker. Sådanne oplysninger er eksempelvis hvilke afgrøder, der har været dyrket, datoer for såning, høst, markbehandlinger, mængde og type af gødning, kalkning, vanding, samt forsøgsbehandlinger og placeringer af forsøg. Oplysningerne gemmes på en sådan måde, at det er muligt at rekonstruere historien for en mark eller for et punkt i en mark.

Summary

This paper presents a computer program being developed at the Department of Biometry and Informatics. The program is named Emma. Emma is to be used at the various research divisions of the Danish Institute of Plant and Soil Science. Emma stores many kinds of background information on the use of the experimental fields. Such information are crop types, sowing and harvesting dates, amounts and types of fertilizer used, plant protection, watering, liming, exact place of trials, a.o. Thus, the information stored allows the researcher at a later date to reconstruct the agricultural history of the field.

Indledning

Formålet med udviklingen af Emma er dels at stille et edb-system til rådighed for forsøgsstationerne til administration af forsøgsmarkerne, men også at sikre, at oplysninger om markerne behandling lagres på et elektronisk læsbart medium, og at historiske data bevares for eftertiden. En marks historie kan være vigtig, når nye forsøg skal udlægges eller når forsøgsresultater skal fortolkes.

De oplysninger, der gemmes i Emma's database, tjener først og fremmest som baggrundsoplysninger for de forsøg, der har været udført i marken. Sådanne baggrundsoplysninger kan

være nyttige, hvis forsøgsdata senere skal revurderes, og måske endda anvendes i sammenhænge, der ikke var tænkt på, da data produceredes.

Beskrivelse af Emma

Edb-systemet Emma består af to dele: en setup-del og en egentlig driftsdel.

I Emma's setup-del indlægges en række grundoplysninger om den forsøgsstation, hvorpå Emma implementeres. Vigtigst her er oplysninger om markerne. Alle forsøgsstationens marker skal have et navn eller en betegnelse.

Over hver mark skal der være udlagt et retvinklet koordinatsystem. I dette koordinatsystem bestemmes koordinaterne for markens hjørner. Disse lagres i databasen; herefter har Emma tilstrækkelige oplysninger til at kunne tegne markens omrids ud på skærmen eller på et stykke papir.

Udover oplysninger om marker indlægges i setup-delen også en række mere generelle oplysninger, der bruges i forbindelse med udskrifter. Det drejer sig om forsøgsstationens navn, adresse, UTM-zone, og lignende konstante oplysninger.

I principippet afvikles setup-delen een gang for alle på det tidspunkt, hvor systemet implementeres på en af forsøgsstationens pc'ere.

Emma's driftsdel er (ligesom setup-delen) menustyret. Hovedmenuen ses som en menubjælke øverst på skærmbilledet i Fig. 1. Punkterne **Marker**, **Planlægning**, **Forsøg**, og delvis **Udlæg** er indtastningsmoduler, og punkterne **Oversigt**, **Markrapport** og **Forsøgsrapport** er udtræksmoduler. I det følgende gives en kort beskrivelse af de enkelte punkter i hovedmenuen.



Fig.1. Emma's hovedmenu. Menubjælken viser hovedmenuen; den viste rullegardinmenu er undermenu til hovedmenuens første punkt: *Marker*.

Marker anvendes til indtastning af behandlinger eller registreringer, der er knyttet til en enkelt mark eller dele høref, men som ikke er knyttet til et bestemt forsøg. Rullegardinmenuen på Fig. 1 fortæller kort, hvilke oplysninger, der kan registreres i Emma's database under dette punkt.

Planlægning anvendes når et forsøg er under planlægning og endnu ikke ønskes udlagt i marken. Udenfor forsøgsnummer og titel registreres også parcellfordelingsnøglen, og antallet og størrelsen af parceller. Måske bliver det også muligt i Emma at inkludere faciliteter til automatisk generering af forsøgsplaner.

Planlægnings-funktionen vil have en grænseflade til Statens Planteavliforsøgs indtastnings-system, idet det fra Emma vil være muligt at danne en fil med en parcellfordelingsnøgle

således at denne kan anvendes direkte af indtastningssystemet.

Udlæg anvendes til at placere et planlagt forsøg i marken. Hertil bruger Emma dels de oplysninger, der allerede er registreret om markerne, og dels de oplysninger om forsøget, der er registreret under forrige punkt. **Udlæg** anvendes også, når et forsøg er afsluttet, og det anvendte areal dermed frigives til nye forsøg.

Forsøg anvendes til indtastning af forsøgsbehandlinger. Forud herfor er en beskrivelse af forsøget lagret i databasen med **Planlægning**, og udlagt i en mark med funktionen **Udlæg**. Indtastningen er derfor i principippet en bekræftelse på at forsøget er udført som planlagt. Indtastning af forsøgsbehandlinger vil normalt ske på led-niveau.

Marker	Planlægning	Udlæg	Forsøg	Oversigt	Markrap.	Forsøgsrap.	Afslut
Gødskning ** Tilføjer							
Markens navn eller betegnelse : a1							
Dato for udbringning: 1991-05-16							
Type af gødning: svinegylle							
Dosering: 50000 kg/ha							
Total-N:	300	kg/ha	Ammonium-N:	150	kg/ha		
Fosfor:		kg/ha	Kalium:		kg/ha		
Magnesium:		kg/ha	Natrium:		kg/ha		
Mangan:		kg/ha	Kobber:		kg/ha		
Bor:		g/ha	Nitrat:		kg/ha		
Samme behandling for hele marken (j/n)? N							

EMMA Ver. 0.0 Copyright: Afd.f.Biometri og Informatik 31.12.1991

Fig. 2. Eksempel på indtastningsbillede. Brugeren har først valgt 'Marker' i hovedmenuen, dernæst 'Gødskning' i rullegardinmenuen. Funktionstasten F1 udskriver en hjælpetekst til alle indtastningsfelter.

Oversigt udskriver på papir en oversigt over forsøgsstationens forsøgsarealer.

Markrapport udskriver på skærm'en eller på papir en oversigt over en marks historie, enten i form af skitser eller rapporter. Brugeren skal uddover at angive, hvilken mark, der har interesse, også specificere tidsinterval og hvilke elementer af dens historie, der skal medtages (f.eks. gødkning fra 1980 til 1988 i mark A5).

Forsøgsrapport udskriver på skærm'en eller på papir en oversigt over et forsøg, enten i form af skitser eller rapporter. Brugeren skal opgive forsøgsnummeret.

Modulet Marker

Som et eksempel på hvordan samspillet mellem indtastningsbilleder, tegnefaciliteterne og databasen virker gennemgås hovedmenupunktet **Marker** mere detaljeret.

Har man først valgt **Marker** i hovedmenuen og eksempelvis gødkning i undermenuen, vises på skærm'en først en ny mindre menu, hvor man skal vælge om man ønsker

- 1) at indtaste nye oplysninger, eller
- 2) gennemse eller rette i allerede indtastede oplysninger, eller,
- 3) at slette oplysninger i databasen.

Hvis brugeren vælger 1) udskrives et indtastningsbillede som vist i fig. 2 på forrige side.

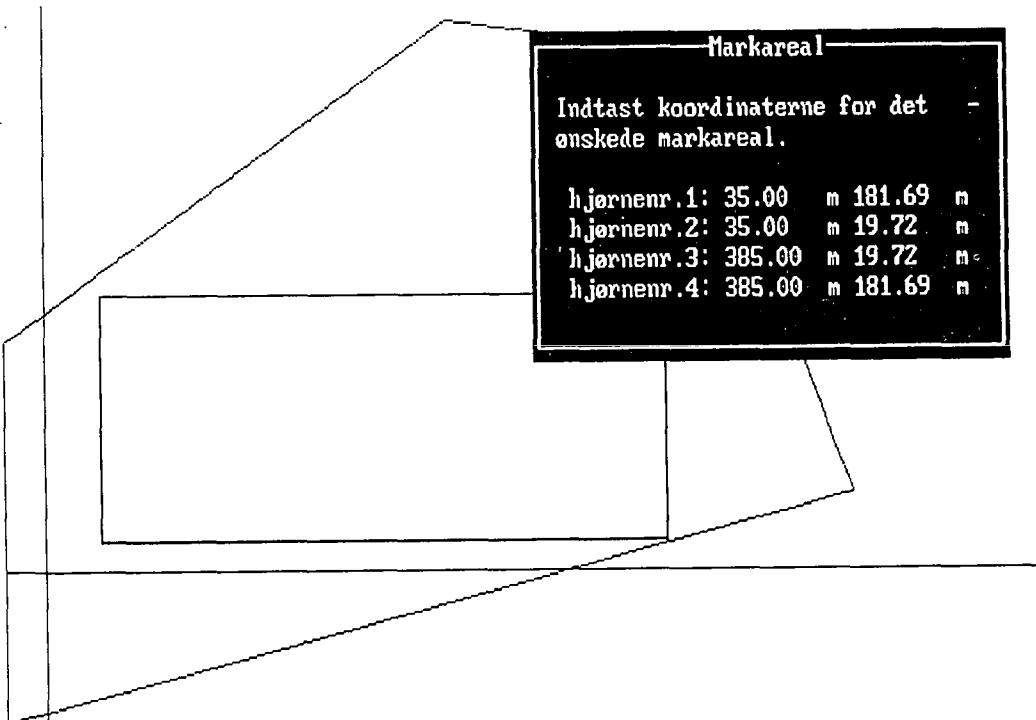


Fig. 3. Figuren viser et skærbillede med koordinatsystemets akser, markens omrids og det indtegnete, gødede areal. I højre hjørne vises koordinaterne for det indtegnete areal.

Når dette skærbilledet er udfyldt bliver brugeren spurgt om gødkningen har fundet sted på hele marken eller kun på en del af marken. Er det sidste tilfældet, skal Emma have oplysninger om hvilken del af marken, der er gødt. Brugeren kan give disse oplysninger ved simpelthen at indtaste hjørnekoordinaterne for det gødede markareal. Efter at hjørnekoordinaterne er indtastet tegner Emma på skærmen en skitse over marken med det gødede areal indtegnet (billedet er meget nær det, der er vist på Fig. 3). Hvis tegningen ser 'rigtig ud' kan brugeren vælge at gemme denne, se Fig. 4.

Brugeren kan imidlertid også vælge selv at tegne det gødede areal ind på skærmen. Emma udskriver så en skitse på skærmen med koordinatsystemets akser og marken indtegnet, og aktiverer derefter en simpel tegnefunktion. Med denne kan brugeren på en enkel måde med tastaturets piltaster markere hjørnerne af det gødede areal. Når brugeren er tilfreds med sin tegning, beregner og udskriver Emma hjørnekoordinaterne for det udpegede areal (Fig. 3). Brugeren kan - hvis han/hun ønsker det - rette i disse. Som en ekstra sikkerhed tegner systemet herefter påny på skærmen en skitse, der viser det gødede markstykke udlagt i marken. Vælger brugeren nu at gemme tegningen (fig.4), husker Emma, at netop det markareal blev gødt på den indtastede dato med gødning af den anførte type.

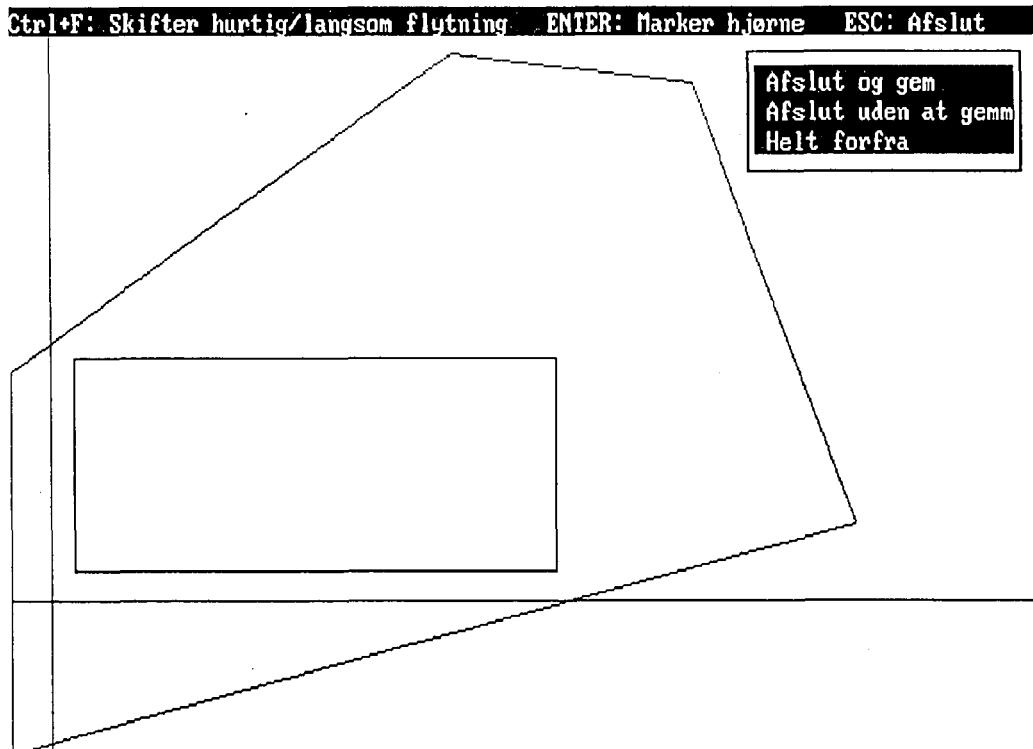


Fig. 4. Skærbilledet efter afsluttet indtegning.

Anvendte Edb-værktøjer

Systemet er udviklet med programmerings-sproget C (Microsoft). Data gemmes i en relationsdatabase udviklet med INFORMIX/SQL. Som grænseflade mellem C og Informix er anvendt INFORMIX/ESQL. Til menukærbilleder og indtastningsbilleder er anvendt C-scape og til grafik grafikpakken HALO.

Afslutning og status

Udviklingen af Emma påbegyndtes primo 1989 som et gruppearbejde med repræsentanter for forsøgsstationerne og forfatteren. Som afslutning på gruppearbejdet udarbejdedes en egenlig kravsspecifikationsrapport, der efterfølgende blev sendt til høring ved forsøgsstationerne. Af de mange forslag til forbedringer, vil flere blive inddarbejdet i det færdige system.

Selv programmeringen - der alene foretages af forfatteren - påbegyndtes ca. et halvt år senere. Et helt færdigtedb-system vil først forligge om nogle år. Emma er imidlertid modulært opbygget, og det er derfor tænkeligt, at de første moduler (marker og markrapporter) kan frigives til test inden for et år.

Udvikling af edb-modellen HUGO for omsætning af kvælstof fra dyr til plante, herunder kvantificering af de enkelte led i omsætningskæden.

Development of the edp-model HUGO for nitrogen in the chain of processes from animal to plants.

Ivan Munk *Afdeling for Arealdatal og Kartlægning*

Resume

En projektgruppe har udarbejdet en redegørelse og systembeskrivelse vedrørende kvælstofudnyttelsen, herunder udarbejdet en prototype af en model for omsætning af kvælstof i alle procestrin fra dyret fodres til planternes optagelse af kvælstof. Det var her en central opgave, at kvantificere de enkelte led i omsætningskæden. Udviklingen og strukturen af modellen HUGO beskrives, og der gives eksempler på anvendelse. Endvidere beskrives videreudvikling og fremtidig anvendelse af modellen.

Summary

A review is given of the entire chain of processes from production of manure in the stable to utilization of nitrogen by plants in the field. A description of a prototype of a system analysis model for this chain of processes is given, aiming at a quantification of existing knowledge for use in operational context. Five steps were identified in the chain of processes for livestock manure: 1. Feeding and manure production, 2. Manure dynamics in the stable, 3. Manure storage and treatment, 4. Manure application on the field and 5. Nitrogen cycling in soil and uptake by plants.

The system analysis model based on the same chain of processes has been programmed on a PC. Each step in the model accounts for: input of nitrogen, loss of nitrogen and remaining nitrogen in the system. In step 5 only uptake of nitrogen by plants was considered. Within the present project it was not possible to include the complicated and dynamical processes in the soil necessary to describe losses from this step. Examples of calculations with this model are also given. The parameters in the model are partly based on research results and partly estimates. The model can be made more detailed as new knowledge arises.

Indledning

Med den nuværende håndteringspraksis er udnyttelsen af husdyrgødnings indhold af plantenæringsstoffer ofte for lav, og der er ikke tilstrækkelig viden om, i hvilke led i omsætningskæden en forbedring har størst effekt.

I 1989 nedsatte Landbrugets Samråd for Forskning og Forsøg en tværfaglig projektgruppe, som skulle udarbejde en redegørelse og systembeskrivelse vedrørende kvælstofudnyttelsen, herunder udarbejde en prototype til en model (Hansen et al. 1990). I henværende artikel beskrives udarbejdelsen af denne model, der fik navnet HUGO (HUsdyrGødningsOmsætning).

Formål

Modellens formål er at kvantificere de enkelte led i omsætningskæden, herunder tabsposter under kvælstoffets vandring fra dyr til planteoptagelse. Der er således i første omgang satset på kvælstof velvidende, at andre stoffer også er af interesse.

Gennem videreudvikling skal modellen gøre det muligt at vurdere konsekvenserne af ændringer i drift, praksis, metoder eller udstyr. Overordnet kan en udviklet model anvendes som et hjælpemiddel i forskning og undervisning, samt anvendes til følsomheds- og konsekvensanalyse af enkelte led i kæden. Sidstnævnte kan direkte være et værktøj til at udpege de led i den totale kæde, som giver de største tab, dvs. som vil være mest relevant at sætte ind på forsknings- og undersøgelsesmæssigt eller med ændring i driftsformer.

Anvendelse

Modellen fungerer jvf ovenstående formålsbeskrivelse både som inspirator, katalysator og værktøj, og den kan forfines parallelt med at forskningen bringer nye data og ny viden.

Modellen kan, når tilstrækkelig viden og data foreligger, beregne næringsstofsomsætningen for husdyrgødning på den enkelte landbrugsbedrift. Den kan således indgå som et beslutningsværktøj i rådgivningstjenesten i vurdering af konsekvenserne af forskellige dyrkningsystemers indflydelse på miljø, gødningstildeling, udbytter og økonomi. Modellen kan udbygges til at omfatte husdyrgødningens indhold af fosfor og kalium samt størrelse, udformning og kapacitet af bedriftens samlede produktionssystem. På længere sigt må handelsgødning også indgå i modellen.

Henværende model dækker et delområde, - det er en produktionsmodel, som kan indgå i den endelige model på bedriftersniveau. Den tjener som en demonstration af, hvordan den færdige model vil kunne anvendes som et operationelt værktøj. Og allerede nu har den også en værdi med hensyn til udpegning af forskningsområder.

Systembeskrivelse

Systembeskrivelsen, i datalogisk sammenhæng kaldet begrebsmodellen, beskriver de principper, der skal ligge til grund for edb-modellen. Den skal således bestå af en algoritme, der redegør for beregningen af udnyttelsen af kvælstof på en vilkårlig landbrugsbedrift under de individuelle forudsætninger, der måtte gælde for denne. Modellen struktureres i 5 procestrin:

1. Foderomsætning og gødningsproduktion
2. Gødningsomsætning i stalde
3. Gødningslagring og -behandling
4. Gødningsud- og nedbringning
5. Kvælstofomsætning i jord og optagelse i afgrøderne

For hver af disse procestrin er taget udgangspunkt i den foreliggende viden om hvilke faktorer, der især er af betydning for omsætningen. Hvert trin er en omsætningsproces, hvor kvælstof output fra et trin er input i efterfølgende trin. I hvert trin er der desuden et tab til omgivelserne samt en optagelse af kvælstof. Modellens kvælstof input stammer fra foder og strøelse.

Den overordnede sammenhæng mellem de 5 procestrin ses illustreret i figur 1.

For hvert procestrin er omsætningen herefter beskrevet. I figur 2 ses et eksempel på, hvordan sammenhængen mellem input, omsætning, tab og output for et enkelt procestrin kan illustreres.

Med henblik på udvikling af modellen har arbejdet omfattet en vurdering af, i hvilket omfang der eksisterer eller kan frembringes data eller beregningsmæssige sammenhænge, som er nødvendige for at udvikle en korrekt model af virkeligheden.

Ud fra systembeskrivelsen er valgt nogle cases, som består af et stærkt begrænset antal af den totale systembeskrivelses variationsmuligheder. Der beregnes således p.t. udfra en simplificeret landbrugdrift med en begrænset valgmulighed

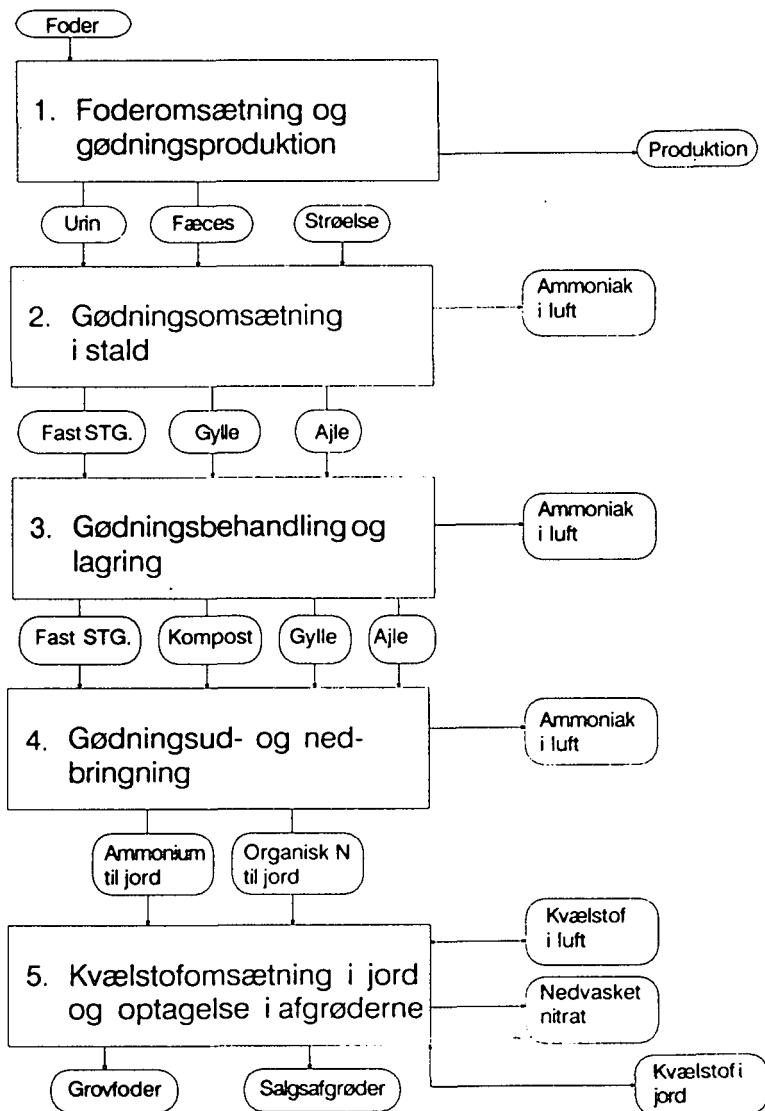


Fig. 1 Diagram over den overordnede sammenhæng mellem de 5 processtrin (Hansen et.al. 1990)

mellem dyrearter, jordtyper, udbringningstidspunkter, etc.

Fra begrebsmodel til edb-model

På dette grundlag udarbejdes en prototype til en edb-model, således at det er muligt at demonstrere anvendelsen af en model, herunder

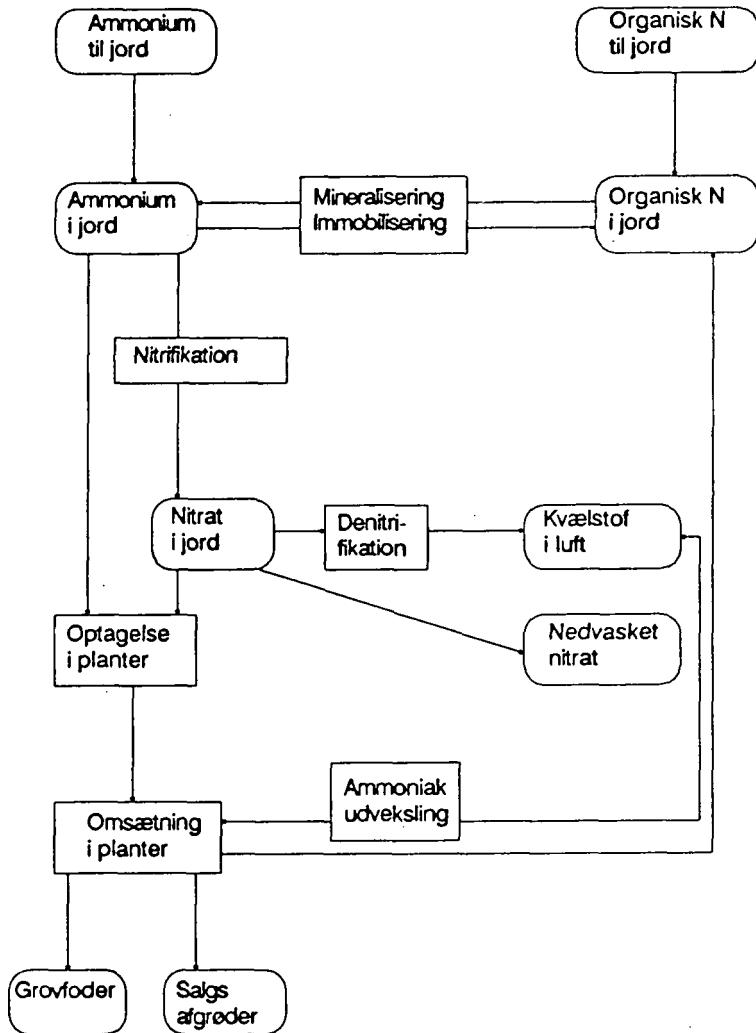


Fig 2. Eksempel på diagram over et processtrin, her trin 5 (Hansen et al. 1990)

demonstrere og opnå erfaringer med såvel begrænsninger som fremtidige muligheder.

Den foreligger som køreklar edb-program, og kan anvendes som om det var den færdige model. Blot er detaljeringsgraden af beregnings-

mæssige sammenhænge lav, ligesom det er et begrænset antal situationer (cases), som den kan beregne for.

Grundbestanddelen i modellen er de beregningsmæssige sammenhænge ud fra systembe-

skrivelsen med anvendelse af data indsamlet og bearbejdet af projektgruppen.

Modelprogrammet indeholder i sin egenskab af et program selve strukturen i modellen m.h.t. beregninger i form af en algoritme. Udover denne beregningsalgoritme anvendes en del tal stammende fra udredninger eller forsøg. Disse tal kaldes her procesparametre. Som eksempel på en procesparameter kan nævnes "fordampningsprocent". Procesparametre foreligger som

ligninger, tal eller tabeller.

For at udføre en beregning med modellen skal oplyses de faktiske forhold for den bedrift, kvælstofudnyttelsen skal beregnes for. Der skal derfor ved en modelkørsel oplyses et antal situationsparametre, som beskriver den til grund for beregningen aktuelle situation. Som eksempler på situationsparametre kan nævnes "besætningstype", "afgrøde" og "gyllespredertype". Et eksempel på skærbillede med situationsparametre er vist i figur 3.

Situationsparametre -

Fig 3. Eksempel på skærbillede med situationsparametre

Procesparametrene er for så vidt konstante, men mange af dem er i denne model justerbare, dels fordi de indtil videre i nogle tilfælde er baseret på et spinkelt grundlag, men også fordi en følsomhedsanalyse af enkeltparametre så er

muligt. Man kan ved PC'en i en dialog med programmet meget simpelt ændre en eller flere af de indlagte procesparametre, og derefter på dette grundlag køre en modelberegning. Et eksempel på skærmbilledet med procesparametre er vist i fig. 4

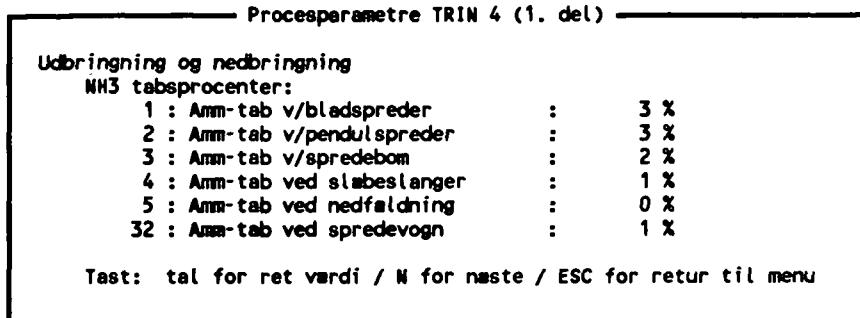


Fig. 4. Eksempel på skærmbilledet med procesparametre.

Edb-modellens struktur

Der arbejdes med en opdeling i processer i produktion, behandling og udnyttelse. Modellen er inddelt i 5 trin:

1. Omsætning i dyret
2. Gødningsomsætning i stald
3. Lagring
4. Ud- og nedbringning
5. Omsætning i jord og optagelse i planter

Det enkelte procestrin behandles beregningsmæssigt som en selvstændig enhed, således at output fra et trin benyttes som input i det efterfølgende trin.

I det enkelte trin beregnes status for mængden af ammoniumkvælstof og organisk kvælstof, herunder procestrinnets tab, omsætning og eventuelle tilførsel af kvælstof.

I sin egenskab af model af virkeligheden indeholder edb-programmet et teoretisk uendeligt antal variationer for mulige gennemløb. Derfor

er udskrifter systematisk opbygget, så kørsler med variation af enkelte parametre nemt kan sammenlignes. Et gennemløb repræsenterer en driftssituation, dvs. en konkret kombination af valgte situationsparametre for dyreart, staldsyntemer, afgrøde, etc.

Uddata

Modellen beregner husdyrgødningens kvælstofstatus gennem de enkelte trin, og viser ændringen i status undervejs således, at de enkelte faktorers indflydelse kan følges. Til sidst udskrives en samlet tabel over kvælstofbalancen. Desuden udregnes forskellige udnyttelsesprocenter, som f.eks. en procentvis sammenholdning af status ved ind- og udgang af et trin. Alle udskrifter præsenteres løbende på skærmen, men kan kaldes frem igen eller sendes til printer ved et menuvalg uden at beregningen skal gentages.

Modellen beregner strømmen af kvælstof fra fodring over husdyrgødning til optagelse i planterne. Resultaterne opgøres i kædens

enkelte led som enten mængde kvælstof i kg. pr. produktionsenhed (dyr) eller det relative kvælstofoutput i procent af kvælstofinput.

Den relative kvælstofmængde er opgjort med såvel kvælstofindholdet i foderet og kvælstofindholdet ab lager som basis (= index 100).

Resultatet med foderindholdet som basis viser, hvor stor en del af dyrenes kvælstofindtagelse, der genfindes i husdyrgødningen og senere kan optages i planterne. Under forløbet afgives kvælstof til salgsprodukter, ammoniakfordamping, udvaskning, mv. Strøelse (og foderrester) giver udeover foderet et marginalt tilskud til kvælstofindholdet i husdyrgødningen. Resultatet med lagerindholdet som basis angiver hvor stor en del af den for planteproduktionen til rådighed værende kvælstofmængde ab lager, der optages i

Tabel 1: Kvælstof-indhold i fæces og urin i pct. af kvælstof i foder (=100%) for malkekæg af tung race.

Fodermængde FE/årsko	4400		5060		5800	
	fodereffektivitet (%)		88		84	
foderkvalitet, g N/FE:	F	U	F	U	F	U
- 27	33	41	32	42	31	44
- 30	31	45	30	46	29	47
- 32	30	47	29	48	29	49
- 34	29	51	29	51	29	51

F: % kvælstof i fæces

U: % kvælstof i urin

Der anvendes p.t. kun faste værdier i tabel 1, idet der ikke kan interpoleres lineært. En interpolationsrutine som kan udregne værdierne ved vilkårlige fodermængder og kvælstofindhold i foder kan indbygges. Som situationsparameter skelnes mellem fodermængderne minimum (4400), norm (5060) og maximum (5800 FE). Foderkvalitet er også en situationsparameter med valg fra 27 til 34 g kvælstof pr. foderenhed.

For opdræt i øvrigt anvendes udnyttelsespro-

planterne. Det skal understreges, at resultatet anført som "kvælstof optaget i planter" ikke kan fortolkes som husdyrgødningens erstatningsværdi.

Procestrin

I det følgende gennemgås de enkelte procestrin i modellen. Datamaterialet i dette afsnit er anført uden kildeangivelse, idet dataene er taget uden ændring fra projektets afgang [1], hvor udførlige kildebekrivelser findes.

Trin 1. Foderomsætning

For malkekæg beregnes omsætningen til kvælstof i fæces og urin ud fra tabel 1. Tallene angiver procent kvælstof i fæces og urin i forhold til tilført kvælstof i foderet, og de er opgivet for forskellige foderkvaliteter og forskellige fodermængder.

center angivet i tabel 2, hvor situationsparametere er dyreart. Der er kun angivet værdier for normal fodermængde.

For svin anvendes udnyttelsesprocenterne angivet i tabel 3, som er udregnede skøn udfra normal fodring.

Fordeling mellem organisk kvælstof og ammonium-kvælstof ses i tabel 4. Tallene er målt "ab lager", idet tal ikke er tilgængelige "ab dyr".

Tabel 2: Kvælstofindhold i fæces og urin for opdræt af tung race (med fastholdt fodermængde).

Procent-fordeling. Tilført Kvælstof=100%

	kvæg	slagtekalve
Fodertørstof kg/år	2310	1920
Kvælstof i foder kg/år	49	48
% kvælstof til tilvækst mv.	11	22
% kvælstof i Fæces	35	31
% kvælstof i Urin	54	47

Tabel 3: Kvælstofindhold i fæces og urin for svin.

Procentfordeling. Tilført kvælstof=100%

	årsso	slagtesvin
Fodermængde FE/år	1620	780
Kvælstof i foder, kg/år	43	22
% kvælstof til tilvækst	20	33
% kvælstof i fæces	20	20
% kvælstof i urin	60	47

Tabel 4: Fordeling af organisk kvælstof og ammonium-kvælstof i % af total-kvælstof ab lager.

Organisk kvælstof	Ammonium-kvælstof
Fæces kvæg	75
Fæces svin	70
Urin begge	10
Gylle Kvæg	50
Gylle Svin	30

Trin 2. Omsætning i stald

Tilført kvælstof i strøelse angives som inputværdi. Som vejledende værdi vises normalerne, som er 3 kg organisk kvælstof pr. årsso for kvæg på stald og 7 kg organisk kvælstof pr. årsso. For slagtesvin beregnes kun for gyllesystemer uden strøelse.

Ved fordampningstab anvendes indtil videre som norm de værdier for tabsprocenter af

input-ammoniumindholdet, som er anført i tabel 5. Tallene er generaliserede udfra normal temperatur.

Tabel 5: Fordampningstab i % af ammonium-kvælstof

Dyreart	% af ammonium-kvælstof
Malkekvæg:	5
Kalve på dybstrøelse:	20
Andet opdræt:	5
Sør:	10
Slagtesvin:	5

Trin 3. Gødningslagring og -behandling

Der regnes med, at en del af ammonium-kvælstofmængden i fast staldgødning løber ud i ajlebeholderen med 30% for kvæg og 25% for svin. Omsætning i gødning og fordampning af ammoniak sker samtidigt. Der mangler dog viden om omsætningen i lageret. En stærkt forenklet beregningsmodel er derfor anvendt. Efter fordampningen opsplittes i organisk kvælstof og ammoniak-kvælstof efter procenterne i tabel 4.

Ammoniakfordampningstabet er en funktion af ammoniakkonzentration, pH, temperatur og fordampningsforholdene samt lagringstid. Indtil mere viden foreligger anvendes nedenstående skønnede værdier i tabel 6. Forskellen mellem kvæg og svin i disse er bl.a. betinget af gødningssammensætning og -overflade samt pH.

Der regnes med, at alt ammoniumkvælstof ab stald i fast staldgødning tabes. De 6 måneder i tabel 6 er valgt som gennemsnitlig lagring, idet der sker en kontinuerlig fyldning i typisk 9 måneder.

Tabel 6: Normværdier for fordampningstab i procent af ammonium-kvælstof ab stald ved 6 måneders gennemsnitlig lagring.

	% af ammonium-kvælstof		
	fast staldgødning	Ajle	Gylle
Kvæg:	100%	6%	10%
Svin:	100%	6%	11%

Trin 4. Ud- og nedbringning

Som situationsparameter kan vælges mellem 6 spredesystemer jævnfør tabel 7, som er skønne- de tabsprocenter.

Tabel 7: Tabsprocenter af ammonium-kvælstof afhængig af spredesystem.

Spredesystem	tab af ammoniumkvælstof
Bladspreder	3 % (gylle & ajle)
Pendulspreder	3 % do.
Spredebom, lav udspreders	2 % do.
Slæbeslanger	1 % do.
Nedfaldning	0 % do.

Spredevogn	1 % (fast staldgødning)
------------	-------------------------

Ammoniakfordampningen fra udbragt husdyrgødning er afhængig af en lang række faktorer. Det er ikke muligt gennem eksisterende forsøgsoplysninger at belyse alle disse faktorer og deres vekselvirkning. Det skønnes dog relevant under alle omstændigheder at medtage følgende forhold, uanset at disse ikke alle kan beskrives tilstrækkeligt godt:

- Henliggetid før nedbringning. Følgende tre henliggetider benyttes: straks (1/2-1 time efter udbringning), 6 timer og 12 timer.

- Temperatur i henliggeperioden. Her skelnes mellem to situationer: frossen jord med temperatur under frysepunktet og ikke frossen jord med temperatur over 0°C. I det sidste tilfælde antages fordampningstabet at være lineært afhængigt af temperaturen.

- Vejrforhold, dvs. luftfugtighed, vindhastighed, solstråling og nedbør. Disse faktorer er svære at kvantificere. Der opereres derfor med tre

vejrtyper: ugunstigt vejr (lav luftfugtighed, tørt, solskin, blæsende), normalt vejr og gunstigt vejr (høj luftfugtighed, fugtigt, overskyet, stille).

- Gødningens tørstofindhold. Tynd gylle eller ajle vil lettere kunne trænge ned i jorden, hvor ammonium kan bindes til jordpartiklerne (jordkolloiderne). Der skelnes mellem to tørstofindhold: tynd gødning (<5% tørstof) og tyk gødning (>5% tørstof), sidstnævnte er typisk kvæggylle og fast staldgødning.

- Gødningens pH. Herudover er gødningens bufferkapacitet af betydning, men data er ikke tilgængelige. Der skelnes mellem 3 pH intervaller: lav pH (pH <=7), middel pH (pH:7,1-7,4) og høj pH (pH >=7,5)

- Jordtype. Der skelnes mellem sandjord og lerjord.

- Nedbringningsmetode. Der skelnes mellem følgende metoder:

- direkte nedfældning
- udsprøjtning på afgrøde
- udlegning i bunden af afgrøde
- udsprøjtning på jord med overfladisk nedmulding
- udsprøjtning på jord med nedpløjning.

I modellen medtages skønnede faktorer for betydningen af ovennævnte forhold. Det skønnes ikke muligt at angive graden af usikkerhed, da der kun sjældent foreligger forsøgsresultater, hvor det er muligt at adskille effekten af forskellige forhold.

Kvælstoftabet ved ammoniakfordampning (T) fra udbragt husdyrgødning beregnes i procent af gødningens indhold af ammoniumkvælstof. Tabet består af en komponent fra henliggetiden (TH) og en komponent fra den endelige anbringelse af gødningen (TA):

$$T = TH + TA$$

For direkte nedfældning samt udsprøjtning/ud-

lægning på afgrøder er der ikke nogen egentlig henliggetid, hvorfor TH her sættes til 0. Tabet i henliggeperioden antages primært at være en funktion af henliggetid og temperatur ganget med faktorer for de øvrige betydende komponenter:

$$TH = Tt * fv * fd * fp$$

hvor Tt er tabet som funktion af temperatur og henliggetid, fv er en korrektionsfaktor for vejrførholdene, fd er en korrektionsfaktor for tørstofindhold, fp er en korrektionsfaktor for pH. Tabet (Tt) som funktion af temperatur og henliggetid beregnes som en lineær funktion af temperaturen med separate konstanter for frossen/optøjet jord og de tre værdier for henliggetid, dvs.

$$Tt=a+bT$$

hvor T er temperatur, °C, og a og b er parameterestimater afhængig af henliggetid og frost i jorden.

Tabel 8: Estimater for parametrene i ligningen
 $Tt=a+bT$

Frost i jord	Henliggetid timer	a	b
Frossen	1/2-1	1.5	0
Frossen	6	7.0	0
Frossen	12	14.0	0
Optøjet	1/2-1	1.3	0.29
Optøjet	6	5.0	1.15
Optøjet	12	12.6	1.36

Estimater for parametrene er angivet i tabel 8. Værdier for frossen jord er taget fra forsøg i vindtunnel med svinegylle. Værdierne for optøjet jord er fundet ved regression på 38 forsøg i vindtunnel med kvæggylle. I disse vindtunnelforsøg er der kun målt tab hver sjette time. Værdien efter 1/2-1 time er angivet som en fjerdedel af tabet efter 6 timer.

Effekten af vejrførholdene iøvrigt er vanskelig at vurdere, da disse faktorer ofte er korreleret med temperaturen. Det kan skønsmaessigt

anslås at gode vejrførhold reducerer fordampningen med 30% og dårlige forhold øger den tilsvarende. Det giver de faktorer, der er vist i tabel 9.

Da sammenhængen mellem tab og temperatur er beregnet for gylle med mere end 5% tørstof, sættes faktoren for tørstofindhold til fd = 1.0 for gylle med højt tørstofindhold. For tynd gødning skønnes en reduktion i ammoniakfordampningen, jfr. tabel 10. Det antages, at tabet fra fast staldgødning svarer til tabet fra gylle med højt tørstofindhold.

Tabel 9: Effekt af vejrførhold, faktor fv

Vejrførhold	fv
Gunstige (overskyet, fugtigt, stille)	0.7
Normale	1.0
Ugunstige (sol, tørt, blæsende)	1.3

Tabel 10: Effekt af gødningens tørstofindhold, faktor fd

Tørstofindhold	fd
Lav (<5%)	0.7
Høj (>5%)	1.0

Gødningens pH skønnes på grundlag af forsøg med svinegylle tilsvarende at kunne forøge eller mindske fordampningen, jfr. tabel 11. De i tabel 11 anførte pH-værdier er gyllens pH ved udbringning. Denne pH-værdi vil kunne ændres under henligning på jorden/nedsivning i jorden, som følge af jordens pH-værdi og tab af kuldioxid fra gødningen. Her vil gødningens bufferkapacitet også være af betydning.

Tabel 11: Effekt af gødningens pH, faktor fp.

pH i gødningen	fp
Lav (pH<=7)	0.7
Middel (pH:7.1-7.4)	1.0
Høj (pH>=7.5)	1.3

De faktorer der påvirker tabet (TA) efter gyllens endelige anbringelse i jord eller afgrøde vil afhænge af nedbringningsmetode.

Tabet ved ammoniakfordampning efter nedfældning er ikke særligt godt belyst. Ved et vindtunnelforsøg med nedfældning af kvæggylle på lerjord fandtes et tab på ca. 10% af ammoniumindholdet over 6 døgn, og et forsøg viste et tab på ca. 2-5% af ammoniumindholdet ved nedfældning af gylle på lerjord. Ammoniaktabet efter nedfældning skønnes i modellen at være $TA = 5\%$ for lerjord og $TA = 10\%$ for sandjord. Effekten af vegetationsdække herunder forskellen mellem udsprøjtning på afgrøden og udlægning mellem rækkerne er kun sparsomt belyst. I vindtunnelforsøg kunne der ikke konstateres forskel i ammoniakfordampningen fra gylle udbragt på bar jord og på kort græs. I vindtunneldata med kvæggylle kunne der ikke konstateres nogen sammenhæng mellem fordampningstabet efter 6 døgn og temperaturen i perioden. Vejrforholdene iøvrigt herunder nedbør synes dog at have en effekt.

Tabet ved udbringning på afgrøder beskrives derfor som

$$TA = 55 * fv * fd * fp * fa$$

hvor fa er en faktor, som afhænger af udbringningsmetoden.

Fordampningstabet ved udbringning i bunden af en afgrøde i modsætning til udsprøjtning på afgrøden er ikke godt belyst. Det kan skønsmæssigt ansłås, at udlægning i bunden af afgrøden reducerer fordampningen med 10%, tabel 12. Reduktionen vil formentlig være større, hvis der er tale om en afgrøde med et stort bladareal. Der foreligger dog ingen danske data til at understøtte dette.

Tabel 12: Effekt af udlægningsmetode, fa.

Metode	fa
Udsprøjtning på afgrøde	1.0
Udlægning i bunden af afgrøde	0.9

Efter nedmuldning af husdyrgødningen vil der også kunne ske et tab af kvalstof ved ammoniakfordampning. Dette tab kan beskrives således:

$$TA = (100-TH)fjm$$

hvor fjm er en faktor, som afhænger af jordtype og nedmuldningsmetode.

Afhængigheden af jordtype og nedmuldningsmetode kan delvis på grundlag af ældre forsøg med nedbringning af ajle skønsmæssigt anslås til de værdier, der er angivet i tabel 13. Der foreligger ikke målinger af tab ved nedpløjning af husdyrgødning. Dette tab er derfor skønnet at være af samme størrelse som tabet ved nedfældning.

Tabel 13: Effekt af jordtype og nedmuldningsmetode, fjm.

Jordtype	Nedmuldnings-metoder	fjm
Sand	overfladisk	0.3
Sand	nedpløjning	0.1
Ler	overfladisk	0.25
Ler	nedpløjning	0.05

Ved kørsel af systemmodellen anvendes de normalværdier for temperatur, som er vist i tabel 14, eller den faktiske temperatur indtastes som situationsparameter.

Tabel 14: Normaltemperaturer for Danmark for perioden 1931-60.

Måned	gr. C	Måned	gr. C
Januar	-0.1	Februar	-0.4
Marts	1.7	April	6.2
Maj	11.1	Juni	14.5
Julii	16.6	August	16.3
September	13.1	Oktober	8.7
November	4.9	December	2.2

Trin 5. Omsætning i jord og optagelse i planter

I trin 5 er beregningerne meget stærkt for-

enklede, idet det ikke har været muligt at inddrage alle de komplikerede og dynamiske sammenhænge på dette processtrin i nærværende modelarbejde. Således er en meget vigtig faktor som kvælstof-omsætningen i jorden ikke medtaget. De beregnede optagelser af kvælstof fra husdyrgødningen må således tages med forbehold.

Trinnet er beregningsmæssigt anderledes end de foregående, hvor tab og omsætninger er delvis kortlagt, mens der her i trin 5 alene regnes med optagelsesprocenter.

Den rest, der derefter er tilbage, er ikke nødvendigvis lig med tabet. Mankoen dækker bl.a. over nedsivning i jorden, denitrificering samt bidrag til jordens kvælstofpulje. De følgende års eftervirkning som følge af mineralisering fra den organiske kvælstofmængde tilført med husdyrgødningen har det heller ikke været muligt at inddrage i modelberegningerne. Kvælstofomsætningen foregår tillige kontinuert, hvorfor det ikke er muligt at beskrive den ved simple statiske ligninger, men der skal anvendes dynamiske simuleringsmodeller.

De vigtigste styrende faktorer for kvælstofomsætning og transport i jorden er jordtemperatur og jordvandindhold. En simuleringsmodel for kvælstofomsætningen skal derfor kunne simulere disse forhold i forskellige dybder og til forskellige tidspunkter. Endvidere skal planternes vækst simuleres af hensyn til modellering af kvælstofoptagelsen.

I nærværende beregning af kvælstofoptagelsen i planterne indgår bl.a. afgrøde og årstidseffekt, jævnfør tabel 15. Værdierne i tabellen angiver meroptagelsen. Ved meroptagelsen forstås den optagelse af kvælstof som skyldes tilføjelser af husdyrgødning d.v.s. kvælstofoptagelsen i gødeled minus optagelsen i ugødet led. Værdierne vil i praksis variere meget som følge af de givne forhold, f.eks. på grund af variationer i temperatur og nedbør.

Tabel 15: Planternes kvælstofoptagelser i høstede plantedele i procent af ammoniumkvælstof tilført med husdyrgødning. Værdierne angiver 1. års virkningen, dvs. eftervirkningen er ikke inddraget i optagelsesprocenterne. Endvidere angiver værdierne meroptagelsen.

Optagelsesprocent ved udbringning			
Afgrøde	Optaget i	forår	efterår
Hvede	kerne+halm	60	20
Vårbyg	kerne+halm	55	15
Vårraps	frø+halm	60	15
Roer	rod+top	65	15
Græs	indhøstet græs	60	30

Tallene i tabel 15 kan eventuelt overlejres med en jordtypeeffekt for f.eks. forskel i kvælstofudnyttelsen mellem sandjord og lerjord. Det er dog ikke skønnet muligt at inddrage denne jordtypeeffekt i modelberegningerne p.t.

Kørsel af model

Modelprogrammet er tilstræbt selvforklarende i sin dialog af hensyn til udstrakt brugervenlighed. Såvel de væsentligste procesparametre som de mulige situationsparametre kan kaldes frem på skærmen jævnfør tidligere viste eksempler på skærbilleder fra programmet.

Programmet præsenterer sig med en hovedmenu, og returnerer til denne efter hver afsluttet funktion. Ved at vælge et tal ud fra denne hovedmenu aktiveres de enkelte hovedfunktioner. Man kan her kalde en bruger vejledning frem på skærmen. Et menukald kan præsentere alle væsentlige procesparametre for brugeren, og give mulighed for at ændre en eller flere af dem af hensyn til f.eks. uenighed eller følsomhedsanalyse. Tilsvarende giver et valg en kort oversigt over mulige situationsparametre.

Fra hovedmenuen igangsættes også den egentlige modelberegnning, som først starter med en dialog på skærmen, hvor man skal udpege de situationer, som man ønsker beregning for,

d.v.s. valg af dyreart, staldsystem, etc. Herefter kan den netop foretage modelberegnings resultater kaldes frem på skærmen igen for et ekstra gennemsyn eller sendes til udskrivning.

Man kan kalde procesparameterbillederne frem et for et som en orientering eller man kan undervejs sende en eller flere parametre ved simpelthen at oplyse nummeret på den. Man bliver så på skærmen bedt om at indtaste en ny værdi for pågældende procesparameter, som derefter indgår i efterfølgende modelkørsler.

Når dialogen er slut beregnes, og den trivise koncentrationssændring udskrives med løbende status quo for kvælstofindholdet. Derefter udskrives en samlet oversigt over organisk og ammonium kvælstof i forhold til kilderne, ajle, gylle, etc. (fig 5.)

Erfaringer

Udviklingen af modellen har medvirket til at tydeliggøre kravet om detaljeret systembeskrivelse og ikke mindst kvantificeringen i denne, herunder koordineringskravet mellem de forskellige forskningsresultater. Beregningsmodellen kræver i højere grad end sædvanligt en stillingtagen til forudsætninger, metoder og enheder, for at resultater fra særskilte forsøg kan kobles beregningsmæssigt sammen.

Det er oplagt, at der ikke findes den fornødne grundlag for en detaljeret operationel model i dag, men det vurderes muligt at opnå dette over en årrække. Efterhånden som forskningsprojekter klarlægger og kvantificerer ny viden, kan denne implementeres i modellen. Den løbende udvikling betyder, at modellens rolle som inspirator, katalysator og værktøj således bibringes parallelt med forskningen.

Der var et tydeligt problem ved kvantificering af de enkelte led i kæden ved, at tilgængelige forsøgsdata i mange tilfælde ikke var tilgængelige i en form, så de kunne sammenstilles i et beregningsforløb. Beregningerne breder sig jo over en sammenhæng, der består af flere af

hinanden uafhængige forsøg. Dette var dels et data teknisk problem m.h.t. opbevaring og tilgængelighed, og dels en ikke udført koordinering forsøg og forsøgsinstitutioner imellem. Herunder var der forskelle i datadefinitioner, således at umiddelbart sammenstillelige data alligevel ikke var sammenstillelige, fordi definition, enhed og forudsætninger var forskellige.

Afslutning

Modellens detaljeringsgrad skal øges ved en mere detaljeret beregning af de enkelte tabsposter, hvor der i højere grad tages hensyn til eksterne og interne faktorer, som påvirker kvælstofmængden. Herved vil variationen i de enkelte beregningstrin øges, hvorved modellen gøres mere virkelighedstro og kan tilpasses flere forskellige situationer. Det skal undersøges, om det er muligt at anvende eksisterende delmodeler i modellen.

Afdeling for Areldata og Kortlægning søger i øjeblikket at videreudvikle modellen i et samarbejde med andre afdelinger i Statens Planteavlfsforsøg.

Referencer

Jørgen F. Hansen, Jørgen E. Olesen, Ivan Munk, Ulf Henius, Jens J. Høy, Søren Rude, Marian Steffensen, Torben Huld, Frode Guul-Simonsen, Allan Danfær, Sigurd Boisen, Søren A. Mikkelsen: Kvælstof i husdyrgødning. Statens Planteavlfsforsøg, Beretning nr S2100, 1990.

Appendix

Fig. 5. Eksempel på udskrift fra en modelberegning.

=====
Modellen HUGO (version 1), - model for kvalstof i husdyrgødning

Beregning udført d. 1.4.1991 kl. 17:36

AKTUELLE SITUATIONSPARAMETRE	:
Beregninger valgt i	: procent af input kvalstof
Dyr valgt	: slagtesvin (3.6 på et år)
Fodermængde fast	: 880 FE/år
Foderkvalitet fast	: 25 kg N/år
Staldsøs valgt	: gylle/Højt tørstof
Opholdstid i stald	: helårsstald
Udbringningstidspunkt valgt	: forår
Temperatur ved udbringning	: 8
Udbringningsvejr	: ugunstigt
Jordtemperatur	: gødning på ikke frossen jord
Spredeverktøj	: pendulspredere
Nedbringningsmetode	: på jord m/nedpløjning
Nedbringningstidspunkt	: straks
pH i gødning	: høj
Jordtype	: lerjord
Afgrøde	: vårraps

Valgte case har reference: 2300.31. 8.31251.313

Rækkefølgen for cifrene i ovenstående "kørsels-reference" er:
enhed, dyr, fodmgd, fodkvali, stald, udbringtid, temp, gunst
frost, spredtype, nedbringmetode, nedbringtidspkt, ph, jordtype, afgrøde:

=====

Dette er en model under udvikling, - en demonstrationsmodel!
Beregningsresultater skal tages med forbehold. Læs
om datagrundlag og forudsætninger i projektets rapport!

ændring.....		Status.....		
	Org.N	Amm.N	Total	Org.N	Amm.N	Total
TRIN1 Foderomsætning						
Indgang TRIN1 (foder):						
tab til tilvækst :	33.0	0.0	33.0	100.0	0.0	100.0
Rest til ab dyr:				67.0	0.0	67.0
Indhold i faces:	14.1	6.0	20.1			
Indhold i urin:	4.7	42.2	46.9			
Status ab dyr:				18.8	48.2	67.0
Procentopgørelser:						
TAK: Ammonium-kvalstof ab dyr						
TOK: Organisk kvalstof ab dyr						
TK: Total kvalstofmængde						
1.1 TAK i % af TK ab dyr	72.0					
1.2 TAK i % af TK foder	48.2					
1.3 TOK i % af TK ab dyr	28.0					
1.4 TOK i % af TK foder	18.8					

	Ændring.....			Status.....		
	Org.N	Amm.N	Total	Org.N	Amm.N	Total

TRIN2 Gødningsomsætning

Indgang TRIN2:

Tilførsel strøelse	0.0	0.0	0.0	18.8	48.2	67.0
--------------------	-----	-----	-----	------	------	------

Strøelse indregnet

18.8	48.2	67.0
------	------	------

Samlet til gylle

18.8	48.2	67.0
------	------	------

fordampning i stald

0.0	2.4	2.4	18.8	45.8	64.6
-----	-----	-----	------	------	------

Status ab stald:

Procentopgørelser:

TAK: Ammonium-kvals. ab stald

68.4

TOK: Organisk kvals. ab stald

TK: Total kvalstofmængde

2.1 TAK i % af TK ab dyr

2.2 TAK i % af TK ab stald

71.0

	Ændring.....			Status.....		
	Org.N	Amm.N	Total	Org.N	Amm.N	Total

TRIN3 Gødningslegring/behandling

Indgang TRIN3:

Fordamp gylle lager	0.0	5.0	5.0	18.8	45.8	64.6
---------------------	-----	-----	-----	------	------	------

Org/ann fordeling gylle

17.9	41.7	59.5	17.9	41.7	59.5
------	------	------	------	------	------

Udgang TRIN3

Procentopgørelser:

TAK: Amm. kvalstof ab lager

TOK: Org. kvalstof ab lager

TAB: Kvalstoftab i lager

TK: Total kvalstofmængde

3.1 TAK i % af TK ab stald

64.5

3.2 TAK i % af TK ab lager

70.0

3.3 TAB i % af TK ab stald

7.8

	Ændring.....			Status.....		
	Org.N	Amm.N	Total	Org.N	Amm.N	Total

TRIN4 Ud/nedbringning

Indgang TRIN4:

Tab ved spredning gylle	0.0	1.3	1.3	17.9	41.7	59.5
-------------------------	-----	-----	-----	------	------	------

Efter udspredding

Beregnet tabs% for henliggetid	6.1			17.9	40.4	58.3
--------------------------------	-----	--	--	------	------	------

Tab pga henliggetid

Udregnet tabs% ved anbringn.	0.0	2.5	2.5	17.9	36.1	53.9
------------------------------	-----	-----	-----	------	------	------

Tab anbringning

Saml.tab nedbringning:	0.0	1.9	1.9	17.9	36.1	53.9
------------------------	-----	-----	-----	------	------	------

Efter ud+nedbr.:

Udgang TRIN4:	0.0	4.4	4.4	17.9	36.1	53.9
---------------	-----	-----	-----	------	------	------

	Ændring.....			Status.....		
	Org.N	Amm.N	Total	Org.N	Amm.N	Total

TRIN5 Oms. i jord & optag. i planter

Indgang TRIN5:

Til tab+pulje:	17.9	14.4	32.3	17.9	36.1	53.9
----------------	------	------	------	------	------	------

Optages i planter:

0.0	21.6	21.6
-----	------	------

KVÆLSTOFBALANCE (udregnet ab foder + strømelse)

	-- Total kvælstof fordelt ud på produkterne --														
	---Total---			---Gylle---			---Ajle---			-Fast stg-			---Øvrigt---		
	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N
	org	amo	tot	org	amo	tot	org	amo	tot	org	amo	tot	org	amo	tot
Ind TRIN1 foder	100	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	0	100
Eft. tilvækst	67	0	67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	67	0	67
Fordeles ab dyr	67	0	67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	67	0	67
Ab dyr	19	48	67	0	0	0	5	42	47	14	6	20	0	0	0
Ind TRIN2	19	48	67	0	0	0	5	42	47	14	6	20	0	0	0
Strømelse tilfør	19	48	67	0	0	0	5	42	47	14	6	20	0	0	0
Strømelse indreg	19	48	67	0	0	0	5	42	47	14	6	20	0	0	0
Samlet i gylle	19	48	67	19	48	67	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Eft. fordampn.	19	46	65	19	46	65	0	0	0	0	0	0	0	0	0
= ab stald	19	46	65	19	46	65	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ind TRIN3	19	46	65	19	46	65	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Eft fdamp/lager	19	41	60	19	41	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Efter org:amm f	18	42	60	18	42	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Udgang TRIN3	18	42	60	18	42	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ind TRIN4	18	42	60	18	42	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Efter udsprædn.	18	40	58	18	40	58	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Efter ud+nedbr.	18	36	54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ud TRIN4	18	36	54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ind trin5	18	36	54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Til tab+pulje	18	14	32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Optages i plt	0	22	22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Udregnet ab lager:

Ind TRIN4	30	70	100
Efter udsprædn.	30	68	98
Efter ud+nedbr.	30	61	91
Ind trin5	30	61	91
Til tab+pulje	30	24	54
Optages i plt	0	36	36

Model for nettostrålingen udviklet på grundlag af "simple" meteorologiske målinger

A model for net radiation based on "simple" meteorological observations

Inge R. Korsgaard og Harald E. Mikkelsen *Afdeling for Jordbrugsmeteorologi*

Resumé

Den totale mængde strålingsenergi, som er til rådighed for det biologiske system betegnes nettostrålingen. Nettostrålingen benyttes som inddata til eksempelvis beregning af potentiel fordampning. I denne artikel præsenteres en model for nettostrålingen dannet på grundlag af simple meteorologiske målinger. Modellen er sammensat af modeller for de enkelte komponenter i nettostrålingen. Globalstrålingen antages målt. Kortbølget refleksion over kortklippet græs og langbølget indstråling modelleres ved multipel lineær regression. Langbølget udstråling bestemmes indirekte fra en overfladetemperatur, som tilfredsstiller energibalancen.

Summary

The total amount of radiant energy available in the biosphere is called the net radiation. Net radiation is used as input for calculating potential evapotranspiration. In this paper a model for net radiation is developed based on "simple" meteorological observations. The model is composed of models for the shortwave and longwave components in the expression for net radiation. It is assumed that global radiation is measured. For the short-cut, well-watered lawn the shortwave reflection coefficient and incoming longwave radiation is modelled by multiple linear regression. A surface temperature is calculated, so that the budget of energy is balanced. Outgoing longwave radiation is calculated from surface temperature.

Indledning

Strålingsbalansen for en given jord-, plante- eller anden overflade kan skrives som:

$$R_n = S_i - S_u + L_i - L_u$$

hvor R_n er overfladens nettostråling; S_i er kortbølget indstråling (globalstråling); S_u er kortbølget refleksion fra overfladen; L_i er langbølget indstråling til overfladen fra bl.a. skyer og atmosfære, og L_u er overfladens langbølgede udstråling. De fire led på højre side af ligheds tegnet er ikke-negative og regnes i Wm^{-2} .

Nettostrålingen udtrykker den energimængde, som er til rådighed ved jordoverfladen. Netto-

strålingen er positiv for energistrøm rettet mod jordoverfladen. Energien bruges i første række til opvarmning af luften over jordoverfladen, til fordampning fra planter og til opvarmning af jorden. Små mængder energi bruges til fotosyntese og til opvarmning af planters vedmasse. Nettostrålingen benyttes som inddata til en række modeller, bl.a.: til beregning af fordampning samt til modellering af jordtemperatur.

Nettostrålingen måles kun rutinemæssigt på to lokaliteter i Danmark: ved Landbohøjskolens forsøgsrård på Højbakkegård samt ved Afd. for Jordbrugsmeteorologis tilsvarende areal ved Foulum. Som det fremgår af ovenstående formel kan nettostrålingen bestemmes ud fra de

enkelte komponenter i strålingsbalancen. Af disse måles S_i rutinemæssigt ved ca. 40 lokaliteter i landet. S_u kan modelleres på basis af S_i (Korsgaard et al., 1991a). Endvidere kan L_u modelleres på grundlag af S_i og andre klimaparametre (Korsgaard et al., 1991b). For at kunne beregne R_n er der derfor behov for enten at måle eller modellere L_u .

Til beregning af potentiel fordampning efter Penman-Monteith (Olesen, 1989) er det nødvendigt at kende nettostrålingen. På stationer, hvor nettostrålingen ikke måles, men hvor der øvrigt findes gode standard meteorologiske data, er det derfor ønskeligt at kunne beregne nettostrålingen på grundlag af disse.

I denne artikel gives to metoder, en kompliceret og en simpel, til at bestemme en overfladetemperatur, så energibalancen stemmer. Dernæst kan L_u beregnes og endelig bestemmes R_n . På grundlag af modellen er det herefter muligt at beregne nettostrålingen over kortklippet græs timevis ud fra standard meteorologiske observationer, som foretages på et betydeligt antal steder i landet.

Datamaterialet

I undersøgelsen er anvendt datamateriale fra Foulum og Højbakkegård. De to klimastationers beliggenhed fremgår af tabel 1.

Tabel 1. Geografisk beliggenhed af anvendte stationer.

Station	Breddegrad	Længdegrad
Foulum	56°29'N	9°30'E
Højbakkegård	55°39'N	12°20'E

Datamaterialet fra Foulum dækker perioden januar 1987 til december 1989. Datamaterialet fra Højbakkegård stammer fra perioden januar 1977 til december 1981.

For de to klimastationer ved hhv. Foulum og Højbakkegård er der benyttet timevis observa-

tioner af:

S_i	globalstrålingen	Wm^{-2}
T_2	temperaturen i 2 m's højde	K
e_a	aktuelt damptryk	mbar
e_s	mættet damptryk	mbar
u_x	vindhastigheden i x m's højde	ms^{-1}

hvor $x=12$ for Højbakkegård og $x=10$ for Foulum.

Ved hjælp af disse standard meteorologiske målinger samt solhøjden beregnes:

s	skyindexet	dim.los
$d(t)$	dagindexet til time t	dim.los

som i Korsgaard et al. (1991b).

Skyindexet er et mål for skydækket, som for en given timeværdi kan antage værdier mellem 0 og 1. Et skyindex nær 0 indikerer klart vejr og nær 1 overskyet vejr.

Dagindexet til time t betegnes $d(t)$, og antager værdien 0 eller 1 afhængig af, om den foregående time udgør en hel dagtime eller ej. Med en hel dagtime $[t-1, t]$ betegnes en time, hvor solhøjden til time $t-1$ og til time t er større end 5°. Dagindexet $d(t)$ er følgelig afhængig af tidspunkt på året.

Ved sammenligning af observeret og estimeret hhv. overfladetemperatur og nettostråling benyttes endvidere timevis observationer af:

T_o	overfladetemperaturen	K
R_n	nettostrålingen	Wm^{-2}

Overfladetemperaturen T_o måles ikke direkte, derimod måles langbølget udstråling og overfladetemperaturen beregnes af Stefan-Boltzmanns lov.

Model for nettostrålingen, sammensat af modeller for de enkelte strålingskomponenter

På grundlag af standard meteorologiske målinger som globalstråling S_i (Wm^{-2}), tempera-

turen i 2 m's højde T_2 (K), aktuelt damptryk e_a (mbar) og vindhastigheden u_x i en given højde x , dannes en model for nettostrålingen R_n (W m^{-2})

$$(1) \quad R_n = S_i - S_u + L_i - L_u$$

Som model for kortbølget refleksion S_u (W m^{-2}) og langbølget indstråling L_u (W m^{-2}) benyttes modellerne i hhv. Korsgaard et al. (1991a) og (1991b). Modellerne baseres på ovennævnte standard meteorologiske målinger. For kortbølget indstråling S_i anvendes den målte værdi.

Der benyttes ikke en eksplisit model for langbølget udstråling L_u (W m^{-2}). Derimod bestemmes en overfladetemperatur - og langbølget udstråling kan beregnes ved Stefan-Boltzmann's lov - således at energibalancen udtrykt ved (2) stemmer.

$$(2) \quad R_n = H + \lambda E + G$$

H , λE og G (W m^{-2}) betegner hhv. energi til overfladens udveksling af fri og latent varme med atmosfæren og til opvarmning af jord.

Der gives to metoder til bestemmelse af overfladetemperaturen, dels en kompliceret, dels en simpel metode.

Model for kortbølget refleksion

Refleksionen S_u af kortbølget solstråling fra en kortklippet græsoverflade beregnes efter Korsgaard et al. (1991a). Timeværdier af kortbølget refleksion beregnes efter modellen

$$(3) \quad S_u = aS_i + bS_i\sqrt{h} + cS_i^2,$$

hvor S_i betegner den tilhørende timeværdi for globalstrålingen og h (radian) solhøjden midt i den aktuelle timeperiode.

For hver enkelt måned er parametrene a , b og c i (3) givet ved tabel 2.

Tabel 2. Estimerede parameterværdier i model (3).

Måned	a	b	c
1,2 og 12	0.421	-0.374	$261 \cdot 10^{-6}$
3	0.315	-0.162	$61 \cdot 10^{-6}$
4	0.341	-0.155	$32 \cdot 10^{-6}$
5	0.351	-0.107	$-16 \cdot 10^{-6}$
6	0.348	-0.107	$-13 \cdot 10^{-6}$
7	0.347	-0.105	$-12 \cdot 10^{-6}$
8	0.380	-0.175	$49 \cdot 10^{-6}$
9	0.424	-0.247	$75 \cdot 10^{-6}$
10	0.462	-0.389	$252 \cdot 10^{-6}$
11	0.437	-0.425	$425 \cdot 10^{-6}$

Model for langbølget indstråling

Timeværdier for langbølget indstråling beregnes efter modellen givet i Korsgaard et al. (1991b).

$$(4) \quad L_i = \epsilon_a(0)\sigma T_{2m}^4 + 1.7252(1 - \epsilon_a(0))s\sigma T_{2m}^4 - 0.3509(1 - \epsilon_a(0))\sigma T_{2m}^4 - 46.2847s + 32.0374$$

hvor $\epsilon_a(0)$ betegner atmosfærens tilsyneladende emissivitet i klart vejr. $\epsilon_a(0)$ er givet ved

$$(5) \quad \epsilon_a(0) = 0.6300 + 0.0537\sqrt{e_a}$$

og

σ	Stefan-Boltzmann's konstant	$\text{W m}^2 \text{K}^4$
T_2	temperaturen i 2 m's højde	K
s	skyindexet	dim.los
e_a	aktuelt damptryk	mbar

Metode til bestemmelse af overfladetemperatur

Formler for de enkelte led i energibalancen
Energibalancen udtrykkes (Aslyng, 1976):

$$(6) \quad R_n + Q_a + Q_E + Q_s + Q_f + Q_i = 0$$

hvor nettostrålingen er et mål for den strålingsenergi, der absorberes i planter og jord og som er tilgængelig for de energikrævende processer som opvarmning af atmosfære Q_a , fordampning Q_E og opvarmning af jord Q_s og processer som

energi til fotosyntese eller forbrænding Q_f og smeltnings af is eller frysning af vand Q_i . I (6) er jordoverfladen referenceflade, energitilgang regnes positiv og energiafgang negativ.

Q_f og Q_i er af så lille størrelsesorden (Aslyng, 1976), at de ofte udelades i energibalancen, og herved opnås det simpelere udtryk (2) for energibalancen, hvor $H = -Q_a$, $\lambda E = -Q_E$ og $G = -Q_r$.

Som udtryk for evapotranspirationen E benyttes Penman-Monteith ligningen (Olesen, 1989):

$$(7) \quad E = \frac{s(R_n - G) + c_p \varrho(e_s - e_a)g_a}{\lambda(s + \gamma(1 + g_a/g_s))}$$

hvor

s	damptrykkurvens hældning	mbar°C ⁻¹
R _n	nettostråling	Wm ⁻²
G	jordvarmeflux	Wm ⁻²
c _p	luftens specifikkevarmekapacitet	1005 Jkg ⁻¹ °C ⁻¹
ρ	luftens massefylde	1.275 kgm ⁻³
e _s	mættede dampes tryk	mbar
e _a	luftens aktuelle damptryk	mbar
λ	vands fordampningsvarme ca.	2465 kJkg ⁻¹
γ	psykrometerkonstanten	0.667 mbar°C ⁻¹
g _a	ledningsevne for transport af vanddamp fra bladoverfladen gennem grænselaget	ms ⁻¹
g _b	ledningsevne for transport af vanddamp gennem stomata	ms ⁻¹

For ledningsevnen g_a benyttes i dagtimerne værdierne fra Thompson et al. (1981). Værdierne gælder for en velvandet tæt grøn afgrøde.

I nattetimerne antages g_a meget mindre end g_b . Dermed kan fordampningen givet ved (7) udtrykkes:

$$(8) \quad E = \frac{s(R_n - G) + c_p \varrho(e_s - e_a)g_a}{\lambda(s + \gamma)}$$

Fri varme H er givet ved Aslyng (1976)

$$(9) \quad H = \varrho_A c_p K_H \frac{\partial T}{\partial z}$$

hvor temperaturgradienten $\partial T/\partial z$ ifølge Dyer (1967) kan approksimeres ved

$$(10) \quad \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{(T_s - T_2)}{\sqrt{z_1 z_2} \ln(z_2/z_1)}$$

Fri varme kan også udtrykkes (Aslyng, 1976)

$$(11) \quad H = \varrho_A c_p (T_s - T_2) g_h$$

hvor

ϱ_A	luftens massefylde	kgm ⁻³
c_p	luftens specifikke varmekapacitet	Jkg ⁻¹ K ⁻¹
K _H	transportkoefficienten for sensibel varme	m ² s ⁻¹
$\partial T/\partial z$	temperaturgradienten	Km ⁻¹
T _s	overfladetemperaturen	K
T ₂	temperaturen i 2m's højde	K
z	højden over overfladen	m
z ₁	højden i hvilken T _s måles	m
z ₂	højden i hvilken T ₂ måles (z ₂ =2m)	m
g _b	ledningsevne for sensibel varme i grænselaget	ms ⁻¹

Ved at kombinere (9), (10) og (11) fås

$$(12) \quad g_h = \frac{K_H}{\sqrt{z_1 z_2} \ln(z_2/z_1)}$$

Som i Olesen (1989) antages $g_a = g_b$.

Jordvarmefluxen G antages ofte at udgøre en vis procentdel af nettostrålingen. Her antages, at jordvarmefluxen udgør 10 % af nettostrålingen (de Bruin og Holtslag, 1982)

$$(13) \quad G = a R_n$$

hvor a=0.10.

Langbølget udstråling udtrykkes ved Stefan-Boltzmanns lov

$$(14) \quad L_u = \epsilon_s \sigma T_s^4$$

hvor

ϵ_s	overfladens tilsyneladende emissivitet	dim.los
σ	Stefan-Boltzmanns konstant	$5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
T_s	overfladetemperaturen	K

Overfladens tilsyneladende emissivitet ϵ_s er nærmest 1 (Aslyng, 1976). Her benyttes $\epsilon_s = 0.98$.

Formel for transportkoefficienten for fri varme
Transportkoefficienten K_H for fri varme er givet ved Goudriaan (1977).

$$(15) \quad K_H = \frac{k u_* (\bar{z} - d)}{\phi_h(\bar{z}/L)}$$

hvor k (dim.los) betegner von Karman's konstant, u_* (ms^{-1}) betegner friktionshastigheden og $\phi_h(z/L)$ (dim.los) en korrektionsfaktor, som afhænger af atmosfærens stabilitetsforhold. Monin-Obukhov længden L (m) benyttes også til at karakterisere den turbulente strømningskarakter (Goudriaan, 1977).

$z(m)$ betegner den geometriske middel højde givet ved

$$(16) \quad \bar{z} = \sqrt{z_1 z_2}$$

Her benyttes $z_2 = 2\text{m}$ og $z_1 = 0.01\text{m}$. z_1 betegner den højde, hvor vindhastigheden er lig med 0 ms^{-1} . Denne højde betegnes også z_o .

Monteith (1973) foreslår, at nulplansforskydningen d relateres lineært til vegetationshøjden z_c . Her antages d lig med 0.

Ved beregning af z/L , $\phi_h(z/L)$ og u_* skelnes mellem stabile betingelser på den ene side, neutrale og ustabile betingelser på den anden side. De tre tilstande i atmosfæren er karakteriseret ved at temperaturen i 2m's højde er højere end overfladetemperaturen, hhv. lig med og lavere end overfladetemperaturen.

Richardson's tal R_i karakteriserer stabilitetsforholdene i atmosfæren og er givet ved Paulson (1970), Sethuraman and Brown (1976), de Vries and Afgan (1975), Goudriaan (1977)

$$(17) \quad Ri(\bar{z}) = \frac{\bar{z} \ln(z_2/z_1)(T_2 - T_s)g}{(u_2 - u_1)^2(T_2 + T_s)/2}$$

hvor $g (9.81 \text{ ms}^{-2})$ betegner gravitationskonstanten, T_2 og T_s (K) temperaturen i 2 m's højde og overfladetemperaturen; u_2 og u_1 (ms^{-1}) vindhastigheden i højderne z_2 og z_1 (m). Bemærk, at definitionen af z_1 giver u_1 lig med 0 ms^{-1} .

Neutrale forhold er karakteriseret ved, at Richardson's tal antager værdien nul. Ustabile og stabile forhold er karakteriseret ved, at Richardson's tal er mindre end nul hhv. større end nul.

z/L er ifølge Businger et al. (1971)

$$(18) \quad \bar{z}/L = \begin{cases} \frac{Ri(\bar{z})}{\min\{(\frac{1}{Ri(\bar{z})} - 5)^{-1}, 1000\}} & \text{hvis } Ri(\bar{z}) \leq 0 \\ 1000 & \text{hvis } 0 < Ri(\bar{z}) < 0.2 \\ 1000 & \text{hvis } 0.2 \leq Ri(\bar{z}) \end{cases}$$

Korrektionen ϕ_h er givet ved (de Vries and Afgan, 1975).

$$(19) \quad \phi_h(\bar{z}/L) = \begin{cases} (1 - 16\frac{\bar{z}}{L})^{-1/2} & \text{hvis } Ri(\bar{z}) \leq 0 \\ 1 + \beta \frac{\bar{z}}{L} & \text{hvis } Ri(\bar{z}) > 0 \end{cases}$$

For $Ri(z) > 0$ er, som et passende kompromis for flere forskellige estimater, anvendt $\beta=5$, se f.eks. Högström (1988).

Endelig beregnes friktionshastigheden u_* , ifølge Paulson (1970) under ustabile og neutrale betingelser, og ifølge de Vries and Afgan (1975) under stabile betingelser.

$$(20) \quad u_* = \begin{cases} \frac{ku_2}{\ln(z_2/z_1) - \psi_1} & \text{hvis } Ri(\bar{z}) \leq 0 \\ \frac{ku_2}{\ln(z_2/z_1) + 5\bar{z}/L} & \text{hvis } Ri(\bar{z}) > 0 \end{cases}$$

hvor ψ_1 er givet som

$$(21) \quad \psi_1 = 2\ln\left(\frac{(1+x)}{2}\right) + \ln\left(\frac{(1+x^2)}{2}\right) - 2\tan^{-1}(x) + \frac{\pi}{2}$$

med

$$(22) \quad x = (1 - 16\frac{\bar{z}}{L})^{1/4}$$

Beskrivelse af to metoder til bestemmelse af overfladetemperaturen

Ved hjælp af standard meteorologiske målinger og modeller for kortbølget refleksion S_u og

$$(25) \quad S_i - S_u + L_i - L_u = \rho_A c_p K_H \frac{(T_s - T_2)}{\sqrt{z_1 z_2 \ln(z_2/z_1)}} + \frac{s(S_i - S_u + L_i - L_u)(1-a) + \rho c_p(e_s - e_a)g_a}{s + \gamma(1 + g_a/g_s)} + a(S_i - S_u + L_i - L_u)$$

Første led på højre side i (25) udtrykker energiforbrug til fri varme, anden led udtrykker energiforbrug til evapotranspiration og tredie led jordvarmefluksen.

$$(26) \quad S_i - S_u + L_i - \varepsilon_s \sigma T_s^4 = \frac{s(S_i - S_u + L_i - \varepsilon_s \sigma T_s^4)(1-a) + \rho c_p(e_s - e_a)K_H / [\sqrt{z_1 z_2} \ln(z_2/z_1)]}{s + \gamma'} + a(S_i - S_u + L_i - \varepsilon_s \sigma T_s^4) + \rho_A c_p K_H \frac{(T_s - T_2)}{\sqrt{z_1 z_2 \ln(z_2/z_1)}}$$

langbølget indstråling L_1 gives to metoder til beregning af overfladetemperaturen T_o , såledesat energibalancen stemmer. Dermed kan nettostrålingen bestemmes ved strålingsbalancen (1), hvor kortbølget indstråling S_i er målt, kortbølget refleksion S_u og langbølget indstråling L_1 er modelleret som tidligere beskrevet og langbølget udstråling bestemt ved Stefan-Boltzmann's lov (14).

De to metoder tager begge udgangspunkt i energibalancen.

Den simple metode antager, at transportkoefficienten for fri varme K_H er uafhængig af stabilitetsforholdene og givet som under neutrale forhold

$$(23) \quad K_H = ku_* \bar{z}$$

hvor

$$(24) \quad u_* = \frac{ku_2}{\ln(z_2/z_1)}$$

Den komplicerede metode betragter K_H som afhængig af temperaturforholdene og givet ved (15).

Ved at benytte R_o givet ved (1), E, H og G givet ved hhv. (7), (9) og (13) og indsætte i energibalancen fås

Ved endvidere at benytte L_u udtrykt ved Stefan-Boltzmann's lov (14), antage $g_a=g_b$ og benytte g_b udtrykt ved (12) fås

hvor

$$(27) \quad \gamma' = \gamma \left(1 + \frac{K_H / [\sqrt{z_1 z_2} \ln(z_2/z_1)]}{g_s} \right)$$

I den komplicerede metode, metode 1, kan (26) udtrykkes

$$(28) \quad T_s^4 + a_3(T_s)T_s + a_4(T_s) = 0$$

hvor funktionerne $a_3(T_s)$ og $a_4(T_s)$ er givet som

$$(29) \quad a_3(T_s) = B(T_s)/A(T_s)$$

$$(30) \quad a_4(T_s) = C(T_s)/A(T_s)$$

og

$$(31) \quad A(T_s) = \epsilon_s \sigma (1 - a) \left[\frac{s}{s + \gamma'} - 1 \right]$$

$$(32) \quad B(T_s) = -\rho_A c_p K_H / [\sqrt{z_1 z_2} \ln(z_2/z_1)]$$

$$(33) \quad C(T_s) = (1 - a)(S_i - S_u + L_i) \left(1 - \frac{s}{s + \gamma'} \right) \\ + \rho_A c_p \frac{K_H}{\sqrt{z_1 z_2} \ln(z_2/z_1)} \left(T_2 - \frac{(e_s - e_a)}{s + \gamma'} \right)$$

Når K_H betragtes som afhængig af temperaturforholdene er ligning (28) ikke en egentlig fjerde grads ligning, idet K_H og dermed γ' på kompliceret vis afhænger af overfladetemperaturen T_s .

I Korsgaard et al. (1991c) beskrives en metode til at bestemme en overfladetemperatur T_s , som tilfredsstiller (28). Den fundne løsning er ikke nødvendigvis entydigt bestemt.

I den simple metode, metode 2, beregnes K_H som under neutrale forhold. Dermed bliver K_H uafhængig af overfladetemperaturen og som følge heraf er funktionerne a_3 og a_4 givet i (29) og (30) blot konstanter. Dermed kan overfladetemperaturen bestemmes som en rod til fjerde grads ligningen givet ved

$$(34) \quad T_s^4 + a_3 T_s + a_4 = 0$$

Det kan vises, at der netop er én positiv løsning T_s til (34), jf. Korsgaard et al.(1991c). Når overfladetemperaturen udtrykkes i grader Kelvin, er det den entydigt bestemte overfladetemperatur, som tilfredsstiller energibalancen.

Resultater

De to metoder beskrevet i foregående afsnit benyttes til at bestemme en overfladetemperatur, så energibalancen (2) stemmer. Ved begge metoder observeres for hver enkelt måned, at nettostrålingen gennemsnitlig overestimeres. Gennemsnitsværdier af differensen mellem estimerede og observerede timeværdier af nettostrålingen ses i tabel 3. Ved at justere $S_i - S_u + L_i$ til

$$(35) \quad S_i - S_u + L_i - J$$

hvor J gennemløber de tilhørende værdier angivet i tabel 3 og derpå benytte de to metoder beskrevet i foregående afsnit til på ny at bestemme en overfladetemperatur så energibalancen stemmer, fås større overensstemmelse mellem estimerede og observerede værdier af nettostrålingen. Gennemsnitsværdier af differensen mellem estimerede og observerede timeværdier af nettostrålingen efter justering og efterfølgende bestemmelse af overfladetemperaturen ved hver af de to metoder ses i tabel 4.

I figur 1 er den estimerede overfladetemperatur vist mod den tilhørende observerede overfladetemperatur for det samlede datamateriale og for hver af de to metoder til beregning af overfladetemperaturen. I figur 2 er estimeredet nettostråling vist mod observeret nettostråling for det samlede datamateriale og for hver af de to metoder. I figur 3 er estimeredet overfladetemperatur efter metode 2 vist mod tilhørende overfladetemperatur efter metode 1 for det samlede datamateriale.

Tabel 3. Gennemsnitsværdier af differensen mellem estimerede og observerede timeværdier af nettostrålingen for hver enkelt måned og for hver af de to metoder til beregning af overfladetemperaturen.

Gns. af $R_n(\text{est}) - R_n(\text{obs}) (\text{Wm}^{-2})$		
Måned	1	2
1	9.05	8.38
2	17.99	16.98
3	19.75	17.28
4	17.89	17.07
5	18.01	17.32
6	12.48	11.55
7	10.48	10.48
8	16.58	16.21
9	18.55	17.60
10	19.02	18.07
11	15.78	14.77
12	12.43	11.47

Tabel 4. Gennemsnitsværdi og standardafgivelse på differensen mellem estimerede og observerede timeværdier af nettostrålingen for hver enkelt måned og for hver af de to metoder til beregning af overfladetemperaturen. Overfladetemperaturen er bestemt efter, at justeringen givet ved (35) er foretaget.

Måned	Gns. (Wm^{-2}) af $R_n(\text{est}) - R_n(\text{obs})$		Std. afv. (Wm^{-2}) på $R_n(\text{est}) - R_n(\text{obs})$	
	1	2	1	2
jan	1.10	2.70	27.1	26.4
feb	2.41	3.74	39.6	38.2
mar	3.21	4.17	41.8	40.7
apr	2.34	3.90	25.8	24.7
maj	2.67	3.64	26.2	24.5
jun	1.70	1.48	22.5	22.7
Jul	1.14	1.19	21.9	22.2
aug	2.18	1.67	21.0	20.7
sep	2.89	2.28	21.9	20.9
okt	2.80	2.99	24.0	22.9
nov	2.60	3.05	26.2	25.3
dec	1.99	3.14	26.0	25.2

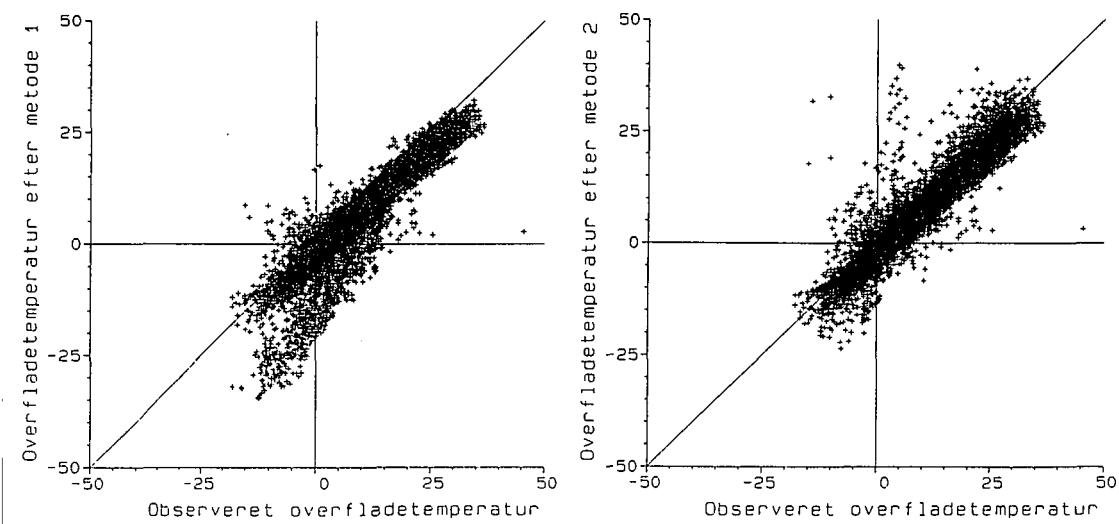
Diskussion

De to metoder til beregning af overfladetemperatur synes ikke direkte sammenlignelige, idet den simple metode fremkommer under forenkledte antagelser vedrørende stabilitetsforholdene. I den simple metode beregnes transportkoefficienten for fri varme som under neutrale forhold, i den komplicerede metode under hensyntagen til stabilitetsforholdene. Her fokuseres på fordele og ulemper ved de to metoder.

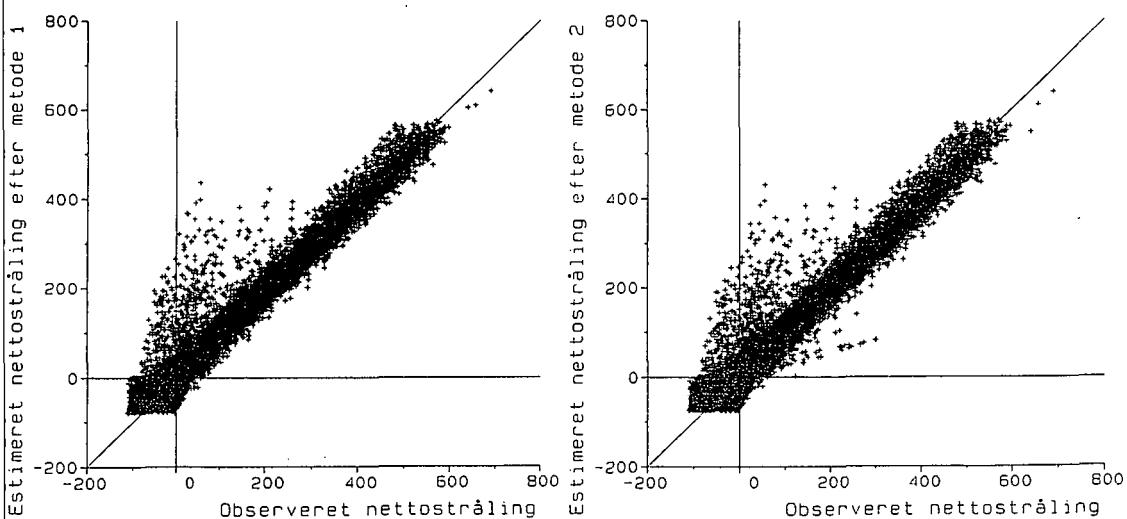
Relationerne til karakterisering af stabilitetsforholdene i atmosfæren anvendes sædvanligvis kun i højder større end $20z_0$. Således er formlerne (17)-(22) til karakterisering af stabilitetsforholdene og efterfølgende bestemmelse af transportkoefficienten anvendt udenfor deres egentlige gyldighedsområde. Udregningerne er foretaget under antagelse af, at formlerne også gælder i de aktuelle højder under både ustabile, neutrale og stabile betingelser.

For *dagtimerne* søges ved begge metoder en løsning i intervallet $[T_2 - 10.2; T_2 + 41.3]$. For den simple metode gælder, at hvis der eksisterer en løsning i intervallet, da vil løsningen være entydigt bestemt. I den komplicerede metode vil en sådan løsning ikke nødvendigvis være entydigt bestemt. Ved søgning i ovenstående interval antages, at løsningen er den, som findes først ved passende søgning i små delintervaller af bredden 0.5°C . I Korsgaard et al. (1991c) defineres, at der findes en løsning, hvis funktionsværdierne i delintervallets endepunkter har forskellige fortegn. Denne definition rummer følgende farer.

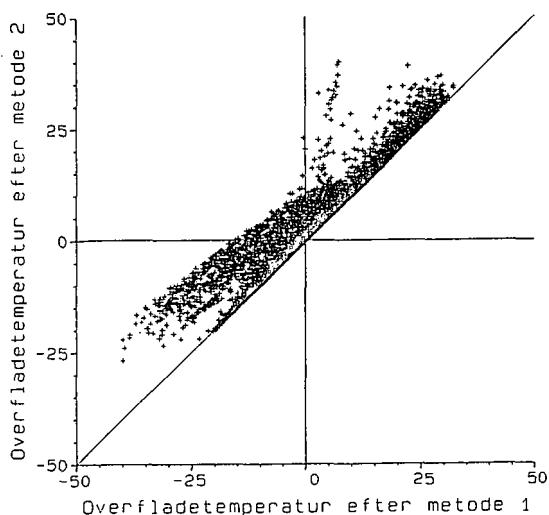
- a) delintervallets endepunkter har samme fortegn, men der findes mindst en løsning i delintervallet.
- b) delintervallets endepunkter har forskellige fortegn, men der findes mere end en løsning i delintervallet.



Figur 1. Den estimerede overfladetemperatur vist mod den tilhørende observerede overfladetemperatur for det samlede datamateriale. I (a) er overfladetemperaturen bestemt ved metode 1 og i (b) ved metode 2. Overfladetemperaturen er bestemt efter, at justeringen givet ved (35) er foretaget.



Figur 2. Den estimerede nettostråling vist mod den tilhørende observerede nettostråling for det samlede datamateriale. I (a) er overfladetemperaturen bestemt ved metode 1 og i (b) ved metode 2. Nettostrålingen er efterfølgende estimeret som angivet tidligere. Overfladetemperaturen er bestemt efter, at justeringen givet ved (35) er foretaget.



Figur 3. Den estimerede overfladetemperatur efter metode 2 vist mod den tilhørende estimerede overfladetemperatur efter metode 1 for det samlede datamateriale. De respektive overfladetemperaturer er bestemt efter, at justeringen givet ved (35) er foretaget.

Ved at gøre delintervallerne smallere, nedsættes risikoen for ovennævnte fejl, men den fjernes ikke. Ved a) overses en potentiel løsning. Ved b) findes en potentiel løsning blandt flere. Fejlen ved b) er dog ikke så stor, fordi de forskellige løsninger højst afviger 0.5°C fra hinanden.

Ved begge metoder angives en manglende værdi, hvis ikke de respektive algoritmer finder en løsning i det prædefinerede interval. En løsning uden for intervallet vil være matematisk korrekt, men under danske forhold fysisk urealistisk.

Tilsvarende gør sig gældende for nattetimerne, hvor der ved begge metoder søges en løsning i intervallet $[T_2-40.2; T_2+10.8]$.

De to metoder kræver samme meteorologiske data. Alligevel er der langt flere manglende værdier for overfladetemperaturen efter den komplikerede metode end efter den simple

metode. Efter den komplikerede metode estimeres overfladetemperaturen for 25922 timeværdier, efter den simple metode for 28092 timeværdier.

De to metoder vurderes på døgnværdier for nettostrålingen. Samtlige data fra dage, som har måling af nettostrålingen og estimerede værdier for nettostrålingen efter begge metoder i alle døgnets 24 timer benyttes til dette formål. Døgnværdier af R_n , $R_n^d(\text{est1})$, $R_n^d(\text{est2})$ betegnes hhv. $R_n^d(\text{obs})$, $R_n^d(\text{est1})$ og $R_n^d(\text{est2})$ og opgives i (KJm^{-2}) . For hver måned og for begge metoder angives den gennemsnitlige værdi af $(R_n^d(\text{obs})-R_n^d(\text{est}))$ og standardafvigelsen på $(R_n^d(\text{obs})-R_n^d(\text{est}))$. Resultatet ses i tabel 5. $R_n^d(\text{est})$ estimeres ved summation af timevise estimater for R_n efter hver af de to metoder. Til sammenligning ses gennemsnitlige døgnværdier for nettostrålingen fra 1966-72 i tabel 6.

Et gennemsnit af residualer er numerisk mindst efter den simple metode i marts, april, maj, juni og september måneder (tabel 5). Sammenholdes med gennemsnitlige døgnværdier for nettostrålingen i tabel 6 ses denne afvigelse at udgøre en mindre del af nettostrålingen i somermånederne end i vintermånederne.

Standardafvigelsen på residualerne efter den simple metode er mindre end efter den komplikerede metode for samtlige måneder, undtaget september, oktober og november. Standardafvigelsen er ved begge metoder mindre i somermånederne end i vintermånederne.

Bemærk øvrigt, at der kun er få døgn med værdier for både $R_n^d(\text{obs})$, $R_n^d(\text{est1})$ og $R_n^d(\text{est2})$. Det skyldes overvejende, at $R_n^d(\text{est1})$ mangler, men kan også skyldes manglende værdier for nettostrålingen og for de "simple" meteorologiske målinger.

Betrages figur 3 ses, at overfladetemperaturen estimeret efter den simple metode generelt er højere end den estimeret efter den komplikerede metode. Det gør sig gældende på begge lokaliteter. De største forskelle ved de to meto-

Tabel 5. Gennemsnitlig værdi, maksimal absolut værdi og standard afvigelse på residualerne (R_n^d (obs)- R_n^d (est)). Tabellen er baseret på det samlede datamateriale fra de to lokaliteter. n betegner antal døgn.

Måned	Gns. af residualer		Maks. abs. værdi af residualer		Std. afvigelse på residualer		n	
	(KJm ⁻²)		(KJm ⁻²)		(KJm ⁻²)			
Måned	1	2	1	2	1	2	n	
jan	-64	-206	4367	4302	1189	1137	144	
feb	-313	-319	5771	5054	1699	1578	110	
mar	-601	-541	7740	7308	2138	1904	84	
apr	157	57	2902	3024	1204	1088	33	
maj	1237	1132	2552	2466	594	581	11	
jun	518	425	1393	1372	682	606	14	
jul	28	108	1120	961	617	587	9	
aug	58	195	914	1058	548	510	8	
sep	400	335	799	857	440	512	3	
okt	420	425	3395	3139	973	1026	32	
nov	-49	-126	2995	3028	1293	1361	37	
dec	-7	-174	3787	3200	1107	1060	62	

der ses ved relativt lave og relativt høje overfladetemperaturer. Dette fænomen gælder for alle årets måneder. Afvigelserne om dagen forekommer ved relativt høje overfladetemperaturer, og afvigelserne om natten forekommer ved relativt lave overfladetemperaturer.

I figur 1, hvor estimeret overfladetemperatur efter hver af de to metoder sammenholdes med den målte overfladetemperatur ses flere store uregelmæssigheder omkring identitetslinien efter den komplicerede metode end efter den simple metode. Ved månedsvis at sammenholde estimeret overfladetemperatur med observeret overfladetemperatur for hver af de to metoder konstateres, at de største afvigelser på observeret og estimeret overfladetemperatur findes i vintermånederne. De store uoverensstemmelser ved høje overfladetemperaturer lokaliseres til dagtimerne og ved lave overfladetemperaturer til nattetimerne.

I tabel 4 ses for hver enkelt måned gennemsnit og spredning på residualerne (R_n^d (obs)- R_n^d (est)) for R_n estimeret ved hver af de to meto-

der. Generelt er gennemsnittet af residualerne mindst efter metode 1, men samtidig er standardafvigelserne generelt mindst efter metode 2.

Tabel 6. Døgnværdier for nettostråling (KJm⁻²) ved Højbakkegård dannet som gennemsnit af værdier fra 1966-79 (Hansen et al., 1981).

Måned	Døgnværdier for nettostråling	
		KJm ⁻²
jan		-1200
feb		-700
mar		1700
apr		5800
maj		8800
jun		10800
jul		9600
aug		7400
sep		3200
okt		300
nov		-1600
dec		-1900

Konklusion

I det foregående afsnit fandtes at kvaliteten af de to metoder er omrent lige god. Imidlertid giver den simple metode færre problemer mht. en entydig fastlæggelse af overfladetemperaturen ligesom der ved denne metode estimeres langt færre manglende værdier. På grundlag heraf anbefales det at benytte metode 2, den simple metode til bestemmelse af overfladetemperaturen. Når overfladetemperaturen er bestemt, kan langbølget udstråling bestemmes ved Stefan-Boltzmanns lov og timeværdier for nettostrålingen bestemmes ved (1), hvor globalstrålingen er målt og kortbølget refleksion og langbølget indstråling er estimeret efter hhv. Korsgaard et al. (1991a) og Korsgaard et al. (1991b).

Metoden kræver, at timeværdier for "simple" meteorologiske målinger som globalstrålingen, temperaturen i 2 m's højde, aktuelt damptryk og vindhastigheden u i en given højde er til rådighed.

Erkendtlighed

Data fra klimastationen ved Højbakkegård er velvilligt stillet til rådighed af Sektion for Kul turteknik og Planteernæring, Den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole.

Referencer

- Aslyng, H.C., 1976. Klima, jord og planter. DSR Forlag, København.
- de Bruin, H.A.R. and Holtslag, A.A.M., 1982. A simple parameterization of the surface fluxes of sensible and latent heat during daytime compared with the Penman-Monteith concept. *J. Appl. Meteor.*, 21, 1610–1621.
- Businger, O.A., Wyngaard, J.C., Izumi, Y. and Bradley, E.F., 1971. Flux-profile relationship in the atmospheric surface layer. *J. Atm. Sci.* 28, 181-189.
- Dyer, A.J., 1967. The Turbulent Transport of Heat and Water vapour in an Unstable Atmosphere. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 93, 501-508.
- Goudriaan, J., 1977. Crop micrometeorology: a simulation study. Wageningen, Pudoc.
- Hansen, S., Jensen, S.E. og Aslyng, H.C., 1981. Jordbrugs meteorologiske observationer statistisk analyse og vurdering 1955-1979. Hydroteknisk Laboratorium, Den kgl. Veterinær- og Landbohøjskole, København.
- Högström, U., 1988. Non-dimensional wind and temperature profiles. *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 42, p. 73 ff.
- Korsgaard, I.R., Mikkelsen, H.E. og Olesen, J.E., 1991a. Beregning af refleksion af kortbølget solstråling fra en kortklippet græsoverflade. AJMET-notat nr. 25. Afd. for Jordbrugsmeteorologi, Foulum. Under trykning.
- Korsgaard, I.R., Mikkelsen, H.E. og Olesen, J.E., 1991b. Lang-bølget indstråling. AJMET-notat nr. 26. Afd. for Jordbrugsmeteorologi, Foulum. Under trykning.
- Korsgaard, I.R., Mikkelsen, H.E. og Olesen, J.E., 1991c. Anvendelse af energibalancen til estimering af overfladetemperatur. AJMET-notat nr 27. Afd. for Jordbrugsmeteorologi, Foulum. Under trykning.
- Monteith, J.L., 1973. Principles of Environmental Physics. Edward Arnold, London.
- Olesen, J.E., 1989. Noter til kursus i modellering af jord-plante-atmosfære systemet. Jordbrugsmeteorologisk Tjeneste.
- Paulson, C.A., 1970. The Mathematical Representation of Wind Speed and Temperature Profiles in the Unstable Atmospheric Surface Layer. *Journal of Applied Meteorology*, Vol. 9, 857-861.
- Sethuraman, S. and Brown, R.M., 1976. Validity of the log-linear profile relationship over a rough terrain during stable conditions. *Boundary-Layer Meteorology*, Vol. 10, 489-505.
- Thompson, N., Barrie, I.A. and Ayles, M., 1981. The Meteorological Office rainfall and evapotranspiration calculationsystem: MORECS (July 1981). Hydrological Memorandum No. 45. Meteorological Office London Road, Bracknell, Berkshire.

de Vries, D.A. and Afgan, N.H., 1975. Heat
and mass transfer in the biosphere. Part 1.
Transfer processes in the plant environment.
John Wiley and Sons.

Prædiktion af bygs udviklingstrin

Prediction of development in barley

Jens Erik Jensen, Institut for Matematik og Fysik, KVL

Resumé

I artiklen gennemgås en statistisk metode til estimation af parametre i modeller for planters fænologiske udvikling. Der gives endvidere resultater fra modeltilpasning på et historisk byg-datamateriale, og udvalgte modeller valideres på uafhængige datamateriale. Endelig diskuteres forskellige muligheder for udvidelse af modellerne.

Summary

The paper describes a statistical method for estimation of parameters in models for phenological development in plants. Results from fitting various models on a historical spring barley dataset are given, and selected models are validated against independent datasets. Finally different extensions of the models are discussed.

Indledning

I mange sammenhænge er det nødvendigt eller ønskeligt at kunne prædiktere udviklingstrin for dyr eller planter. I denne artikel omtales kun planters fænologiske udvikling. Eksempler på anvendelse af prædiktionsmodeller er afgrøde-vækstmodeller, varslig for sygdomme og skadedyr samt beregning af vandingsbehov.

Planters udvikling betragtes normalt som en ikke-reversibel proces, der bestemmes af et antal faktorer, hovedsageligt klimarelaterede (temperatur, daglængde og vand-stress) og genetiske (sort, genotype).

Det antages, at plantens udviklingshastighed r kan udtrykkes som en ikke-negativ funktion

$$(1) \quad r = r(\beta, T(t)),$$

der er kendt bortset fra parametervektoren β , og hvor $T(t)$ er en vektor af klimavariablene registreret til tiden t . Ofte registreres de klimatiske data med bestemte tidsintervaller (fx. dagsvis), og plantens udviklingsstatus Y , til tiden

t beskrives da som summen af r -værdierne. I denne artikel vil vi betragte integralet Y , af responsfunktionen r

$$(2) \quad Y_t = \int_0^t r(\beta, T(s)) ds,$$

og benytte dette som et mål for plantens udviklingstrin.

Den klassiske fænologimodel, er den såkaldte graddagsmodel eller temperatursumsmodel (engelsk: Growing Degree-Days Model), som ofte i litteraturen benævnes GDD-modellen, og som blev introduceret af Reaumur (1735). I GDD-modellen er responsfunktionen r defineret som

$$(3) \quad r(\beta, T) = (1/\beta_{req})(T - \beta_{base}),$$

idet

$$(x)_+ = \max(x, 0).$$

Modellen udtrykker, at plantens respons er 0,

hvis temperaturen er under en bestemt basistemperatur β_{base} . Ved temperaturer højere end β_{base} øges responsen lineært med temperaturen T . Responsen er omvendt proportional med β_{req} , som betegnes temperaturumskravet, idet der kræves en temperatursum på β_{req} over basistemperaturen, før integralet (2) antager værdien 1, der svarer til opnåelse af et bestemt udviklingstrin hos planten.

I litteraturen findes der et væld af eksempler på modeller, der relaterer planters udvikling til meteorologiske data. Robertson (1983) indeholder en oversigt over nogle af disse arbejder.

Sådanne modeller er normalt kun anvendelige inden for begrænsede geografiske områder, og derfor må agrødfysiologer ofte bygge deres egne modeller. Det er påfaldende, at der sjældent anvendes egentlige statistiske metoder i forbindelse med opbygning af modellerne, hvorfor det er besværligt at beregne konfidensintervaler for parametre og foretage test af hypoteser. Et vigtigt arbejde er dog udført af Morton (1981), hvis metode er anvendt i Angus *et al.* (1981).

Den foreliggende artikel er et sammendrag af to mere detaljerede artikler. Den første (Jensen og Rudemo, 1991) beskriver udviklingen af en statistisk metode for tilpasning af modeller til data. Metoden tager i modsætning til Morton's metode direkte udgangspunkt i observerede størrelser (fx. intervallængden mellem 2 udviklingstrin). Den anden artikel (Jensen og Olesen, under udarbejdelse) beskriver tilpasning af forskellige modeller, fortolkning af parametre samt validering af modellerne ved hjælp af uafhængige datamaterialer.

I nærværende artikel introduceres først de såkaldte 'Første passagetid'-modeller, og den statistiske metode. Dernæst præsenteres de vigtigste resultater fra et arbejde med modeltilpasning og -validering af udvalgte modeller for vårbyg.

'Første passagetid'-modeller

Lad τ betegne tiden, til et bestemt udviklingstrin (fx. skridning) nås. Tid kan regnes enten fra et tidligere udviklingstrin (fx. såning) eller fra en fast kalenderdato. Selvom τ normalt registreres som et helt antal dage, vil vi betragte den som en kontinuert variabel, nærmere betegnet det tidspunkt, hvor den ikke-observerbare, udviklingsproces

$$(4) \quad Z = (Z_t)_{t \geq 0}, \text{ hvor } Z_0 = 0,$$

passerer værdien 1, altså

$$(5) \quad \tau = \min(t : Z_t \geq 1).$$

Da Z ikke er observerbar (eller i praksis meget vanskeligt observerbar), vil vi i stedet betragte den første passagetid for processen

$$(6) \quad Y = (Y_t)_{t \geq 0}$$

med

$$(7) \quad Y_t = \int_0^t r(\beta, T(s)) ds,$$

hvor den ikke-negative responsfunktion r som nævnt er kendt bortset fra parametervektoren β , og hvor $T(s)$ generelt kan være en vektor bestående af variable observeret til tiden s , men i denne artikel betragtes kun temperatur og fotoperiode. I analysen af bygdatamaterialet nedenfor vil vi benytte GDD-modellen (3) som udgangspunkt.

Lad $g(\beta)$ betegne tiden for den første passage af Y gennem værdien 1. Af (7) ser vi, at Y er en kontinuert funktion af t og vi får således

$$(8) \quad g(\beta) = \min(t : Y_t = 1).$$

For at kunne benytte resultater fra den asymptotiske teori for maximum likelihood estimation bør $g(\beta)$ være en glat funktion af parametervektoren β . Dette kan opnås enten ved at kræve, at responsfunktionen er glat som funktion af β , eller for en responsfunktion af

typen (3) at forlange, at $T(t)$ er en glat funktion af t . I Jensen og Rudemo (1991) er det nærmere diskuteret, hvorledes dette kan opnås.

Den basale første passagetid-model

Antag at der er observeret n tidsintervaller svarende til n forsøgsenheder. Lad T_i betegne

$$\tau_i, \quad i = 1, \dots, n$$

temperaturforløbet for den i te enhed og lad $g_i(\beta)$ være den første passagetid defineret ved (8), (7) og (3) med T erstattet af T_i . Den enkleste første passagetid-model vi vil betragte, er

$$(9) \quad \tau_i \sim_{ind} N(g_i(\beta), \sigma^2).$$

Denne model, som nedenfor (fx. tabel 3) har betegnelsen GDD, kan være brugbar i situationer, hvor der kun er observeret et udviklingsinterval for hvert temperaturforløb. For datamaterialet, som er analyseret her, findes der typisk observationer for flere sorter for hver kombination af station og år. I Figur 1 er der fx. data for 2 sorter svarende til samme temperaturforløb. Da sorterne ikke kan antages at være uafhængige, er det nødvendigt at introducere mere komplicerede modeller.

Varianskomponenter

Lad τ_{sy} betegne observerede tidsintervaller mellem to udviklingstrin for sort v , station s og år y . For en station-år kombination (s,y) lader vi $\tau_{sy} = (\tau_{sy})$ betegne søjlevektoren af intervallængder for de sorter, for hvilke der findes data. Lad endvidere n_s være antallet af sådanne sorter, altså dimensionen af τ_{sy} . For data, som er analyseret nedenfor, er der 158 station-år kombinationer, for hvilke der foreligger data for mindst en sort. De tilsvarende n_s værdier er mellem 1 og 3. Datamaterialet er altså meget ubalanceret.

Vi vil antage, at vektorerne τ_{sy} er uafhængige og normalfordelte, dvs.

$$(10) \quad \tau_{sy} \sim_{ind} N(g_{sy}(\beta), C_{sy}).$$

Denne udvidelse af GDD-modellen med varianskomponenter har i artiklen navnet GDD-VC. Søjlevektoren $g_{sy} = g_{sy}(\beta)$ specificeres på samme måde som ovenfor, dvs. hver komponent g_{sy} er givet ved (8) med Y , defineret af (7) og r defineret af (3). Responsfunktionen antages at have konstant β_{base} , men β_{req} kan afhænge af både v og s . Et eksempel ses i modellen VARICLAY-VC, hvor temperatursumskravet udtrykkes som

$$(11) \quad \beta_{req} = \alpha_v + \beta_L L_s,$$

hvor α_v er sortseffekten og L_s er lerindholdet i procent for jorden på station s . For en given station-år kombination er α_v i (10) den eneste parameter, som varierer.

Kovariansmatricen C_{sy} for τ_{sy} antages at være $C(n_s, \sigma^2, \omega^2)$, hvor $C(n, x, y)$ er $n \times n$ matricen med diagonalelementer lig med $x+y$ og øvrige elementer lig med y . Således er σ^2 en varianskomponent svarende til variation indenfor en station-år kombination, medens ω^2 repræsenterer variation mellem sådanne kombinationer.

Modellen (10) kan alternativt formuleres

$$(12) \quad \tau_{sy} = g_{sy}(\beta) + \eta_{sy} + \varepsilon_{sy},$$

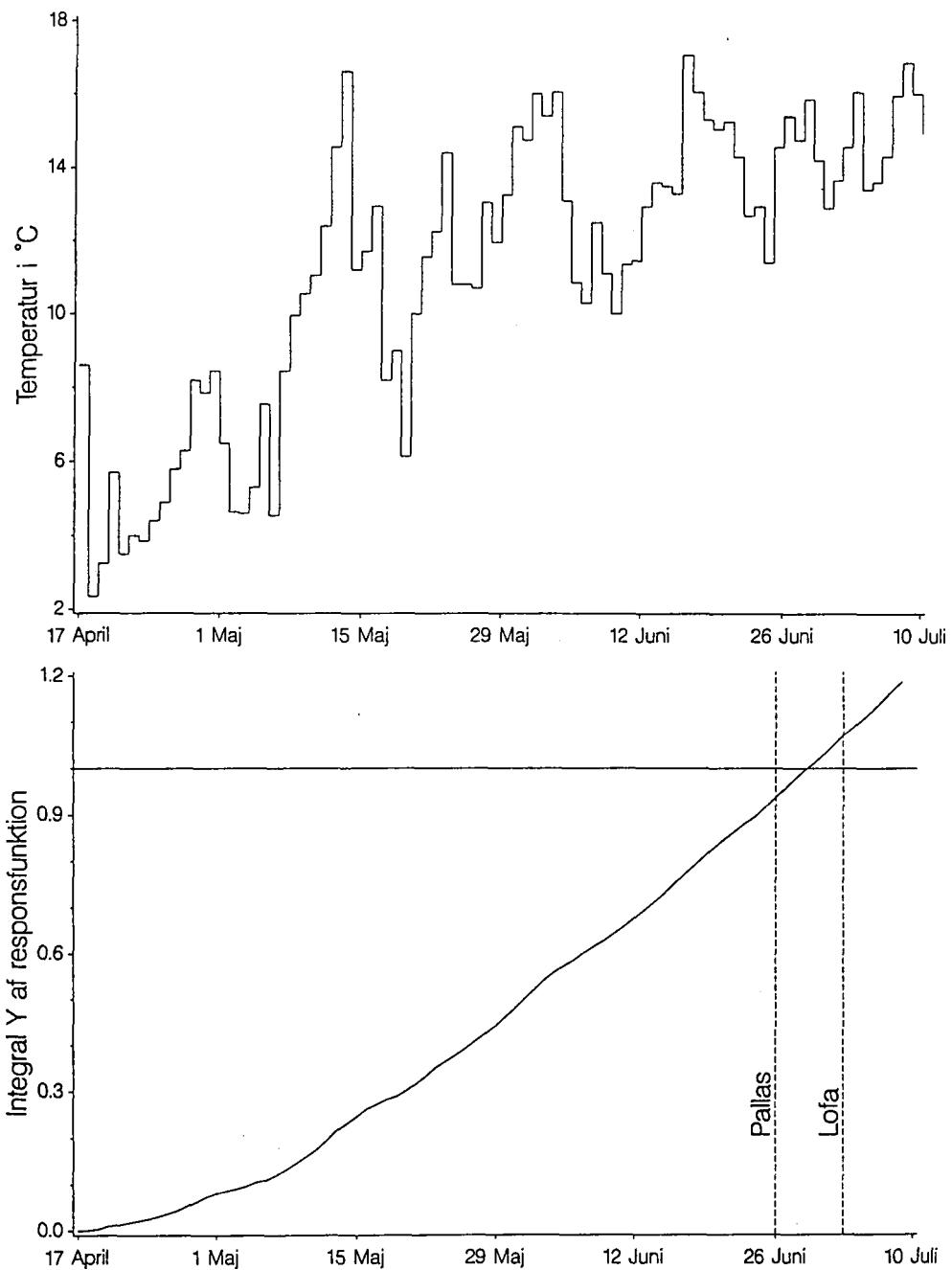
hvor (η_{sy}) og (ε_{sy}) er uafhængige normalfordelte variable med forventning 0 og varians henholdsvis ω^2 og σ^2 .

Transformation

For at opnå varianshomogenitet og approksimativt normalfordelte residualer, blev transform-both-sides (TBS) teknikken fra Carroll og Ruppert (1984) anvendt. Den anvendte transformation var potenstransformationen

$$(13) \quad h(y, \lambda) = \begin{cases} (y^\lambda - 1)/\lambda & \text{for } \lambda \neq 0 \\ \log y & \text{for } \lambda = 0 \end{cases}$$

For en given n -vektor y lader vi $h(y, \lambda)$ betegne



Figur 1. Den øverste del af figuren viser for vækstperioden forløbet af temperaturen i Ødum, 1967. I den nedre del af figuren er vist integralet af responsfunktionen for modellen GDD-TBS, se tabel 3. De observerede skridningsdatoer for sorterne Pallas og Lofa er også vist.

n -vektoren, hvor hver komponent er transformeret som angivet i (13). Den statistiske model bliver således

$$(14) \quad h(\tau_y, \lambda) \sim_{ind} N(h(g_y, \lambda), C_y).$$

Udvidelsen af modellen GDD-VC, som fås ved brug af denne transformation, er i artiklen benævnt GDD-TBS.

Test og konfidensintervaller

En af fordelene ved den benyttede metode er, at nestede modeller kan sammenlignes med hinanden, idet $2\Delta L$ (hvor L er log-likelihoodværdien for modellen) er asymptotisk χ^2 -fordelt med frihedsgradsantal lig med forskellen i antallet af frie parametre for de to modeller. Desuden tillader passende valg af programmel (det matrixorienterede PC-program GAUSS er anvendt her) beregning af varianser og kovarianser samt konfidensintervaller for parametrerne.

Yderligere detaljer

I Jensen og Rudemo (1991) er der diskuteret yderligere detaljer, herunder udregning af likelihood-funktionen, numeriske betragtninger mv. Endvidere er kort omtalt muligheden for at foretage en vægtning i GDD-TBS modellen (14). Disse forhold skal ikke omtales nærmere her.

Datamaterialer

De anvendte datamaterialer stammer fra Statens Planteavlsforsøgs officielle sortsafprøvninger for vårbyg i perioden 1951-1981. Følgende udviklingstrin er registreret: såning, spiring, skridning, modenhed og høst. Ved modeltilpasningen er der kun anvendt data for sorter, som har været benyttet som målesorter i forsøgene.

Klimadata

Klimadata stammer fra Meteorologisk Instituts målestationer på forsøgsstationerne. Ikke alle stationer har haft klimastationer gennem hele perioden, og en del observationer mangler, hvilket giver ubalancede data. Der foreligger døgnregistreringer af maksimums- og minimumstemperaturer, men i modellerne er udelukkende valgt middeltemperaturen, der defineres som gennemsnittet af de to registreringer.

I visse modeller er foruden temperaturen anvendt lerindhold i pløjelaget samt beregnet fotoperiode. Fotoperioden defineres som daglængden plus 'civilt tusmørke', der slutter, når solcentrum er 6° under horisonten. Ifølge Kiesling (1982) kan fotoperioden PP udregnes ved følgende formel hvor λ er latituden (breddegraden), og δ

$$(15) \quad PP = 7.639 \arccos \left(\frac{-0.104528}{\cos \lambda \cos \delta} - \tan \lambda \tan \delta \right),$$

er deklinationen udtrykt i radianer. Deklinationen kan iflg. Thompson *et al.* (1981) beregnes som funktion af dagsnummeret i

$$(16) \quad \delta = 0.4104 \cos(2\pi(i - 172)/365)$$

Fotoperioden varierer fra såning til skridning mellem ca. 14 timer i starten af april til ca. 20 timer ved Midsommer. I starten af vækstperioden er fotoperiden ret ens for de forskellige forsøgsstationer, ved Midsommer er den største forskel (mellem Tylstrup og Abed) ca. 1 time.

Fænologiske data

De fænologiske data stammer fra Statens Planteavlsforsøgs officielle sortsafprøvninger for vårbyg i perioden 1951-1981. Følgende udviklingstrin er registreret: såning, spiring, skridning, modenhed og høst. Ved modeltilpasningen er der kun anvendt data for sorter, som har været benyttet som målesorter i forsøgene. Herved opnås et vist tidsmæssigt overlap mellem sorterne, selv om sorterne er blevet udskiftet med tiden. Der er ved modeltilpasningen benyttet data for 5 sorter og 9 forsøgsstationer. Som følge af ændringer i såvel sorter som forsøgsstationer gennem perioden på 31 år er datamaterialet meget ubalanceret. Således foreligger der for hver kombination af station og år data for mellem 1 og 3 sorter.

Også registreringerne af udviklingstrin er meget uhomogene, specielt er registreringerne af spiringstidspunktet sparsomme, og modenheds-

Tabel 1. Tabellen viser antallet af fænologiske og meteorologiske observationer og tidsintervaller (kursivskrift) svarende til hver kombination af station og sort i datasættet, som er anvendt til tilpasning af modellerne.

Station	Sort					Total
	Bonus	Emir	Lofa	Pallas	Zita	
Abed	10 1951-63	6 1966-72	9 1967-81	12 1957-74	11 1970-81	48
Askov	6 1952-63	4 1965-69	2 1968-69	9 1959-69		21
Borris	10 1951-63	8 1965-72	10 1967-81	13 1959-74	11 1970-81	52
Jyndevad	10 1952-64	4 1964-67	6 1967-79	10 1957-74	6 1974-79	36
Rønhave		2 1971-72	7 1975-81	3 1971-74	10 1971-81	22
Tylstrup	11 1951-64	9 1964-72	10 1967-81	15 1959-74	11 1970-81	56
Tystofte	10 1952-64	6 1964-70	2 1967-69	11 1959-70	1 1970	11
Ødum	9 1952-64	6 1964-69	3 1967-69	11 1959-69		29
Åkirkeby	9 1951-63	4 1965-69	2 1968-69	6 1959-69		24
Total	75 1951-64	49 1964-72	51 1967-81	93 1959-74	50 1970-81	318

kriteriet er muligvis ændret i forbindelse med overgangen fra selvbinder til høst med mejetærsker. Derfor er der i denne artikel fokuseret på intervallet mellem såning og skridning. Dette interval vil i modellerne blive betragtet som værende en homogen fase, selv om dette ikke er realistisk fra et biologisk synspunkt.

Da modelarbejdet startede, forelå i alt 318 sæt registreringer af såning og skridning med tilsvarende komplette klimadata. I tabel 1 findes

en oversigt over antallet af observationer for de forskellige station-sort kombinationer. Materialet indeholder 158 kombinationer af stationer og år.

I løbet af perioden med modelarbejdet gjorde bl.a. opdateringer i Jordbrugsmeteorologisk Tjenestes klimadatabase et 'opdateringsdatasæt' tilgængeligt. Dette datasæt indeholder data for 4 stationer, Blangstedgaard, Højer, Lyngby og Studsgaard, som ikke var med i det oprindelige materiale. Desuden er der data for sortsafprøvningerne 1982-1986. I alt haves 113 observa-

Tabel 2. Tabellen viser antallet af fænologiske og meteorologiske observationer og tidsintervaller (kursiv skrift) svarende til hver kombination af station og sort i det opdateringsdatasæt, som er anvendt til validering af modellerne.

Station	Sort						Total
	Bonus	Emir	Lofa	Pallas	Zita	Mixture	
Abed					2 1983-84	1 1984	3
Blang-stedgd.	10 1951-63	5 1965-69	3 1967-69	10 1959-69			28
Borris				1 1973	4 1973-84		5
Højer	8 1951-63	2 1967-68	2 1967-68	6 1959-68			18
Jyndevad				1 1973	1 1973		2
Lyngby	9 1951-63			4 1959-63			13
Rønhave	1 1963	1 1967	1 1967	3 1963-73	4 1973-84	3 1984-86	13
Studs-gaard	5 1958-63	4 1965-69	3 1967-69	8 1960-69			20
Tylstrup				1 1973	4 1973-84	3 1984-86	8
Total	33 1951-63	13 1965-69	10 1967-69	35 1959-63	15 1973-84	7 1984-86	113

tioner (Tabel 2). I stedet for at inddrage opdateringerne i det oprindelige materiale, er disse blevet anvendt til validering af udvalgte modeller. Materialet er nedenfor benævnt 'opdateringsdata'. En komplikation har været, at der fra 1984 har været anvendt en sortsblanding som reference i sortsforsøgene. Det antages dog, at blandingen i tidlighed ikke afviger væsentligt fra sorterne Bonus, Emir og Pallas, og derfor er der ikke set bort fra blandingen.

For at afprøve, om de udvalgte modeller er

følsomme overfor forsinket såning, er modellerne desuden valideret på data fra et såtidsforsøg (Anonym, 1967), hvor værbygsorten Vada indgik. Forsøget er udført i 4 år på 4 stationer og der er tilstræbt 4 såtider med 10 dages mellemrum pr. år. Efter hensyntagen til manglende data giver dette 40 komplette sæt observationer fra 3 stationer, Rønhave, Ødum og Årslev. Bemærk, at Vada ikke optræder i datasættet, som ligger til grund for modellerne.

Tabel 3. Parameterestimater (øverst i celler), spredninger og log-likelihood værdier for 5 modeller tilpasset bygdatasættet. Se teksten for en detaljeret beskrivelse af de forskellige modeller.

Model	β_{base}	β_{req}	σ	ω	λ	-log L
Fast hastighed			11,203 0,366			1219,6
Fast dato			6,839 0,217			1062,6
GDD	1,13 0,28	708,4 22,5	4,650 0,140			939,81
GDD-VC	1,29 0,55	697,3 44,0	2,190 0,110	4,160 0,270		863,39
GDD-TBS	1,35 0,46	690,5 34,5	0,026 0,034	0,047 0,063	-0,023 0,310	858,13

Resultater af modeltilpasning

Resultaterne fra modeltilpasningen er sammenfattet i tabel 3 og tabel 4, og de vigtigste modeller omtales nedenfor. Alle modeller er sammenlignet med 2 referencemodeller, 'Fast dato' modellen (skridning på fast dato) og 'Fast hastighed' (udviklingshastighed konstant, ens antal dage mellem såning og skridning).

En simpel lineær regressionsmodel, hvor antallet af dage fra såning til skridning antages at være en lineær funktion af dagnummer for såning, er medtaget i tabel 4. Denne model beskriver data godt, idet en udsættelse af sådatoen på 5 dage pga. højere temperatur og fotoperiode i vækstperioden kun bevirkede en udsættelse af skridning på 1 dag.

GDD-modellen (9), se tabel 3, er basis for 'første passagetid'-modellerne. I analysen er responsfunktionen r modifieret omkring basistemperaturen β_{base} , så r bliver glat og differentielbar, se Jensen og Rudemo (1991). Dette har meget ringe indflydelse på parameterestimater m.v. Ved tilpasning af GDD-modellen findes en meget stærk negativ korrelation (-0,99) mellem β_{req} og β_{base} , hvilket

ikke kan overraske. Dette kan give problemer med optimeringsrutiner, men betyder omvendt, at man kan sætte basistemperaturen til fx. 0 °C uden at forringe modellen nævneværdigt. Dette findes der mange eksempler på i litteraturen.

Inkludering af varianskomponenter i modellen GDD-VC giver væsentligt bedre modelfit. Komponenten ω^2 svarende til variation mellem forskellige station-år kombinationer, er større end varianskomponenten σ^2 svarende til variation inden for sådanne kombinationer. Estimateet for intra-klasse korrelationskoefficienten er 0,66 for model GDD-VC og 0,78 for modellen GDD-TBS.

Anvendelse af TBS-transformation gav numeriske problemer, idet potensparametren λ viste sig meget stærkt korreleret med varianskomponenterne σ^2 og ω^2 . Resultaterne i tabel 3 viser, at TBS modifikationen giver en signifikant bedre model, men at λ ikke er signifikant forskellig fra 0, hvilket i praksis betyder, at man kan benytte logaritmer i analysen.

Skønt GDD-TBS modellen altså er signifikant bedre end GDD-VC, er GDD-VC af beregnings-

Tabel 4. Sammendrag af resultaterne fra tilpasning af forskellige modeller til det historiske datamateriale. Tabellen viser modelnavnet, som er anvendt i artiklens tekst, nummeret for den ligning, hvor modellens responsfunktion r er defineret, estimerater og spredninger for parameter og endelig log-likelihood værdien for modellen. Se også tabel 3, specielt for sammenligning med modellen GDD-VC.

Model navn	Ligning nummer	Parameter estimator	± std. error	- log L
Fast hastighed	—	$\beta_N = 78.3$ $\sigma = 2.18$ $\omega = 11.2$	± 0.9 ± 0.11 ± 0.7	1009.31
Fast dato	—	$\beta_{date} = 172.5$ $\sigma = 2.18$ $\omega = 6.60$	± 0.5 ± 0.11 ± 0.43	929.23
Lin. regres. på sådato	—	$\beta_{int} = 143.0$ $\beta_{slope} = -0.69$ $\sigma = 2.18$ $\omega = 4.73$	± 2.5 ± 0.03 ± 0.11 ± 0.39	880.55
CLAY-VC	—	$\beta_{base} = 2.03$ $\beta_{req} = 584$ $\beta_{clay} = 6.11$ $\sigma = 2.19$ $\omega = 3.55$	± 0.47 ± 39 ± 0.81 ± 0.11 ± 0.24	842.72
VARICLAY-VC	17	$\beta_{base} = 1.82$ $\beta_{req} = 599$ $\beta_{clay} = 6.00$ $\alpha_{Bonus} = -0.7$ $\alpha_{Emir} = 0.9$ $\alpha_{Lofa} = 47.4$ $\alpha_{Pallas} = 0$ $\alpha_{Zita} = -18.3$ $\sigma = 0.98$ $\omega = 3.91$	± 0.41 ± 32 ± 0.73 ± 3.9 ± 2.5 ± 3.4 . . ± 3.1 ± 0.05 ± 0.23	716.01
TPP-VC	18	$\beta_{base} = -2.7$ $\beta_{req} = 14600$ $\sigma = 2.18$ $\omega = 3.66$	± 9.2 ± 745 ± 0.11 ± 0.26	845.88
VARTPP-VC	komb. 17 og 18	$\beta_{req} = 13500$ $\beta_{clay} = 91$ $\alpha_{Bonus} = -16$ $\alpha_{Emir} = 27$ $\alpha_{Lofa} = 1074$ $\alpha_{Pallas} = 0$ $\alpha_{Zita} = -420$ $\sigma = 0.98$ $\omega = 3.59$	± 160 ± 17 ± 84 ± 61 ± 61 . . ± 68 ± 0.05 ± 0.23	703.35

mæssige hensyn benyttet som basis for den videre analyse, for hvilken resultaterne er summeret i tabel 4. Dette er forsvarligt, da transformationen ikke influerer nævneværdigt på parameterestimaterne for responsfunktionen r .

Analyse af residualer fra GDD-VC modellen viste, at stationerne var meget forskellige. Nærmere betegnet viste det sig, at stationer med stort lerindhold gav senere skridning end forventet. Den første udvidelse af modellen inkluderer derfor lerindholdet lineært i temperatursumskravet β_{req} , der erstattes af $\beta_{req} + \beta_L L_r$.

Denne model har fået betegnelsen CLAY-VC i det følgende. Modellen viste en væsentlig bedre tilpasning til data end GDD-VC modellen, omend den observerede ler-effekt så vidt vides ikke er fundet i andre undersøgelser. For de lerindhold, som findes på forsøgsstationerne svarer den observerede effekt til en forskel på 90 graddage svarende til en forsinkelse af skridnings-tidspunktet på cirka 8 dage på lerjorde kontra sandjorde. Forsinkelsen kan muligvis tilskrives den større varmekapacitet i lerjorde, hvilket resulterer i koldere jord i spiringsfasen og dermed forsinket spiring, eller årsagen kan være den større risiko for tørkestress på sandjorde.

Som det fremgår, er der ikke taget hensyn til sortseffekter i den ovennævnte model. Dette blev gjort ved at tillade sorterne at have forskelligt temperatursumskrav, hvilket giver følgende responsfunktion, hvor v betegner sorten:

$$(17) \quad r(\beta, T, C_s, v) = (\beta_{req} + \beta_{clay} C_s + \alpha_v)^{-1} (T - \beta_{base}).$$

Ved indsættelse af (17) i (10) fås en model, som nedenfor benævnes VARICLAY-VC. Valget af forskellige temperatursumskrav i stedet for sortsafhængige basistemperaturer er ikke afgørende, jfr. den tidligere nævnte stærke korrelation mellem basistemperatur og temperatursumskrav. Resultaterne fra tilpasning af denne model viser, at sorterne Bonus, Emir

og Pallas er meget ens med hensyn til tidlighed, hvorimod Lofa er senere og Zita tidlige. Forskellen mellem Zita og Lofa svarer til 5-6 dage under danske forhold, og resultaterne svarer godt til Statens Planteavlfsforsøgs klassificering af sorterne. Ler-parameteren β_L synes ikke at blive påvirket af hensyntagen til sorterne.

Det næste naturlige trin i udvidelsen af modellerne er at tage hensyn til en eventuel effekt af fotoperiode. Dette kan gøres, og er også i litteraturen forsøgt gjort på mange forskellige måder. I det foreliggende studium blev der afprøvet et antal forskellige responsfunktioner, og konklusionen blev, at et simpelt produkt af temperatur og fotoperiode gav den bedste model, se Jensen og Olesen (under udarbejdelse):

$$(18) \quad r(\beta, T) = (\beta_{req})^{-1} T_+ \cdot PP.$$

Modellen, som har fået navnet TPP-VC, viste sig signifikant bedre end GDD-VC modellen. Inddragelse af fotoperioden giver en bedre model, idet der tages hensyn til hurtigere udvikling under lange dage, hvilket er helt i overensstemmelse med antagelsen, at byg er en langdagsplante.

Denne model er på lignende vis som GDD-VC modellen udvidet med lerindhold og sortseffekter. Sidstnævnte model har betegnelsen VARTPP-VC og er medtaget i tabel 4. Begge udvidelser viste sig signifikante, og konklusionerne afviger ikke væsentligt fra de tilsvarende modeller uden fotoperiode.

I alle analyser er der som nævnt anvendt 2 varianskomponenter som i GDD-VC modellen (10). Modeller med varianskomponenter var i alle tilfælde klart signifikant bedre end modeller, hvor de 318 observationer antages uafhængige. TBS-transformation med $\lambda=0$ svarende til analyse af logaritmer gav for de fleste modeller en signifikant bedre modeltilpasning uden at forrykke parameterestimaterne for responsfunktionen nævneværdigt.

Modelvalidering

Baseret på resultaterne fra modeltilpasningen blev 3 modeller udvalgt til validering på de to uafhængige datamaterialer. Desuden blev de tidligere nævnte referencemodeller afprøvet. For hver model blev der udregnet prædikterede skridningsdatoer og residualer. For visse modeller blev der også udregnet residualer efter justering af modellen for at undgå over- eller underestimation. Middelværdi og spredninger for blev udregnet for hver model og benyttes som basis for sammenligning af modellernes anvendelighed i forbindelse med ægte prædiktion.

Såtidsforsøget

Resultaterne fra modelvalidering på data fra såtidsforsøget findes i tabel 5. Ved afprøvning af GDD-VC modellen på data fra såtidsforsøget viste det sig, at modellen overprædikterer skridningsdatoen. Da den anvendte sort, Vada, ikke optræder i datamaterialet, som var grundlag for modelbygningen, overrasker dette ikke. Denne iagttagelse gik igen for CLAY-VC modellen og TPP-VC modellen, hvorfor der i tabel 5 er tilføjet en søjle, hvor temperatursumskravet er justeret (β_{ns} er sat til 671 i stedet for estimatet 697 fra tabel 3), således at residu-

Tabel 5. Resultater fra validering af byg-fænologimodeller for intervallet såning-skridning. De 40 observationssæt fra såtidsforsøget (Anonym, 1967) er anvendt. Se teksten for detaljer vedr. modellerne.

Model	Oprindelige parametre		Justerede parametre
	Residual Mean (dage)	Residual Std. error (dage)	Residual Std. error (dage)
Fast hastighed	-13.4	8.8	8.8
Fast dato	2.7	5.1	5.1
Lineær regression på sådato	-2.3	3.3	3.4
GDD-VC	-2.1	2.2	2.1
CLAY-VC	-3.0	2.2	1.9
TPP-VC	-1.7	1.8	1.7

alernes middelværdi bliver 0. TPP-VC modellen synes at være mest anvendelig. Den adskiller sig ikke signifikant fra GDD-VC modellen, men residualernes fordeling er pånere for TPP-VC modellen. Dette er diskuteret nærmere i Jensen og Olesen (under udarbejdelse).

Det mest bemærkelsesværdige fra valideringen er, at modellerne passer så godt. Spredningen er så lav som 2 dage, hvilket er i samme størrelsesorden som usikkerheden ved bestemmelsen af skridningsdatoen.

En grund til, at modellerne passer så godt kan

være, at det første såtidspunkt blev valgt, da jorden var bekvem for såning, modellerne kan eventuelt være følsomme overfor såning på tidligere, uegnede tidspunkter. Imidlertid må det konkluderes, at modellerne ikke er følsomme overfor sene såtidspunkter.

Opdaterede sortsdata

Modelvalidering med opdateringsdata gav resultater, som er præsenteret i tabel 6.

Tabel 6. Resultater fra validering af byg-fænologimodeller for intervallet såning-skridning. De 113 observationer fra opdaterings-datasættet er anvendt. Se teksten for detaljer vedr. modellerne.

Model	Oprindelige parametre	
	Residual Mean (dage)	Residual Std. error (dage)
Fast hastighed	-0.5	10.7
Fast dato	-0.1	6.3
Lineær regression på sådato	-0.2	4.5
GDD-VC	0.0	4.4
CLAY-VC	-1.1	4.2
VARICLAY-VC	-1.0	4.1
TPP-VC	-0.1	3.7
VARTPP-VC	-0.8	3.5

Problemet med overprædiktion, der er omtalt ovenfor, blev ikke fundet ved afprøvning af modellerne på det opdaterede sortsdatamateriale, selv om stationerne Blangstedgaard, Højer, Lyngby og Studsgaard ikke er med i det materiale, som er blevet brugt til tilpasning af modellerne.

For referencemodellerne blev der opnået resultater analoge til de tidligere nævnte, men som det fremgår af tabel 6 er spredningerne større og sammenlignelige med spredningerne fundet ved modeltilpasningen. GDD-VC modellen synes ikke at være bedre end regressionsmodellen, men for de øvrige modeller fås mere præcis prædiktion af skridnings-tidspunktet. Modellerne med lerindhold inkluderet synes at overprædiktere skridnings-tidspunktet og bør nok ikke anvendes til prædiktion.

Konklusionen må være, at den meget simple TPP-VC model med justering af β_{nq} med hensyn til sorten, er meget egnet for prædiktion af skridningsdatoen under danske forhold. Det

næste skridt mod en operationel model vil være at undersøge, om modellen kan benyttes til at prædiktere udviklingstrin mellem såning og skridning.

Diskussion

Udover de simple lineære temperaturrespons-funktioner, som er omtalt her, er afprøvet modeller med henholdsvis 3. grads polynomiel og logistisk temperaturrespons. Begge gav for det foreliggende datamateriale ikke bedre resultater end de simple responser. Dette ville formodentlig ikke være tilfældet, hvis man benyttede data fra områder med større temperaturvariation eller mere følsomme plantearter.

Selv om modellerne generelt viste gode egenskaber ved afprøvning på de uafhængige datamaterialer, kan responsfunktionerne muligvis endnu forbedres. Man kan fx. tage hensyn til forskellig respons på døgnets maksimum- og minimumstemperatur, som det gøres i visse majs-modeller.

I denne artikel er der fokuseret på intervallet såning-skridning, hvilket var diktet af manglende datamaterialer med detaljerede fænologiske registreringer gennem planternes vækstperiode. Hvis modellerne skal bruges i praksis, fx. i forbindelse med vanding, er det naturligvis afgørende, at man kan prædiktere mellemliggende udviklingstrin. Det er uvist, om de præsenterede modeller er i stand til noget sådant.

En naturlig udvidelse af modellerne er flertrinsmodeller, hvor planternes respons tillades at være forskellig i de forskellige fænofaser. For bygs vedkommende kunne intervallet såning-skridning fx. opdeles i 3 delintervaller: såning-spiring, spiring-bloomsterinitiering, bloomster-initiering-skridning, i hvilke temperatur- og specielt daglængderesponserne meget vel kan tænkes at være forskellige.

Principielt repræsenterer flertrinsmodeller en mindre udvidelse af første passagetid modellerne. Modeltilpasning kræver imidlertid brug af mere detaljerede skalaer til beskrivelse af udviklingstrin, fx. Zadoks skala, eller måske endog skalaer baseret på studier af skudspidsen i lup eller mikroskop. Disse metoder er dog ret arbejdskrævende, og så vidt vides foreligger der i Danmark ikke større datamængder med den ønskede detaljeringsgrad.

De her omtalte modeller kan benyttes til at definere en 'biologisk tidsakse', hvorved planternes udviklingstrin på et givet tidspunkt kan udtrykkes ved et reelt tal. Dette er dog ikke, hvad man normalt forstår ved prædiktion. For at kunne forudsige planternes udviklingstrin frem i tiden, er det nødvendigt også at have en model for prædiktion af temperaturforløbet. Da modellerne er ikke-lineære, synes det naturligt at foretage prædiktionen og estimation af usikkerhed ved hjælp af simulering.

Referencer

Angus, J. F., D. H. MacKenzie, R. Morton og C. A. Schafer (1981): Phasic development in

field crops. II. Thermal and photoperiodic responses of spring wheat. *Field Crops Research* 4 (3), 269-283.

Anonym (1967): Sætidsforsøg med vårvæde 1963-1966. Meddelelser fra Statens Forsøgsvirksomhed i Plantekultur, nr. 811.

Carroll, R. J. og D. Ruppert (1984): Power transformations when fitting theoretical models to data. *Journal of the American Statistical Association* 79, 321-328.

Jensen, J. E. og J. E. Olesen (1991): Development and validation of climate-based models for prediction of barley phenology. *Under udarbejdelse*.

Jensen, J. E. og M. Rudemo (1991): First passage time models for prediction of developmental stages. *Biometrical Journal* 33, (1).

Kiesling, T. C. (1982): Calculation of the length of the day. *Agronomy Journal* 74, 758-759.

Morton, R. (1981): Optimal estimating equations with application to insect development times. *Australian Journal of Statistics* 23, 204-213.

Reaumur, R. A. F. de (1735): Observations du thermometre, faites à Paris pendant l'année 1735, comparées avec celles qui ont été faites sous la Ligne, à l'Isle de France, à Alger et en quelques-unes de nos îles de l'Amérique. *Mémoires de l'Académie des Sciences*, Paris, 545-576.

Robertson G. W. (1983): Weather-based mathematical models for estimating development and ripening of crops. Tech. Note No. 180. World Meteorological Organization, Geneve.

Thompson, N., I. A. Barrie og M. Ayles (1981): The Meteorological Office rainfall and evaporation calculation system: MORECS (July 1981). Hydrological Memorandum No. 45. Meteorological Office, London Road, Bracknell, Berkshire, England. 69 pp.

Arbejdet, som ligger til grund for denne artikel, er støttet af Statens Jordbrugs- og Veterinærvidenskabelige Forskningsråd (SJVF) gennem projektet "Modeller for Planternes Fænologiske

udvikling", der var et samarbejdsprojekt mellem Jordbruksmeteorologisk Tjeneste, Foulum og Matematisk Institut, KVL.

Metoder for test af varianshomogenitet

Methods for testing homogeneity of variances

Bjarne Nielsen, Afd. for Biometri og Informatik

Resumé

I denne artikel vises forskellige metoder, der kan anvendes ved test for varianshomogenitet. De bedste metoder fra den statistiske litteratur vil blive gennemgået specielt med henblik på anvendelse inden for biologiske data. I artiklen konkluderes, at valget af metode for test af varianshomogenitet afhænger af fordelingen af data. Hvis data er normalfordelte, er Bartletts test den bedste metode, men hvis data afviger fra at være normalfordelte, synes de bedste metoder at være dem, som anvender de robuste afvigelser fra medianen. En andre metoder, der også behandles, er en bootstrap-procedure af Bartletts test. Ved denne procedure kan Bartletts test anvendes uden antagelsen om normalfordelte data.

Summary

In this paper there will be shown different ways to test homogeneity of variances. The best methods from the literature will be reviewed and these methods will be shown, specially with references to application on biological data. It is concluded, that the choice of methods for testing homogeneity, depend on the distribution of the data. If data is normal distributed then Bartlett test seems to be the best, but if data deviate from the normal-distribution the best method seems to be methods that uses the robust deviation from the median. Other methods that have been presented is a bootstrapping procedure on Bartletts test. With this procedure Bartletts test does not have the assumption about normality.

Indledning

I forbindelse med forsøg indenfor planteavl-forskning, opstår der af og til et ønske om, at kunne måle og teste ensartetheden mellem planter. Specielt inden for planteforædling er behovet for analyse af ensartethed blevet større de seneste år i forbindelse med udvikling af nye bioteknologiske metoder dels til kloning og dels til andre bioteknologiske metoder, hvor der fremstilles nyt plantemateriale. Således har ensartethed stor betydning bl.a ved dyrkning af nye potteplanter i væksthuse og ved dyrkning af visse grøntsager på friland.

I klonforsøg med potteplanter er der flere gange observeret kloner, som efter en visuel bedømmelse med stor sikkerhed ville kunne klassificeres som forskellige med hensyn til ensartethed. Alligevel har en statistisk analyse på baggrund af variationskoefficienter ikke kunnet påvise signifikante forskelle mellem klonerne (Ottosen & Christensen, 1988).

På baggrund af den biologiske problemstilling er det målet i denne artikel gennem litteraturstudier at opstille de bedste udtryk for analyser og test af ensartethed. De mest lovende me-

der er afprøvet på data fra et klonforsøg udført på Årslev.

Den statistiske litteratur for test af varianshomogenitet er stor. Igennem de seneste halvtreds år er der opstillet adskillige teorier, der alle har til formål at teste homogeniteten af variansen mellem stokastiske fordelinger. De fleste af disse test er sammenlignet af Conover *et. al.* (1981), hvor metoderne inddeltes i 4 grupper:

- 1) Test, der støtter sig til antagelsen om normalfordeling.
- 2) Test, der anvender estimerer for kurtosis
- 3) Modificerede F-test.
- 4) Lineære rang test.

Specielt med hensyn til varianshomogeniteten i flerfaktorforsøg har Games & Wolfgang (1983) gennemgået seks anvendelige metoder. Disse metoder opdeles således, at variansen for de tre metoder antages at være multiplikativ, mens variansen for de andre tre metoder antages at være additiv.

Simuleringsforsøg

For at undersøge værdien af de forskellige metoder, er der flere steder i litteraturen opstillet simuleringsforsøg (Monte Carlo sampling). I disse forsøg undersøges metoderne typisk, for om de er robuste med hensyn til teststørrelsen, og for deres styrke ved forskellige fordelinger. Derudover undersøges metodernes afhængighed af antal af observationer i de enkelte fordelinger.

I simuleringsforsøgene er det almindeligt, at der udvælges mindst tre fordelinger. Typisk er det en normalfordeling, en anden symmetrisk fordeling og en ikke symmetrisk fordeling. Inden for hver fordeling genereres ved hjælp af en tilfældighedsgenerator et antal uafhængige udfald, X_j , hvor $j=1,2,\dots,n_i$. Dette gentages k gange, hvor k svarer til antallet af grupper, og

n_i er antallet i hver gruppe. Ved at sammen sætte grupperne fås et datasæt, som består af udfald af X_{ij} , hvor $i=1,2,\dots,k$ er antal grupper. Hvis gruppstørrelsen n_i er lille, er der normalt omkring 5 udfald af j , mens der for store grupper er omkring 50 udfald ($n_i=50$) for hver i . Når et datasæt genereres, kan der ændres på variansen i udfaldene for de forskellige i . Hvis variansen for udfaldene for $i=1$ er σ_1^2 , kan variansen for udfaldene for $i=2$ f.eks være $\sigma_2^2=a\sigma_1^2$, hvor a er et reelt tal større end nul.

Når et datasæt er dannet efter ovennævnte procedure, indebærer det, at data består af stokastiske udfald fra samme fordeling, men eventuelt med forskellig varians og forskellig størrelse af n_i . Et simuleringsforsøg udføres ved at gentage ovennævnte procedure 1000 gange eller mere, hvor alle sæt har samme varianser og antal observationer for hver i . Hvis der for hver gentagelse anvendes en metode for undersøgelse af ensartet varians, kan der for en given fordeling registreres hyppigheden, hvormed nulhypotesen forkastes. Under nulhypotesen H_0 : antages variansen at være ens for de enkelte datasæt.

Hvis datasættene i simuleringsforsøgene er udfald fra en fordeling, hvor variansen for alle grupperne er den samme, da skal hyppigheden, hvormed en robust metode forkaster nulhypotesen svare til signifikansgrænsen, f.eks $\alpha=0,05$. Hvis derimod datasættene er udfald fra samme fordeling, men med forskellig varians, da skal det antal gange som nulhypotesen forkastes ske med så stor frekvens som muligt. Metoder med stor teststyrke forkaster ofte nulhypotesen, når variansen i datasættene er forskellige.

En given tests anvendelighed beskrives ofte ved betegnelserne: fejlen af type I og fejlen af type II. Fejl af type I er fejl, hvor H_0 forkastes, givet at hypotesen er sand, mens fejl af type II er fejl, hvor en falsk hypotese accepteres.

I en stor del af litteraturen demonstreres, hvorledes en eller flere test mangler robusthed eller styrke for forskellig valgte fordelinger. Disse manglende egenskaber leder ofte til, at der udvikles nye test eller alternative procedurer af gamle test.

Litteratur oversigt

Bartlett's test for varianshomogenitet antager, at de stokastiske variable følger en normalfordeling. Testen er meget følsom over for denne antagelse.

Layard (1973) undersøger fire metoder og konkluderer, at der ikke er megen forskel på at vælge Scheffér's χ^2 metode og Miller's jackknife metoden. Begge metoder er bedre end Bartlett's test og en metode udviklet af Box (1953), når de vurderes både med hensyn til robusthed og styrke på data, der ikke er normalfordelte. For både normalfordelte data og ikke normalfordelte data konkluderer artiklen også, at Box's metode har mindre styrke end de tre andre test, men er mere robust ved de undersøgte signifikansniveauer. I artiklen er testene analyseret ved signifikansniveauerne: $\alpha=0,05$ og $\alpha=0,01$.

Efterfølgende disse analyser har Brown & Forsythe (1974) lavet sammenlignende studier af Miller's jackknife procedure, Scheffér's χ^2 metode og modificerede udgaver af Levenes (1960). Analysen viste, at når en metode samtidigt skal anvendes på symmetriske -og ikke symmetriske fordelinger, da er de modificerede metoder af Levenes (1960) mest robuste.

Det samme resultat konkluderes af Conover *et al.* (1981), der er den største og mest grundige sammenlignende undersøgelse af robusthed og styrke af forskellige test for varianshomogenitet. Conover *et al.* (1981) undersøger i alt 56 metoder ud fra hvilke det konkluderes, at kun tre af de undersøgte metoder har rimelig robusthed og styrke ved skæve fordelinger. Disse

metoder er: Levenes metode modificeret med medianen og to lineære rang test beskrevet af Fligner & Killeen (1976) og modificeret af Conover *et al.* (1981).

Selv om anvendeligheden af disse test er bekræftet i flere artikler, er det også klart, at testene mangler styrke og har tendens til at være konservative, hvis der er en lille data-mængde. For at rette disse fejl har Boos & Brownie (1989) anvendt bootstrapping på udvalgte metoder.

Metoder

I det efterfølgende beskrives de mest relevante metoder fra litteraturen inden for test af varianshomogenitet.

For $i=1,2,\dots,k$ lad da X_{ij} være uafhængige tilfældige udfald af størrelsen n_i af k sæt med middelværdien μ_i og variansen σ_i^2 , hvor hvert udfald af X_{ij} fra $j=1,2,\dots,n_i$ antages at være fra samme fordelingsfunktion, $G_i(x)$. Antages også at $G_i(x)=G_0((x-\mu)/\sigma_i)$, hvor $G_0(x)$ har en middelværdi på $\mu=0$, og en spredning på $\sigma_i=1$. Ved test for ensartet varians (spredning) opstilles hypotesen $H_0: \sigma_1=\sigma_2=\dots=\sigma_k$.

Efterfølgende defineres en række parametre, der anvendes i løbet af teksten.

Et estimat for variansen σ_i^2 er defineret som:

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{n_i-1} \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2 \quad (1)$$

hvor \bar{X}_i er et estimat for μ_i defineret som

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} X_{ij} \quad (2)$$

Det samlede antal udfald eller antal observationer i alle k grupper er:

$$N = \sum_{i=1}^k n_i \quad (3)$$

$$T = (N-k) \ln \left(\frac{\sum_{i=1}^k (n_i-1)s_i^2}{(N-k)} \right) - \sum_{i=1}^k (n_i-1) \ln s_i^2,$$

En parameter, der kan benyttes til at beskrive en fordelings topstøjhed, er kurtosis. Estimatet for kurtosis for fordelingen G_i defineres som:

$$\hat{\beta}(G_i) = \frac{\frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^4}{\delta_i^4} \quad (4)$$

I den følgende beskrivelse af forskellige test for varianshomogenitet vil der flere gange blive anvendt en ensidig variansanalyse. Derfor opskrives funktionen for teststørrelsen af en almindelig ensidig variansanalyse af Y_{ij} som:

$$F(Y_{ij}) = \frac{\sum_i n_i (\bar{Y}_i - \bar{\bar{Y}})^2 / (k-1)}{\sum_i \sum_j (Y_{ij} - \bar{Y}_i)^2 / (N-k)}, \quad (5)$$

$$\bar{Y}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}, \quad \bar{\bar{Y}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}$$

hvor teststørrelsen $F(Y_{ij})$ er F -fordelt med $(k-1), (N-k)$ frihedsgrader, som herefter skrives: $F_{(k-1, N-k)}$.

Bartletts test

Allerede i 1937 udviklede Bartlett en test for varianshomogenitet for normalfordelte variable af k sæt med n_i udfald i hver. For $k=2$ er teststørrelsen for H_0 en test mellem to varianser, hvor $F = \delta_1^2 / \delta_2^2$ er F -fordelt med (n_1-1) og (n_2-1) frihedsgrader. Med flere end to fordelinger benyttes Bartletts test af k grupper, hvor $K = T/C$ er χ^2_{k-1} fordelt, og

$$C = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left(\sum_{i=1}^k \frac{1}{(n_i-1)} - \frac{1}{(N-k)} \right) \quad (6)$$

Anvendeligheden af Bartletts test afhænger meget af, om G_0 er normalfordelt. Hvis G_0 ikke følger en normalfordeling, men en fladere fordeling, hvor kurtosis er mindre end tre, da vil Bartletts test være konservativ, da testen for sjældent vil forkaste H_0 . Hvis G_0 derimod følger en støjligere fordeling end en normalfordeling, da vil Bartletts test for ofte forkaste nulhypotesen H_0 .

Denne afvigelse bliver tydeligere, når der analyseres på en fordeling, hvor $k=4$ frem for, når $k=2$ (Layard, 1973).

Hvis forudsætningerne om normalfordeling er opfyldt, har testen den største styrke sammenlignet med de fleste andre test. Det er dog vigtigt at påpege, at testen er meget følsom over for denne antagelse (O'Brien, 1978, Conover et. al., 1981). Senere i afsnittet om bootstrapping vises, hvordan teststørrelsen fra Bartletts test kan anvendes uden antagelsen om normalfordeling.

Test på opdelte grupper

Denne procedure forløber over to beregningstrin. Først dannes en variabel $Y_{ip} = \log_{10} x_{ip}^2$ ved at underopdele hver af de oprindelige k grupper i tilfældige undergrupper, hvor antallet $n_i = m_i J_i$. De opdelte data betegnes ved $q=1, 2, \dots, J_i$, og $p=1, 2, \dots, m_i$, hvor J_i er antal udfald i den i te undergruppe, og m_i er antallet af undergrupper i i . I hver undergruppe beregnes logaritmen af de uafhængige varianser. Uafhængighed mellem Y_{ip} eksisterer, hvis observationerne X_{ij} er uafhængige. Den egentlige test for varianshomogenitet

nitet foregår i andet beregningstrin, hvor der udføres en traditionel ensidig variansanalyse på Y_{ip} . Testens matematiske udformning er:

$$F_{(k-1, M-k)} = F(\ln s_p^2), \quad (7)$$

$$s_p^2 = \frac{1}{J_i-1} \sum_{q=1}^{J_i} (X_{iq} - \bar{X}_i)^2,$$

$$M = \sum_i m_i$$

At logaritmetransformere s_p^2 medfører, at Y_{ip} tilnærmes at være varianshomogene, hvilket er en forudsætning for F -testen af variansanalysen.

Denne metode forudsætter additive effekter i undergrupperne p . Hvis effekterne derimod er multiplikative, kan variationskoefficienten CV_p med fordel anvendes. Det gælder dog kun, hvis $CV_p < 0,5$ (Kristensen, 1980). Variationskoefficienten er defineret som forholdet mellem spredningen og middelværdien. Variationskoefficienten i undergrupperne m_i bliver derfor $CV_p = s_p / \bar{X}_p$.

En uheldig side ved testen i (7) er, at det ikke giver et entydigt resultat for et givet sæt af k data. Hvis data er underopdelt i m_i undergrupper, vil resultatet af testen være forskelligt afhængigt af, hvor mange observationer der er i disse undergrupper (O'Brien, 1978).

I et balanceret design, med samme antal observationer, i alle undergrupper m_i fremgår det af litteraturen, at den mest hensigtsmæssige størrelse på m_i er den, der ligger nærmest på kvadratroden af det samlede antal observationer, m . Dette betyder at:

$$m_i = m = \sqrt{n_i} \quad (8)$$

Simuleringsforsøg med balancede ensidige designs har demonstreret, at denne test er rimeligt robust med hensyn til signifikansgrænsen

ved forskellige fordelinger, men at testen mangler styrke (O'Brien, 1978, Layard, 1973). Manglen på styrke bliver tydeligere, når der analyseres på fordelinger af fire grupper ($k=4$) frem for på kun to grupper fra en given fordeling (Layard, 1973).

Test på absolutte afvigelser

Levene (1960) viser i sine metoder, at en ensidig variansanalyse på de absolutte afvigelser, $|X_{iq} - \bar{X}_i|$ kan anvendes som en test for homogeniteten af σ_i^2 . Derved kan opskrives følgende teststørrelse:

$$F_{(k-1, N-k)} = F(Y_p), \quad (9)$$

$$Y_p = |X_{iq} - \bar{X}_i|$$

hvor \bar{X}_i er middelværdien i den i 'te gruppe.

Det ses, at denne metode har langt flere frihedsgrader til residualerne i F -testen i den ensidige variansanalyse, end der er ved testen i (7). Dette skyldes, at der ved denne metode indgår lige så mange observationer (N) for variansanalysen, som der er i de oprindelige datasæt, mens der i (7) kun anvendes (M) observationer.

Egentlig er det en tilsnigelse at lade (9) beskrive en test for $H_0: \sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_k$. Testen må egentlig beskrives som en test for homogeniteten af spredningen, frem for en test for homogeniteten af variansen, da testen analyserer på middelværdierne af de absolutte afvigelser, og ikke direkte anvender varianserne (Games & Wolfgang, 1983).

Siden 1960 er der undersøgt forskellige modificerede udgaver af (9), f.eks har Brown & Forsythe (1974) anvendt en metode, hvor \bar{X}_i er udskiftet dels med medianen og dels med en trimmet middelværdi, hvor 10% af de ekstreme observationer er undladt. Conover *et. al.* (1981) har undersøgt flere modificerede metoder af (9)

ved at udføre ensidig variansanalyse både på Y_i^2 , $\ln Y_i$ og $\sqrt{Y_i}$ samtidig med, at der også er undersøgt virkningen af at lade \bar{X}_i udskifte med medianen \tilde{X}_i således at:

$$F_{(k-1, N-k)} = F(|X_g - \bar{X}_i|) \quad (10)$$

Denne metode er flere steder i litteraturen beskrevet som meget robust over en lang række fordelinger. I undersøgelsen af Conover *et al.* (1981) er metoden, den mest robuste af samtlige undersøgte metoder både for meget skæve fordelinger, for normalfordelinger og exponentialfordelinger. Men metoden har en betydelig mangel på styrke i forhold til andre metoder, hvis antallet af observationer i grupperne er mindre end 10. Ved udfald fra fire normalfordelinger ($k=4$) med forskellig varians og fem observationer for hver fordeling ($n_i=5$), da forkastes H_0 kun med en frekvens på 6,5%. Hvis der derimod er mange observationer fra hver af de fire normalfordelinger, da er styrken rimelig. F.eks hvis der er 20 observationer i hver af de fire fordelinger med forskellig varians (samme variansfordeling som ovenfor), da er styrken tæt på Bartletts test. Kun få metoder har da større styrke (Conover *et al.*, 1981).

Ved simuleringsforsøg med samme varians og $k=2$ har Brown & Forsythe (1974) undersøgt metoden på stokastiske udfald fra en normalfordeling, en t-fordeling og χ^2 -fordeling begge med 4 frihedsgrader. For alle tre fordelingstyper er hyppigheden, hvormed metoden forkaster nulhypotesen, tæt på signifikansgrænsen på 5%. Dette gælder både, når der er det samme antal i hver gruppe, og når antallet i grupperne er forskellige. I samme artikel demonstreres også, at for to normalfordelinger med samme varians, er der tendens til, at metoden er konservativ når der er få observationer i hver gruppe. Dette viser sig ved, at der observeres mindre P -værdier end forventet i de genererede data, som metoden er afprøvet på (Brown & Forsythe, 1974). Samme tendens er vist af O'Brien (1978) for $k>2$. Her påpeges det, at

metoden er meget konservativ for $n_i<8$, og at testen derfor kun bør anvendes for $n_i>=8$.

I overensstemmelse med disse resultater er der ved fire grupper ($k=4$) med $n_1=n_2=n_3=n_4=5$ udfald fra normalfordelinger med samme varians fundet, at hyppigheden, hvormed H_0 forkastes på 5%-niveau kun er 0,2%. Hvis der derimod er mere end 10 observationer i hvert sæt, da konkluderes testen som robust over en lang række fordelinger og med forskellige antal i hvert sæt (Conover *et al.*, 1981).

En anden variant af Levenes (1960) test er

$$F_{(k-1, N-k)} = F([X_g - \bar{X}_i]^2) \quad (11)$$

Denne test har lidt større styrke end (10) og har den største styrke efter Bartletts test, når der er mere end 20 observationer i fire grupper fra normalfordelinger med forskellig varians, men metoden er ikke robust i skæve fordelinger og mangler styrke i forhold til (10) i symmetriske exponentialfordelinger, specielt ved fordelinger med forskellige n_i . (Conover *et al.*, 1981).

Dette stemmer overens med Brown & Forsythe (1974), som viser, at metoden har den største styrke i symmetriske fordelinger i forhold til modificerede metoder af (9), hvor der er anvendt median eller trimmet middelværdi. De viser også, at metoden mangler styrke ved en χ^2 -fordeling med fire frihedsgrader. Her anbefaler forfatterne, at der benyttes en metode, som anvender medianen frem for middelværdien som estimat for \bar{X}_i .

En tendens til at give større type I fejl er også diagnosticeret i ubalancede forsøgsplaner med flade fordelinger ($\beta(G_i)<3$) i forhold til balancede forsøgsplaner. Dette skyldes, at for de grupper hvor n_i er stor, er der en tendens til at være mindre værdier af varianser. Den modsatte effekt opstår ved fordelinger, hvor $\beta(G_i)>3$ (O'Brien, 1978). Det kan endvidere vises, at

hvis alle forudsætningerne for variansanalysen er opfyldt med undtagelse af, at der inden for klasserne er en intercorrelation δ , da vil type I fejlen være større end α for $\delta > 0$. Derimod for $\delta < 0$ vil variansen have en tendens til at være estimeret større end den sande værdi, og type I fejlen vil være mindre end α (O'Brien, 1978).

Rang test

Dette test er ikke parametriske test, hvor der anvendes en funktion af rangen udregnet på tværs af alle grupper. I hver gruppe anvendes de estimerede rangværdier i en test for ensartethed imellem grupperne. Forskellige udformninger af rangtest er beskrevet flere steder i litteraturen (Fligner & Killeen, 1976, Talwar & Gentle, 1977 Conover et.al., 1981). I nærværende artikel demonstreres en metode, der først er beskrevet i Fligner & Killeen (1976) og senere modifieret af Conover et.al. (1981).

Først justeres alle k grupper for deres forskellige middelværdier. Dette kan gøres på flere måder, men den mest robuste metode er at anvende medianerne således, at $Y_{ij} = |X_{ij} - \tilde{X}_i|$, hvor \tilde{X}_i er medianen i grupperne. Værdierne for Y_{ij} anvendes derefter til at estimere rangen R_{ij} af Y_{ij} , idet rangen estimeres på tværs af grupperne d.v.s over alle N observationer. Disse rangværdier anvendes i en scorefunktion:

$$a_{N, v} = \Phi^{-1} \left(\frac{1}{2} + \frac{R_{ij}}{2(N+1)} \right) \quad (12)$$

hvor Φ^{-1} er den inverse af normalfordelingsfunktionen.

Hvis middelværdien af scoringsværdierne $a_{N,i}$ er ens for alle grupperne, er det udtryk for, at afvigelserne fra medianen Y_{ij} er af samme størrelsesorden i alle grupper. Hvis derimod middelværdien for scoringsværdierne for enkelte grupper er større end for andre, da er det tegn på at afvigelserne er forskellige i en eller flere

grupper. Ensartetheden af scoringsværdierne kan undersøges ved et F -test, hvor

$$F_{(k-1, N-k)} = F(a_{N, v}) \quad (13)$$

Frem for at udføre en variansanalyse på scoringsfunktionsværdierne fra (12), kan der udføres variansanalyse direkte på rangværdierne R_{ij} eller på en anden funktion af R_{ij} f.eks på R_{ij}^2 , men disse metoder er mindre robuste ved skæve fordelinger (Conover et.al., 1981).

Ulempene ved rang-metoden fra formel (13) er, at metoden har en tendens til at være lidt konservativ for symmetriske fordelinger. Når den anvendes på data med samme varians og 5 observationer i hver gruppe, forkastes nulhypotesen på 5%-niveauet kun i 0,9% af tilfældene. Dertil kommer, at metoden er mindre robust ved anvendelse i meget skæve fordelinger (på 5%-niveau forkastes nulhypotesen i 11% af tilfældene), men det er samtidig den eneste metode, der viser en smule styrke ved disse fordelinger. Fordelene er dog så store at metoden fra formel (13) konkluderes som en af de bedste både med hensyn til robusthed og med hensyn til styrke, hvis samme metode skal anvendes i symmetriske så vel som i skæve fordelinger. (Conover et. al., 1981).

Bootstrapping

I dette afsnit præsenteres kort teknikken omkring Bootstrapping, som den er beskrevet i litteraturen af Efron & Tibshirani (1986).

Antages det, at data består af n tilfældige udfald fra en ukendt fordelingsfunktion $G(x)$, hvor

$$X_1, X_2, \dots, X_n \sim G(x) \quad (14)$$

Hvis de observerede udfald er $X_1=x_1, X_2=x_2, \dots, X_n=x_n$ lad da det observerede datasæt være $y=(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Hvis der til hver af udfaldene fra (14) knyttes sandsynligheden $1/n$, da er et bootstrap sæt, de

data, der opstår ved med tilbagelægning at tage n uafhængige udfald fra $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Hvis der om et sæt af n udfald anvendes notationen $y^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, henvises til resampling fra de oprindelige udfald i y . Fordelingsfunktionen for udfaldene i y^* kaldes F . Denne fordelingsfunktion vil være en empirisk fordeling af de oprindelige udfald fra $G(x)$.

Anvendelsen af bootstrapproceduren kan f.eks. være ved estimeringen af spredningen σ_θ på en given parameter kaldet θ fra $G(x)$, hvor θ er en statistisk parameter beregnet af y . Hvis $\hat{\theta}^*$ er estimatet af en statistisk parameter θ beregnet for y^* , da kan gentagne beregninger af $\hat{\theta}^*$ udføres på en computer, idet beregningerne opdeles i tre trin:

- Anvendelse af en tilfældighedsgenerator, der uafhængigt trækker et stort antal bootstrap-prøver kaldet $y^*(1), y^*(2), \dots, y^*(B)$;
- For hver af disse bootstrap-prøver bestemmes den undersøgte parameter kaldet $\theta^*(b) = \theta^*(y^*(b))$, hvor $b=1,2,\dots,B$;
- Til sidst estimeres standardafvigelsen på $\theta^*(b)$ ved

$$\hat{\sigma}_B = \sqrt{\frac{\sum_{b=1}^B [\theta^*(b) - \bar{\theta}^*]^2}{B-1}}, \quad (15)$$

$$\bar{\theta}^* = \frac{\sum_{b=1}^B \theta^*(b)}{B}$$

Det ses, at for $B \rightarrow \infty$, vil $\hat{\sigma}_B$ gå imod σ_θ , der er bootstrapestimatet af standardafvigelsen af θ . Efron & Tibshirani (1986) har vist, at $\hat{\theta}^*$ er rimeligt estimat for σ_θ .

Det er klart, at hvis parameteren θ er middelværdien, er det traditionelle estimat for spred-

ningen indiskutabelt. Men hvis der med θ f.eks. tænkes på medianen eller en anden parameter, der ikke har et entydigt udtryk for et estimat af spredningen, da vil et bootstrapestimat for spredningen være oplagt.

Bootstrapping af Bartletts test

Målsætningen med at anvende Bootstrapping af Bartletts test er at opstille en fordelingsfunktion af σ_1^2/σ_2^2 eller K , uden at der kræves antagelse om normalfordeling af G_0 . (Boos & Brownie, 1989).

Anvendelse af Bootstrapping ved Bartletts test medfører en resampling af de oprindelige data, hvor der med tilbagelægning genereres B gentagelser af de k uafhængige grupper.

Da det antages, at alle udfald X_{ij} i k grupper er fra samme fordelingsfunktion G_0 , og da målsætningen er at estimere denne fordeling bedst muligt, da er det hensigtsmæssigt at danne de B Bootstrap gentagelser på tværs af alle k grupper. Dette kræver, at hver af de k grupper skal justeres for μ_i . Et naturligt estimat for μ_i er middelværdien for de enkelte grupper, således at $\hat{\mu}_i = \bar{X}_{i\cdot}$. Andre estimater kan også anvendes, specielt ved data med få observationer for hver gruppe (Boos & Brownie, 1989).

For at udføre et Bootstrap estimat konstrueres derfor et datasæt S , hvor

$$S = [X_{ij} - \hat{\mu}_i] \quad , \quad j=1,2,\dots,n_i \quad \text{og} \quad i=1,2,\dots,k \quad (16)$$

Fra S trækkes uafhængigt og med tilbagelægning et antal udfald, der svarer til k grupper hver med størrelsen n_i . Dette gentages B gange. For hver gentagelse beregnes K' . Derved fås en række K -værdier, der betegnes K'_1, K'_2, \dots, K'_B . Den empiriske fordeling af K'_1, K'_2, \dots, K'_B er den bootstrap-estimerede fordelingsfunktionen for K_0 , hvor K_0 er værdien af K beregnet for de oprindelige data.

Hvis H_0 skal forkastes på niveauet α for store K_0 , da skal K_0 være mindst lige så stor som $(1-\alpha)$ fraktilen i den Bootstrapede tæthedsfunktion af K . Den Bootstrapede P -værdi er sandsynligheden for, at K er mindst lige så stor som K_0 .

En beregning af P -værdien kan gøres ved for alle K_1, K_2, \dots, K_B at sammenligne K_b med K_0 . Derefter noteres det antal gange B_N , hvor $K_b \geq K_0$. Værdien af P kan da estimeres som $\hat{P}_B = 1 - B_N/B$. Det ses, at udfaldene af B_N vil være binomialfordelt $B(B, P_B)$, og variansen på estimatet af P_B vil derfor være $\text{var}(\hat{P}_B) = \hat{P}_B(1 - \hat{P}_B)/B$. For $B=1000$ og en signifikant P -værdi på $P_B=0,05$ bliver $\text{var}(\hat{P}_B)=0,007^2$, hvilket almindeligvis er en acceptabel lille variation. Mere omfattende analyse af estimatet og variationen for P_B kan findes ved at anvende nestede bootstrap beregninger (Hinkley, 1989, Beran, 1988).

Imidlertid kan beregningerne ved $B=1000$ tage lang tid selv med store moderne computere. Derfor kan det være praktisk at lade størrelsen af B afhænge af \hat{P}_B , således at der først estimeres en P -værdi for $B=100$. Hvis $P_{100} > 0,2$, stoppes proceduren, og det konstateres, at H_0 ikke kan forkastes. Derimod hvis $P_{100} < 0,2$, fortsættes med yderligere et antal bootstrap-sæt, indtil beregningerne medfører en tilfredsstillende variation på P_B .

Hvis H_0 er sand, $\beta(G_i) = \beta(G_0)$ og $\mu_i = \bar{X}_i$, da kan det vises at fordelingen af K er asymptotisk lig med fordelingen af K , og hvis K_α er $(1-\alpha)$ fraktilen af K , da vil $P(K \geq K_\alpha) \rightarrow \alpha$, hvis det mindste af elementerne i $\{n_1, n_2, \dots, n_k\} \rightarrow \infty$ og $0 \leq (n/N) \leq 1$ (Boos & Brownie, 1989). Hvis derimod antagelsen om samme kurtosis for alle G_i ikke er korrekt, da vil fordelingsfunktionen for K ikke konvergerer imod fordelingsfunktionen af K . Konsekvensen bliver, at $P(K \geq K_\alpha)$ heller ikke konvergerer imod α . En alternativ bootstrap-procedure kunne i dette tilfælde være med tilbagelægning at sample bootstrap-sæt fra

X_{ij}/σ_i frem for at sample bootstrap-sæt fra (16) (Boos & Brownie, 1989).

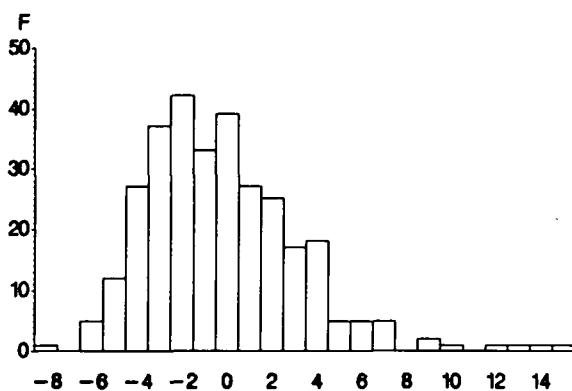
Boos & Brownie, (1989) har undersøgt bootstrap-proceduren på Bartletts test samt på forskellige andre test og sammenlignet disse procedurer med traditionelle anvendelse af testene. Ved sammenligningerne er anvendt de samme fordelinger som i Conover *et. al.* (1981), idet der for $k=4$ er anvendt udfald fra en normalfordeling og en eksponentiaffordeling. Analysen viser, at for $n_i=10$ er bootstrapping af Bartletts test mindre robust end metoden fra formel (10). Derimod har bootstrapping-metoder større styrke end testen fra formel (10), når n_i har varierende størrelse i de fire grupper. En større styrke er netop en målsætning, da ulemper ved formel (10) på trods af metodens store anvendelighed er den manglende styrke. På data, som er normalfordelte, er styrken ved bootstrapping af Bartletts test dog ikke så stor som ved normal anvendelse af Bartletts test.

Test anvendt på klonforsøg

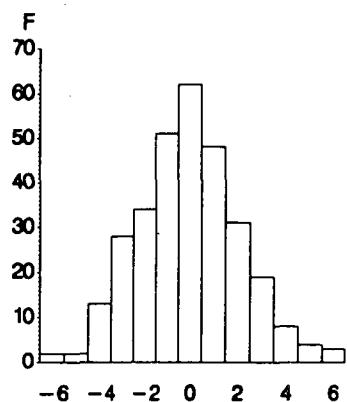
Efterfølgende analyseres på data fra et klonforsøg med 12 kloner af *Begonia elatio "Aphrodite radian"*. Forsøget var en del af et større forsøg, som er udført ved Statens Planteavlsværk og havde som formål, at finde de mest optimale kloner til potteplantekulturer. I vurderingen af klonernes anvendelighed indgik bl.a. en vurdering af, hvilke kloner der var mest ensartet.

Vurderingen af ensartethed blev foretaget ved, at et hold af sagkyndige personer vurderede de forskellige kloner og udvalgte de mest ensartede. Samtidig med disse subjektive analyser af ensartethed, blev der foretaget visse objektive mål på planterne i de enkelte kloner. Disse objektive mål var antallet af blomster, antallet af blomsterstande, højden og to mål for bredden af klonerne.

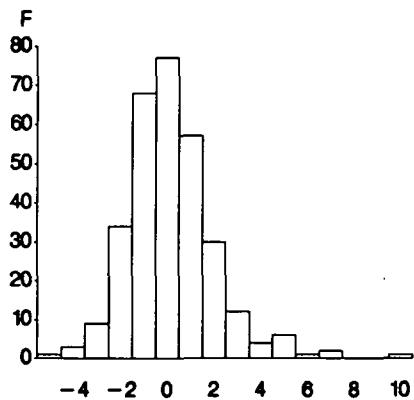
Problemet i davaærende forsøg var, at det ikke med statistisk sikkerhed var muligt på baggrund



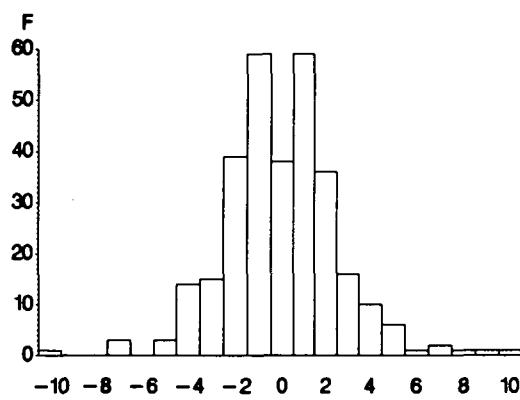
1.a) *Blomster*.



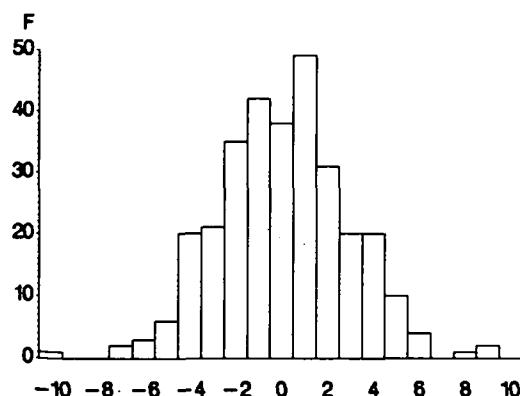
1.b) *Blomsterstande*.



1.c) *Højde*.



1.d) *Bredde 1*.



1.e) *Bredde 2*.

Figur 1: Frekvensen (F) af afvigelsen fra den estimerede middelværdien (\bar{X}_i) af de fem parametre.

Tabel 1: *P*-værdier for seks forskellige test for homogen varians på data fra forsøg med *Begonia elatior "Aphrodite Radian"*.

Metode	Formel	Blomster	Blomster stande	Højde	Bredde 1	Bredde 2
$F(\ln[s_{ij}])$	(7)	0,22	0,095	0,22	0,15	0,88
$F(X_{ij}-\bar{X}_i)$	(10)	0,51	0,13	0,035	0,67	0,19
$F(a_{N_{ij}})$	(13)	0,33	0,101	0,035	0,80	0,12
$F([X_{ij}-\bar{X}_i]^2)$	(11)	0,63	0,094	0,060	0,25	0,40
Bartletts test	(6)	0,030	0,047	0,00005	0,010	0,31
Bartlett-Bootstrap		0,48	0,06	0,07	0,28	0,46

af de objektive data at udvælge klonerne, der ud fra en subjektiv vurdering havde en høj grad af ensartethed i forhold til kloner, der var mindre ensartet (Ottosen & Christensen, 1988).

En oversigt over data fra forsøget ses i appendiks og i figurerne 1a-1e. I figurerne er vist hyppigheden af $Y_{ij}=(X_{ij}-\bar{X}_i)$, idet det forudsættes, at data følger fordelingen $G_i(x)$.

Af figurerne 1.b, 1.d og 1.e ses, at observationer over henholdsvis antallet af blomsterstande og begge mål for bredden af klonerne ser ud til at være symmetrisk fordelte. Derimod var antallet af blomster og højden af klonerne ikke symmetrisk fordelte. Disse fordelinger synes nærmest hver for sig at følge to χ^2 -fordelinger. Se figur 1.a og 1.c.

I tabel 1 ses resultaterne af seks test af variansomogenitet på datamaterialet fra klonforsøget med *Begonia elatio "Aphrodite radian"*. Datamaterialet blev opdelt således, at i indekserer de enkelte kloner. For hver klon er rækkenumerene i forsøget repræsenteret ved $j=1,2,\dots,n_i$, der kan udvides til $q=1,2,\dots,J_i$, hvor $J_i=n_i/m$, og m svarer til det antal borde, som de enkelte rækker af kloner var placeret på i væksthuset.

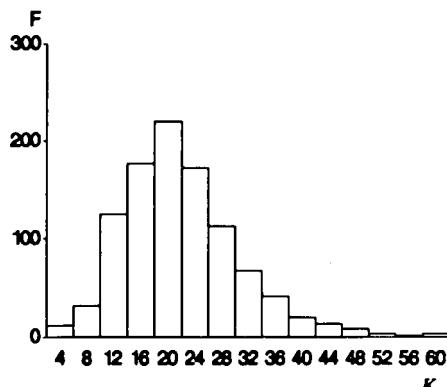
De første test i tabel 1 er fra formel (7). De viser, at H_0 ikke kunne forkastes for nogen af

de undersøgte parametre. Testen kunne dermed ikke diagnosticere en forskel i variansen for nogen af de observerede parametre. En tendens til uensartethed var der dog for antallet af blomsterstande med en *P*-værdi på 9,5%.

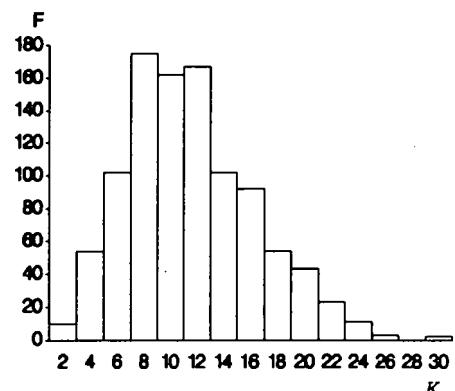
Den anden metode, i tabel 1 er en metode på baggrund af formel (10). Den metode viste, at klonerne var uensartet med hensyn til højden, og at der var en tendens til uensartethed for antallet af blomsterstande. Det resultat lignede meget resultatet af den efterfølgende metode, som er en metode på baggrund af formel (13). At disse metoder estimerede meget nær de samme *P*-værdier, skyldes sandsynligvis, at de begge anvender den absolute afvigelse fra medianen.

Den fjerde metode i tabel 1 er udført på baggrund af formel (11). Testen viste en svag signifikans ($P=6\%$) for højden. Da højden i figur 1.c ikke var symmetrisk fordelt, stemmer den større *P*-værdi i forhold til de to foregående metoder godt overens med litteraturen, hvor det ved skæve fordelinger fremhæves, at type I fejlen er større end ved de to foregående metoder.

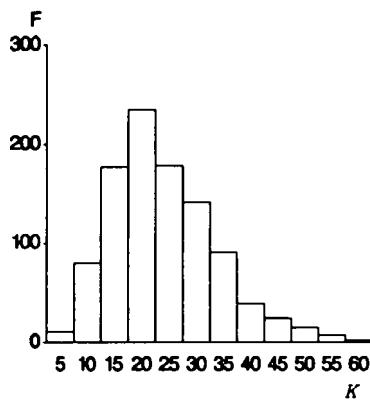
I figur 2a-2e ses resultatet af en bootstrap-procedure af Bartletts test, hvor $B=1000$. De fem figurer er én for hver af parametrene, som blev



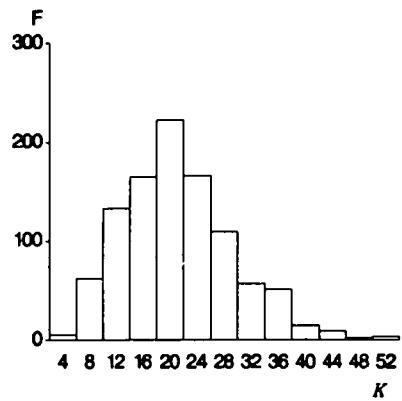
Figur 2.a: Antal blomster, $K_0=21,4$.



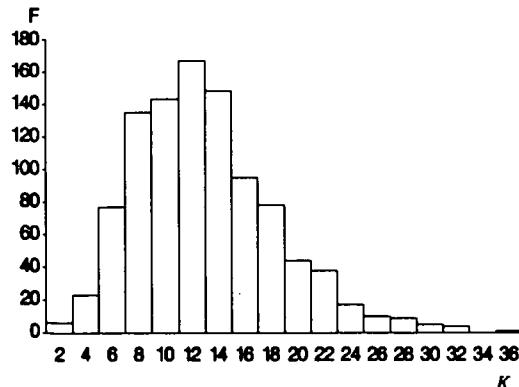
Figur 2.b: Antal blomsterstande, $K_0=19,9$.



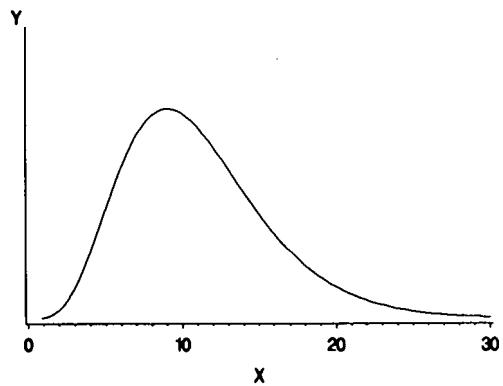
Figur 2.c: Højden, $K_0=39,3$.



Figur 2.d: Bredde1, $K_0=24,6$.



Figur 2.e: Bredde2, $K_0=12,8$.



Figur 3: En χ^2 -fordeling med 11 frihedsgrader.

registreret i forsøget. Ordinataksen i figurerne angiver frekvensen (F) for K_0 i intervallerne på abscisseaksen.

Hvis Bartletts test anvendes på traditionel vis, skal estimaterne for testparametren K_0 af forsøgsdata sammenlignes med en χ^2 -fordeling med $12-1=11$ frihedsgrader. En sandsynlighedsfunktion for denne fordeling er vist i figur 3. Værdierne af P_0 for sandsynlighederne for, at K_0 er mindre end de observerede værdier, findes i tabel 1. Bartletts test viste, at H_0 kunne forkastes for fire parametre. Dermed visete metoden at klonerne havde forskellig variation for alle parametre undtagen "bredde 2". Af figur 1 ses, at kun antal blomsterstande (figur 1.b) med rimelighed kunne antages at være normalfordelte. Af den grund er det ikke acceptabelt, at benytte Bartletts test for de øvrige parametre. Men dette eksempel illustrerer meget godt, hvordan Bartletts test hænger sammen med antagelsen om normalfordeling af data. Specielt ved sammenligning med den næste test, som er en bootstraping af Bartletts test.

Ved at anvende bootstraping på Bartletts test, er der ingen antagelse om normalfordeling af G_0 . Teststørrelsen K_0 behøver derfor ikke være χ^2 -fordelt. Derfor skal de fem K_0 -værdier for de enkelte parametre ikke sammenlignes med χ^2 -fordelingen i figur 3, men derimod med de empiriske Bootstrap-fordelinger i figurerne 2a-2f. De P -værdier, der derved fremkommer, findes i tabel 1 under Bartlett-bootstrapping.

Bootstraping af Bartletts test viste, at H_0 kunne forkastes på 6% niveau for antallet af blomsterstande, og at der ligeledes var en tendens til uensartethed på højden af klonerne. Dette var delvist i overensstemmelse med P -værdierne fra formel (10) og (13).

Ved at sammenligne figur 3 med de empiriske Bootstrap-fordelinger i figurerne 1-5 ses, hvor stor afvigelse, der var mellem de 5 parametres empiriske fordelinger og den teoretiske χ^2 -

fordeling. For hver parameter illustreres derved, hvor langt der var fra antagelsen om normalfordeling af de oprindelige data.

Konfidensintervaller

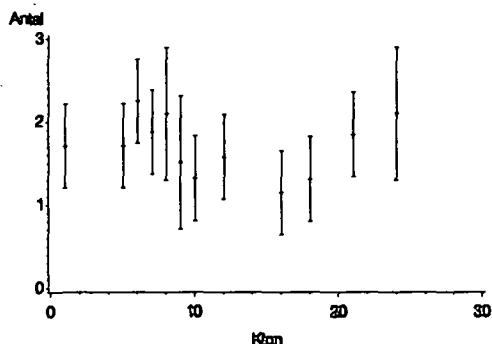
Efter, at det er vist, at variationen ikke var ens for alle kloner, er det interessant at vide, hvilke kloner, der var afvigende fra hinanden. For de metoder, hvor der er anvendt F -test, er det muligt at opstille mindste signifikante afvigelser. I de særlige tilfælde, hvor forsøget er balanceret, kan der anvendes LSD-værdier til formålet. Men da dette forsøg var ubalanceret, må der her analyseres på baggrund af almindelige konfidensintervaller.

Tabel 1 viser, at der var en svag signifikans for inhomogenitet af antallet af blomsterstande og højden af klonerne. Derfor er der for disse parametre illustreret 95%-konfidensintervaller i figurerne 4 og 5 for henholdsvis ved anvendelse af model (10) og model (13).

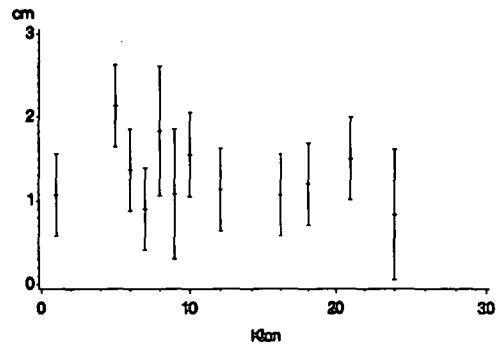
I figurerne 4.a og 4.b illustreres konfidensintervallerne for middelafvigelsen fra medianen for henholdsvis antallet af blomsterstande og for højden. Figurerne 5.a og 5.b viser konfidensintervaller for middelværdierne for formel (13) af rangen i hver klon for henholdsvis antallet af blomsterstande og højden.

I alle figurer havde klonerne 8, 9 og 24 større konfidensintervaller end de resterende kloner. Dette skyldes, at der i disse kloner kun var 12 observationer pr. klon, mens der i de andre kloner var ca. 30 observationer pr. klon.

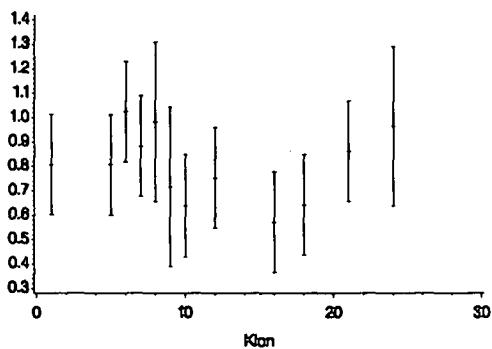
For antallet af blomsterstande havde klon 16 i følge figur 4.a den mindste middel afvigelse fra medianen. Det betyder, at med hensyn til antal blomsterstande var denne klon den mest ensartet af klonerne. Klon 6 var derimod meget inhomogen, da den havde en stor middelværdi for afvigelserne fra medianen. Tilsvarende konklusioner kan drages på baggrund af figur



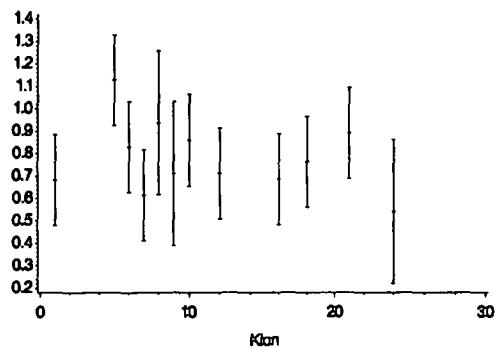
Figur 4.a: Konfidensintervaller for middelværdier af antal blomsterstande efter metode (9).



Figur 4.b: Konfidensintervaller for middelværdier af højden ved metode (9).



Figur 5.a: Konfidensintervaller for middelværdier af rangfunktionen af antal blomsterstande ved metode (13).



Figur 5.b: Konfidensintervaller for middelværdier af rangfunktionen af højden ved metode (13).

5.a, hvor de estimerede middelværdier for hver klon er middelværdien for en scoringsfunktion i klonen.

Ensartetheden med hensyn til højden ses i figur 4.b og 5.b. Her var klon 16 rimelig ensartet, men klon 24 havde de mindste afvigelser fra medianen. For antal blomsterstande havde klon 24 derimod en rimelig stor afvigelse fra medianen. Denne modsætning kunne tyde på, at der ved måling af ensartethed af plantemateriale skal anvendes modeller, hvor der indgår mere end én enkelt parameter.

Det konkrete problem i det refererede klonforsøg (Ottosen & Christensen, 1988) var, at det ikke var muligt at adskille klon 9 fra klon 16 på baggrund af klonernes varianskvotienter, selv om klonerne havde synlige forskelle, idet klon 16 subjektivt bedømt var betydelig mere homogen end klon 9 subjektivt bedømt.

En parvis sammenligning af klon 16 og klon 9 på baggrund af både metode (10) og metode (13) viser, at der ikke var forskel på ensartetheden af de to kloner. Dette var tilfældet både med hensyn til antallet af blomsterstande og

med hensyn til højden. Grunden kan være, at de subjektive vurderinger skete på baggrund af andre parametre end de målte, eller at de subjektive vurderinger "sammenvejede" flere parametre. En statistisk analyse, som samtidig tester på flere parametre, kunne måske være en løsning på problemet. Her tænkes f.eks på multivariate analyser, der vil være relativt let at anvende på baggrund af metoderne i formlerne (9), (10), (11) og (13).

Konklusion.

I indledningen blev det påpeget, at der er megen litteratur for forskellige test af varianshomogenitet, og at litteraturen indeholder mange forskellige typer test. Samtidig skal det her noteres, at der ikke eksisterer en enkelt test, som kan anvendes ved forskellige fordelingstyper, og som samtidig både har en tilfredsstillende stor styrke og er robuste ved alle fordelinger. Der eksisterer ikke litteratur, som er specifikt orienteret imod test af ensartethed i biologisk materiale. De fleste anvendelser af ensartethed er inden for det industrielle område, hvor der i kvalitetsanalysen typisk er mange observationer med små afvigelser i forhold til, hvad der kendes inden for biologien, hvor der ofte er forholdsvis få observationer og store afvigelser mellem observationerne. På grund af den forholdsvis mindre datamængde inden for det biologiske område, vil det derfor være vanskeligere at fastlægge datas stokastiske fordeling. Da litteraturen viser, at styrken af testene for varianshomogenitet er forskellige, afhængig af hvilken fordeling dataene er stokastiske udfald fra, da bliver analysen af varianshomogenitet lige så meget en analyse af de biologiske datas fordelingstyper.

På trods af de mange forhold, der gør sig gældende ved valget af metode for analyser af ensartethed, kan der alligevel konkluderes nogle generelle retningslinier for metodevalget.

- For eksakt normalfordelte data vil Bartletts test være det bedste.
- Hvis data er mindre afvigende fra en normalfordeling, men stadig er symmetrisk fordelt, vil testen i formel (11) med fordel kunne anvendes.
- Ved mere ekstreme fordelingstyper deriblandt skæve fordelinger, da vil de bedste metoder være dem fra formlerne (10) og (13), da disse metoder er robuste i mange fordelingstyper.

Dertil kommer, at der generelt i metoder for undersøgelse af ensartethed må tages højde for at undgå ekstreme situationer, hvor data er fordelt efter en fordeling med stor kurtosis, eller hvor der er mange grupper med få observationer i hver, da disse situationer er vanskeligere at analysere for ensartet varians end situationer, hvor det modsatte er gældende.

For de forskellige test af varianshomogenitet gælder generelt, at når der anvendes median frem for middelværdi, bliver styrken på testen mindre, men testen bliver mere robust, specielt hvis fordelingerne af dataene er meget skæv.

Bootstrapping teknikken er ny i forbindelse med test for varianshomogenitet, men teknikken viser tegn på, at den kan være med til at hæve styrken for allerede eksisterende test. Specielt når disse test anvendes på fordelinger fra biologisk data, da fordelingen af disse ofte er svær at diagnosticere.

Referencer

- Beran,R. (1988). Prepivoting test statistics: A Bootstrap view of asymptotic refinements. *Journal of the american statistical association*; 83: 687-687
- Boos,D.D., Brownie,C. (1989). Bootstrap methods for testing homogeneity of variances. *Technometrics*; 31: 69-82
- Box,G.E.P. (1953). Non-normality and tests on variances. *Biometrika*; 40: 318-335

- Brown,M.B., Forsythe,A.B (1974). Robust tests for equality of variances. Journal of the american statistical association; 69: 364-367
- Conover,W.J., Johnson,M.E., Johnson,M.M. (1981). A comparative study of tests for homogeneity of variances, with application to the outer continental shelf bidding data. Technometrics; 23: 351-361.
- Efron,B., Tibshirani,R. (1986). Bootstrap Methods for standard errors, confidence intervals, and other measures of statistical accuracy. Statistical science; 1: 54-77
- Fligner,M.A. Killeen,T.J. (1976). Distribution-free two-sample test for scale. Journal of the American statistical association; 71: 210-213
- Games,P.A., Wolfgang,G.S. (1983). A review of six multifactor tests for homogeneity of spread. Computational statistics & data analysis; 1: 53-65
- Hinkley,D.V. (1989). Bootstrap significance tests. 65-74. Bulletin of the International Statistical Institute. Proceedings of the 47th session. August 29. - September 6.
- Kristensen,K. (1980). Statistisk analyse af data fra selvstændigheds- og ensartethedsundersøgelser af sorter. Tidskrift for planteavl specialserie; S 1499
- Layard,M.W.J. (1973). Robust large-sample tests for homogeneity of variances; Journal of the american statistical association; 68: 195-198
- Levene,H. (1960). Robust tests for equality of variances. In Contributions to probability and statistics. 278-292. Ed. by I. Olkin. Stanford University Press. California
- O'Brien,R. (1978). Robust techniques for testing heterogeneity of variance effects in factorial designs. Psychometrika; 43: 327-342.
- Ottosen,C., Christensen,O.V. (1988). A comparison of the use of objective and subjective criteria during selection of clones of *Begonia elatior*-hybrids. Tidskrift for planteavl; 92: 145-150
- Talwar,P.P. Gentle,J.E. (1977). A robust test for the homogeneity of scales. Comm. statist. theory methods; A6: 363-369

Appendiks

Tabel 2: Middelværdi og standardafvigelse på data fra klonforsøg med 12 kloner af *Begonia elatio "Aphrodite radiant"*.

Klon	n_i	Blomster		Blomster stande		Højde		Bredde 1		Bredde 2	
		\bar{X}_i	σ_i	\bar{X}_i	σ_i	\bar{X}_i	σ_i	\bar{X}_i	σ_i	\bar{X}_i	σ_i
1	30	8,5	3,8	10,2	2,2	23,2	1,5	31,9	2,1	27,3	2,6
5	30	7,9	4,2	9,8	2,3	23,3	2,8	33,0	2,4	27,5	2,6
6	30	9,0	4,1	10,5	2,8	23,9	1,9	32,5	2,0	28,2	2,8
7	30	9,6	4,3	10,0	2,5	24,6	1,2	33,9	3,0	28,4	3,7
8	12	7,8	4,4	8,6	2,6	22,2	2,7	30,7	3,1	26,5	3,7
9	12	11,6	3,5	11,0	1,9	22,9	1,4	31,4	2,5	26,8	2,9
10	29	6,7	2,4	9,6	1,8	22,4	2,4	31,4	3,5	27,4	3,2
12	30	8,1	3,2	9,5	2,1	23,3	1,6	32,5	2,2	27,0	2,5
16	30	8,9	2,9	9,5	1,4	23,4	1,5	31,4	2,0	25,9	2,3
18	30	7,6	2,7	9,2	1,7	22,4	1,6	30,8	1,9	25,7	2,4
21	30	7,9	3,4	9,6	2,4	24,0	2,0	32,8	2,6	26,8	3,1
24	12	8,8	2,7	8,9	2,5	21,3	1,5	31,3	3,4	25,8	3,0

Spatial Variation in Spray Deposition.

Rumlig variation i afsætning af sprøjtevæske.

Klaus Juel Olsen¹ and Ebbe Nordbo² 1) Department of Biometry and Informatics,
2) Department of Weed Control.

Summary

A study of spatial aspects of spray deposition was initiated to obtain design guidelines for future experiments. An experiment with 4 replicate lines, each with 11 boards, each with 16 cotton pipecleaners and 4 paperdiscs was conducted. Three models for semivariograms are considered: a spherical, an exponential and a linear model. The spherical model compares favourably with the other two. Estimated ranges of semivariograms, spherical model, range from 66 to 451 cm, which should be compared to a length of a spray line of 1100 cm. It proved difficult to derive design guidelines for future experiments. However, other goals may be obtained. A determination of how and how much different factors add to variability on different scales facilitate the basic understanding of spray deposition.

Resume

Den rumlige variation i afsætning af sprøjtevæske er undersøgt, bl.a. med det formål at finde retningslinier for planlægning af fremtidige forsøg. Der udførtes et forsøg med 4 sprøjtelinier, hver med 11 plader, og hver plade igen med 16 piberensere og 4 stykker trækpapir. Der er betragtet modeller for semivariogrammer: en sfærisk, en exponentiel og en lineær model. Den sfæriske model er fordelagtig i sammenligning med de andre modeller. De estimerede rækkevidder for den sfæriske model ligger fra 66 til 451 cm, hvilket skal sammenlignes med en sprøjtelinie på omkring 1100 cm. Det viste sig vanskeligt at finde metoder og parametre til planlægning af fremtidige forsøg. Til gengæld er det muligt at benytte den rumlige analyse til et andet formål. Det kan i sig selv være interessant at kunne relatere de forskellige faktorer, der forårsager variationen, til størrelsen af den totale variation som funktion af forskellige rumlige afstande.

Introduction

Spraying with pesticides for crop protection in agri- and horticulture can generally be considered an effective technology, yet rather inefficient in terms of the fraction of applied pesticide actually reaching the target and yielding a desired physiological effect. As environmental and economical concerns now call for farmers to reduce dosages of active ingredients as well as carrier liquid, demands are augmented for improving precision during spray application in order that spray liquid effectively deposits on targets.

Through studying deposit levels and patterns from differing application techniques and under differing weather and crop conditions basic knowledge is obtained, useful for engineering improvements as well as for legislation and advisory service concerned with optimum settings and spray opportunities.

To reach a high level of pest control maximizing uniformity of spray deposit on targets is essential (Hagenvall 1981), i.e. variability, although inevitable, must be minimized. Variability of deposition stems from a range of sources, adequately grouped into those of

technical, microclimatical or object morphological origin, respectively. On the technical side we find temporal and spatial fluctuations in the output from each single nozzle, differences within the set of nozzles on a boom, vertical and horizontal boom movements, undulating field topography and driving speed, to name but a few factors. Thermally and mechanically generated fluctuations in wind speed and direction adds to this variability, as do the aerodynamic characteristics with respect to size, orientation, geometry and surface of the small targets.

These sources yield variability with differing intensities, and they work on different spatial scales. With this early experiment we pursued answers to some methodological questions for further application research, as for example

- which type of objects to be used, how many and how to be spaced ?,
- on which spatial scale are the dominating parts of total variability found ?,
- is a spatial statistical method more informative than a classical statistical measure ?

Spatial Variation

Many stochastic phenomena are basically continuous, with soil variables as one example. When samples are collected within a very small area, values of the soil variables will tend to be very similar. If sampled far apart there will be no linkage between values of the variables. The concept of spatial variation incorporates this connection of values, as a function of distance between the samples. This approach is quite different from a classical statistical approach where each observation is considered an independent stochastic variable, uncorrelated with other observations.

The need for spatial statistical methods appeared early within geosciences, and a distinct discipline geostatistics was developed from beginning of the 1960'ties. Journel and Huijbregts (1981) give an easily read introduction to

geostatistics. From the early 1980'ties geostatistical methods became increasingly popular within soil sciences (Burgess and Webster 1980; Trangmar et al. 1985; Meirvenne and Hofman 1989).

Let $Y(x)$ express the spatial variable, with x identifying position. In principle x is a *point support*, i.e. the Y value is a point value, not an average over some area or volume. The linkage between two observations at two points is described by the statistical concept a *semivariogram*, defined as

$$S(h) = \frac{1}{2} E \left((Y(x) - Y(x+h))^2 \right) \quad (1)$$

This definition assumes stationarity, i.e. the stochastic distribution of the variable is the same for all points in the experimental area. x and h have a dimension corresponding to the dimension of the experiment, for example two for a plane problem. If the variation is homogeneous in all directions the problem is *isotropic*, and h becomes the euclidian distance.

An empirical semivariogram is computed from

$$S(h) = \frac{1}{2n(h)} \sum (y(x_i) - y(x_j))^2, \quad (2)$$

$$\forall (i,j) \mid \text{dist}(x_i, x_j) = h$$

$n(h)$ being the number of pairs of observations with a distance h . Distances are usually grouped in a number of groups, f.ex. 20. Each point on such a grouped semivariogram, then, is an average over a number of observations, and one must hope for the central limit theorem to work, resulting in approximately normally distributed observations. However, this is an open question, since the values in (2) cannot all be independent, evident from the fact that the n original observations result in $n(n+1)/2$ contributions to the empirical semivariogram.

Semivariograms are usually described by func-

tions. Three commonly applied functions are discussed below. The *spherical* model is

$$S(h) = \begin{cases} k_1 \left(\frac{3h}{2k_2} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{k_2} \right)^3 \right), & h \leq k_2 \\ k_1, & h > k_2 \end{cases} \quad (3)$$

with k_1, k_2 constant parameters and h the distance between measurements. The *linear* model is

$$S(h) = \begin{cases} \frac{k_1}{k_2} h, & h \leq k_2 \\ k_1, & h > k_2 \end{cases} \quad (4)$$

and the *exponential* model is

$$S(h) = k_1 (1 - \exp(-k_2 h)) \quad (5)$$

As it is seen, the spherical and the linear model are segmented functions with a constant value, k_1 for distances above k_2 , the so-called *range of influence*. The constant value k_1 , called the *sill* is an estimate of the total variance in the dataset. There is no range parameter in the exponential model, as the function increases towards an asymptote. For practical purposes, then, a range may be defined as the distance at which the semivariogram is 5% below the asymptotic value.

The choice of a semivariogram modeling function is restricted by the requirement that the function be positive semidefinite. If this was not the case, calculations with the semivariogram could lead to negative variances, obviously unacceptable. For the spherical and the exponential model this poses no problem. The linear model is only positive semidefinite in 1 dimension (McBratney and Webster, 1986). In principle, the linear model may therefore only be applied on 2-D data if sampled on a transect. This is approximately the case for the spray experiment, and thus it has been possible to test a linear model.

The three model types above are all frequently extended with a so-called *nugget effect*, which is an initial variance obtained for even very small distances between samples. A nugget effect may for example be caused by a measurement error, which is added to the variance of the spatial variation. For instance the theoretical model for a linear semivariogram with nugget effect becomes

$$S(h) = \begin{cases} 0, & h=0 \\ k_0 + \frac{k_1}{k_2} h, & 0 < h \leq k_2 \\ k_0 + k_1, & h > k_2 \end{cases} \quad (6)$$

All three types of semivariogram models are non-linear functions of the parameters. Consequently a non-linear procedure must be applied in order to estimate model parameters. One option is to apply iterative Least Squares estimation. Jenrichs (1969) gives asymptotic properties of Least Squares estimators which can be used to calculate standard deviation of the estimators.

Geostatistics provide a method for predicting sampling variance of samples differing in size from the ones actually collected. Let V be the experimental area and v one sample equal to or larger than collected samples. The dispersion variance is a function of V and v

$$D^2(v/V) = E \left\{ \frac{1}{V} \sum_i \int_{y_i} (y_v - y)^2 dy \right\} \quad (7)$$

with y_v being the average deposition over the experimental area. Evaluation of this expression requires knowledge of the semivariogram function. If the size of a suspended object is altered, the microturbulent airflow around it change, and consequently conditions for drop impaction change as well. This is evidently the case for pipecleaners. For paperdiscs it seems

reasonable to assume that the drop impaction does not change when the size of an object is changed.

Geostatistics also provide methods for design of sampling schemes. Samples are spatially distributed in order to minimize the estimation variance of an average of some spatial variable over a total experimental area. The method is iterative in the sense that for any particular lay out of sampling points, the estimation variance can be calculated by the Kriging method (Journel and Huijbregt, 1981; Olsen, 1990). Different sampling lay outs can thus be compared and one with small estimation variance chosen. The design problem for spray experiments does not coincide in aim with geostatistical design procedures. For spray experiments a main interest is the variation in data, and especially variation in data as a function of size and morphology of each object. Geostatistics offer no framework for this kind of design problem.

Experimental design

The objective of the experiment was to measure spatial variation in spray deposition on small and well spaced objects. These were of two types: Cotton pipecleaners 5.0 cm long with a 3-D surface of 5.9 cm², and Whatman gr. 1 filterpapers ("discs") of Ø 2.5 cm. To each 60 x 60 cm polyurethane board 16 pipecleaners were stood upright with an interdistance of 15 x 15 cm, and 4 discs were fixed horizontally, one in each quadrant of the board. Eleven such boards were positioned along a line perpendicular to the spray driving track and symmetrically to each side hereof. Another line of 11 boards were laid out similarly 150 m further down the track. After one passing with the sprayer boards were collected, and two replicate lines of boards laid out for another spray round.

Windspeed was measured by a handcarried cupanemometer 20 m upwind from spray lines with an attempted time-correction for distance to spray line. The wind direction was visually estimated to be 20° from the front right com-

pared to driving direction.

Spray liquid was a 333 ml Helios EC (10 % w/v) in 100 l water solution, and spraying carried out with 26 Hardi 4110-14 nozzles with an interdistance of 50 cm on a 12.5 m spray boom. Height above boards was 40 cm. After spraying boards were collected and kept indoor. 4 neighbouring pipecleaners of one quadrant were put into a flask, and discs each into one flask. Following extraction in hexane/acetone fluorimetry was carried out.

Results and Discussion

Data for pipecleaners and discs are analysed separately. Boards number 1 and 11 are excluded from analysis because of reduced deposition levels near boom tips. The data applied are immediate results from fluorimetry without any corrections. Absolute values are thus somewhat arbitrary. However, this is of no importance for the following discussions and conclusions. In figure 1.a and 1.b the average spray deposition is shown. The y-coordinate measures distance perpendicular to driving direction with origin at the left end of a line. The curves shown are average values fitted to 4.th degree polynomials (1.a) and 7.th degree polynomials (1.b). In table 1 the average, the coefficient of variation (CV) and the variance of spray deposition are shown. For pipecleaners deposition increases with increasing wind speed. This is in accordance with later findings (Nordbo et al. 1991). With the stronger horizontal component of wind and drop velocity droplets impact more effectively on vertical objects, because

- with the wider trajectory-to-object angle the object make up for a greater part of the drop "outlook", thereby increasing chances of a hit rather than a miss, and
- the momentum necessary to penetrate the resisting air boundary layer increases.

In this particular experiment, the magnitude of variance and of average seemed to be closely linked, leaving a very steady CV. In other experiments, with wind speed or application

technique as the experimental factor, one will encounter CVs strongly fluctuating, only sometimes following straightforward and physically interpretable patterns (Nordbo and Taylor 1991; Nordbo 1990; Kristensen and Nordbo 1990). Table 1 also shows, that a relation between windspeed and deposition on discs cannot be found in this preliminary experiment. Empirical histograms of pipewhite and paper-disc data are shown in figure 2. Both distributions appear slightly right skewed. As a consequence subsequent semivariogram estimations have been conducted both on original data and after a logarithmic transformation.

In table 2 results are shown for two Analysis of Variances for each dataset. For pipewhite significance probabilities in the first column show lineeffect, boardeffect, and the interaction between the two to be highly significant. Similar results were obtained with dependent variables logarithmically transformed before analysis. A test for normality of residuals obtained analyzing the untransformed data is accepted on any reasonable level (Shapiro-Wilk significance probability = 0.99).

Another reasonable model for the spray deposition data is a variance component model (Searle, 1971). A measurement is considered the sum of three stochastic variates, one for the line effect, one for the board effect and one for the residual effect. Estimates of the corresponding variance components are also shown in table 2. The size of the residual component and the board component are comparable, while

the line component, not surprisingly, is far larger. The second model (2.nd column) comprises quantitative factors obtained by raising the y-coordinate to the first, second, third and fourth power. One factor is estimated separately for each line. The lineeffect, corresponding to the intercept for each line, is not significant. However, this does not imply that mean values are equal. The fitted values for these polynomials are shown in figure 1.a. Fitted values for a 7.th degree polynomial is shown in figure 1.b. Similar models have been estimated with the paperdisc data. However, only board effect is significant. Differences between boards seem to be due to slightly reduced depositions at the boom tips. The line variance component is zero (actually negative), which is in good agreement with the fact that line effect is insignificant. The board component is smaller than the residual component. It seems therefore that variation on small spatial scales are relatively more important for paperdisc data than for pipewhite data.

Semivariogram estimation

Stationarisation of data prior to estimation of semivariograms is frequently used to ensure that the estimates are not biased because of instationarity. In the pipewhite case an obvious choice for stationarisation would be to replace the original data with residuals obtained by the above mentioned fitting to 4.th degree polynomials. However, any type of stationarisation has some serious drawbacks. Firstly, stationarisation basically removes the spatial low frequencies in the data, i.e. components of the

Table 1. Basic statistic measures of deposition.

Pipewhites			Paperdiscs				
	Ave	CV	Var	Ave	CV	Var	Wind
1	826	18.69	23832	242	21.56	2718	4.0
2	553	20.81	13237	236	24.41	3310	2.0
3	383	20.20	6052	243	20.33	2444	2.5
4	614	17.52	11580	224	24.90	3100	4.0

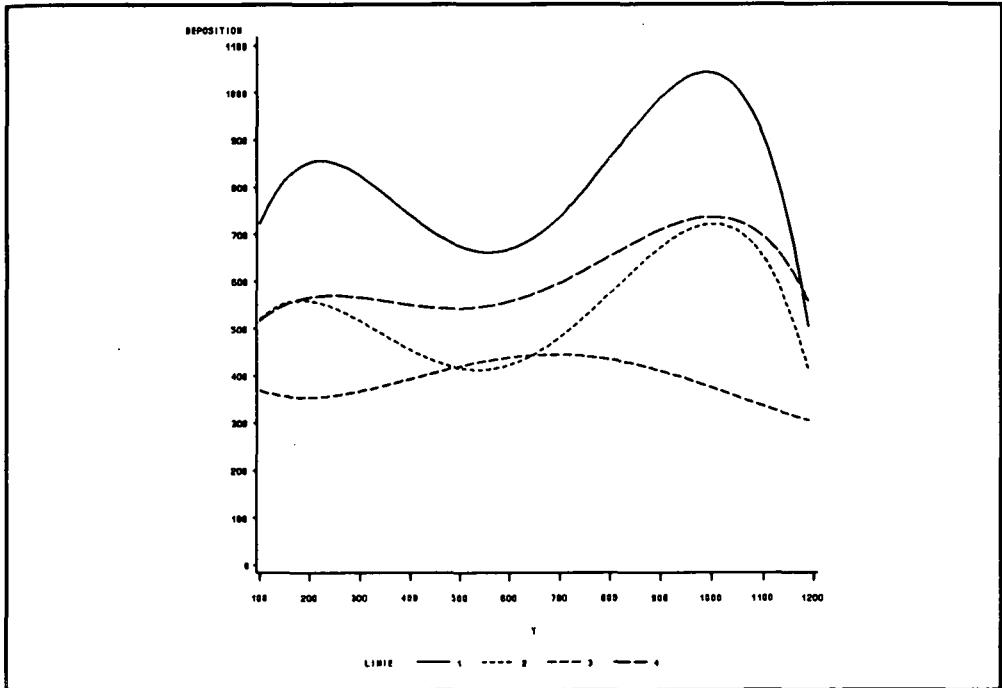


Figure 1.a. Average deposition of spray along 4 lines. Fitted by 4.th degree polynomial.

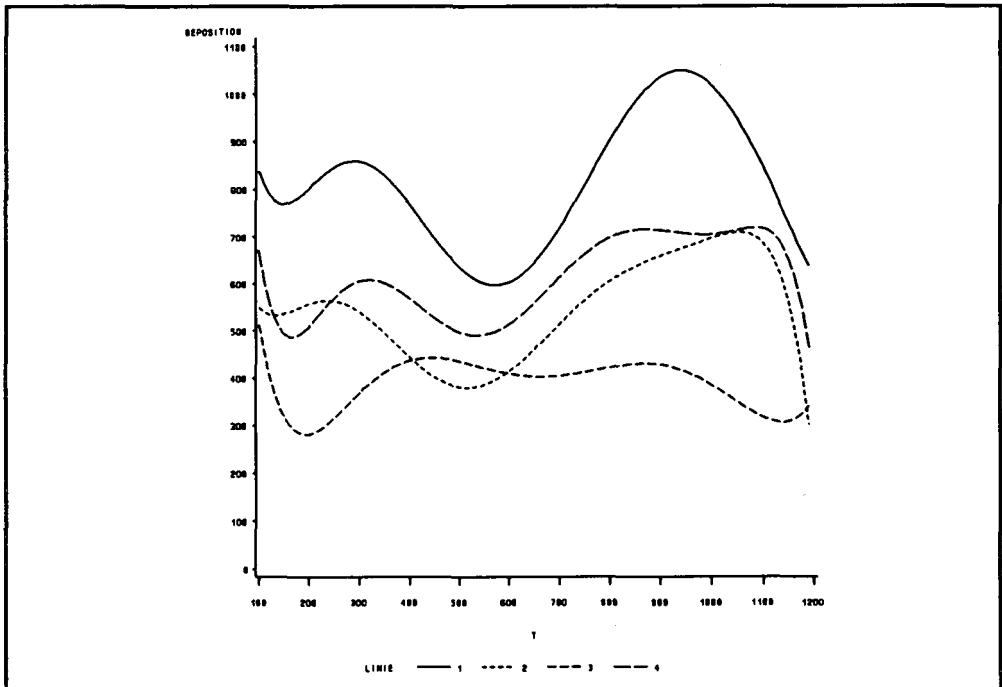


Figure 1.b. Average deposition of spray along the 4 lines. Fitted by 7.th degree polynomial.

Table 2. Analysis of variance results. Significance probabilities and variance estimates.

	Pipcleaners		Paperdiscs	
	1	2	1	2
Line (L)	0.0001	0.9327	0.2844	0.9247
Board (B)	0.0001	-	0.0001	-
L*B	0.0001	-	0.4754	-
L*Y	-	0.0001	-	0.5111
L*Y2	-	0.0001	-	0.6393
L*Y3	-	0.0001	-	0.7199
L*Y4	-	0.0001	-	0.7471
Var. tot.	38637	38637	2892	2892
Var. Line	32285	-	0	-
Var. Board	8937	-	737	-
Var. res.	5504	6343	2220	2538
W	0.99	0.26	0.88	0.09

total variance on a greater spatial scale. The underlying assumption is that these frequencies be regarded deterministic rather than stochastic, because they have ranges comparable to the dimension of the experimental area. The distinct differences in the fitted 4.th degree polynomials emphasize that their form is stochastic, even though certain similarities are present. It is thus arguable to remove these variations and assume they be adequately described by a deterministic model. Furthermore, the removal of low frequencies will, with some types of stationarisation, also affect the higher frequencies. Secondly, if a stationarisation has been performed, it is difficult to compare features of the estimated semivariogram with the variance in the original data. As a consequence of this discussion no stationarisation of data was performed prior to the estimation of semivariograms.

The interpoint distances used in the estimations range from 0 to 525 cm. If distances up to 1100 cm are used estimates become very unreliable. Journell and Huigbrechts (1981) mention the

rule of thumb that only distances smaller than half the extension of the experimental area be used.

Calculations were performed with SAS software (SAS-1987). Estimation of the semivariograms was performed with the NLIN procedure. With the pipcleaner data there were only minor problems of convergence. With the paperdiscs more problems of convergence were experienced, probably because of the smaller ranges observed: A small range means that only few datapoints determine the increase from zero to sill of the semivariogram function, resulting in a more unstable estimation.

Table 3 shows results from the estimation of semivariograms for the three spatial models described in the section about spatial variation. With all three methods one estimation has been performed on each of the four lines, and with pipcleaner and paperdisc datasets treated separately. The results shown are estimations without the nugget parameter, as the nugget effect in all cases proved insignificant in a first

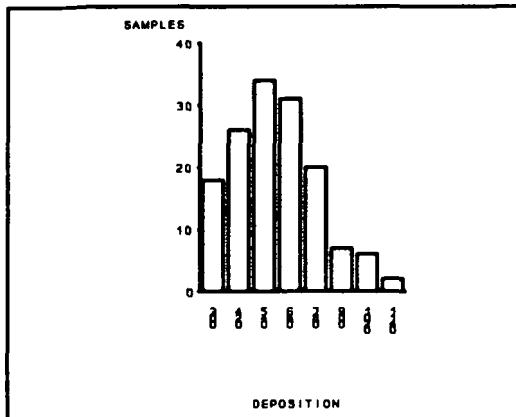


Figure 2.a. Histogram of pipecleaner measurements.

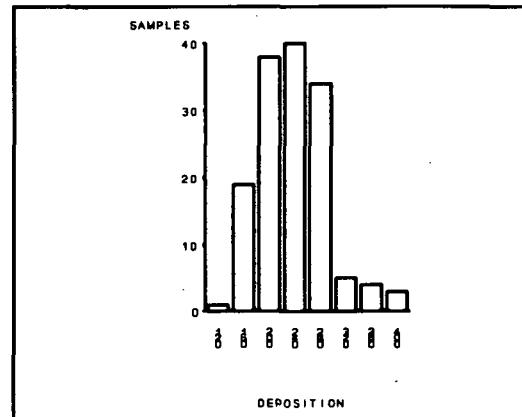


Figure 2.b. Histogram of paperdisc measurements.

series of computations. Plots of estimated semivariograms are shown in figure 3. Squares indicate points of the empirical semivariogram. Each point participate in estimation with a weight determined by the number of contributing observations. Points lying far away from an estimated curve will thus typically have a small weight. Confidence limits relate to the confidence in estimation of a semivariogram on basis of observed and grouped data values. This must be distinguished from confidence limits for an overall semivariogram. Such confidence limits could only be obtained on the basis of many independent replications of entire experiments, since yet no analytical methods exist (McBratney and Webster, 1986). As mentioned in the section about spatial variation, the sill value in theory should equal the variance of data. For the pipecleaner-semivariogram, estimated by a spherical model, line 1 and 2 have sill values higher than corresponding variances. For line 3 the two measures are approximately equal, and for line 4 the variance is highest. One may still conclude that a reasonable agreement is observed. All sill values are significantly different from zero. Obviously, the true semivariogram has a sill different from zero, so the significance merely implies that the non-linear estimation method is sufficiently exact to detect this fact.

For the pipecleaners significant range parameters are obtained with the spherical and linear models. In the exponential model range was not estimated directly. An approximate range was calculated as $-\log(0.05)/k_2$, where k_2 was the estimated parameter. The k_2 parameter is significant for line 1 and 4, but insignificant for line 2 and 3. The same ordering of the 4 ranges is obtained through all three estimation methods (decreasing order): 2, 1, 3, 4. Comparing the three methods it appears that the linear method yield the lowest ranges, followed by the spherical method and with the exponential method producing the highest ranges. This is in accordance with Trangmar et al., 1985. The spherical model is preferable. It is in general a disadvantage that the linear model is not positive semidefinite, though it has been no problem for this particular experiment. The absence of a range parameter in the exponential model is somewhat inconvenient. Furthermore it is worth to notice that ranges produced by the exponential model are less significant than corresponding ranges for the other models. Significance is judged by an approximate method and the smaller significance may therefore be due to a real difference in standard deviation of the estimated parameters, or to a difference in the goodness of the approximation.

Table 3. Parameters of estimated Semivariograms.

	k1	Std(k1)	k2 cm	std(k2) cm
Spherical, Line 1, Pipe	33061	2828	299	61
Spherical, Line 2, Pipe	19193	2806	451	119
Spherical, Line 3, Pipe	6765	691	164	57
Spherical, Line 4, Pipe	9855	769	66	25
Spherical, All lines, Pipe	17043	1245	293	51
Spherical, Line 1, Paper	2646	313	76	46
Spherical, Line 2, Paper	3246	211	52	18
Spherical, Line 3, Paper	2368	312	52	35
Spherical, Line 4, Paper	-	-	-	-
Spherical, All lines, Paper	2694	177	53	18
Linear, Line 1, Pipe	31399	2602	188	43
Linear, Line 2, Pipe	19871	2791	369	70
Linear, Line 3, Pipe	6866	698	143	43
Linear, Line 4, Pipe	-	-	-	-
Linear, All lines, Pipe	17290	1343	237	34
Exponential, Line 1, Pipe	34296	4386	377(0.00304)	
Exponential, Line 2, Pipe	22318	6862	1213(0.00247)	
Exponential, Line 3, Pipe	6672	751	260(0.01154)	
Exponential, Line 4, Pipe	10992	1081	229(0.00531)	
Exponential, All lines, Pipe	17716	1739	367(0.00245)	

A test was performed with the spherical method, to see if ranges were significantly different. The method was to estimate one common model for all pipecleaner data, with 4 sill values but only one range parameter. The increase in residual error, compared to the full model with 4 range parameters, was used to construct an approximate F-test (Bates and Watts, 1988). The significance probability was 0.12, and range parameters are therefore only weakly significantly different.

A priori one could presume that the range parameters for the pipecleaner semivariograms to be related to wind speed. The data does not

seem to support such a hypothesis. As another possibility ranges could be related to low frequency variations in the dataset. There is no easy visually detectable relation between average deposition curves in fig.1 a and b, and estimated ranges. However, from (2) it can be deduced that the range is average of the largest distance between two points, for which the difference in deposition is smaller than the variance of the particular deposition curve. For example, one would expect that range estimates based on data from polymodal curves would be smaller than range estimates based on data from curves with few modes. This cannot be observed in figure 1.a, but by increasing the possible number of modes, as in 1.b, a ten-

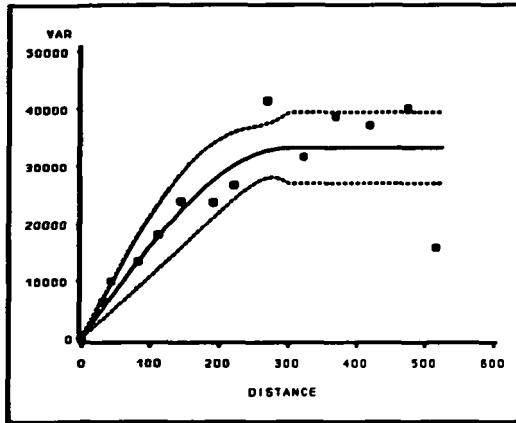


Figure 3.a. Semivariogram pipecleaner, 1. line,
Spherical model.

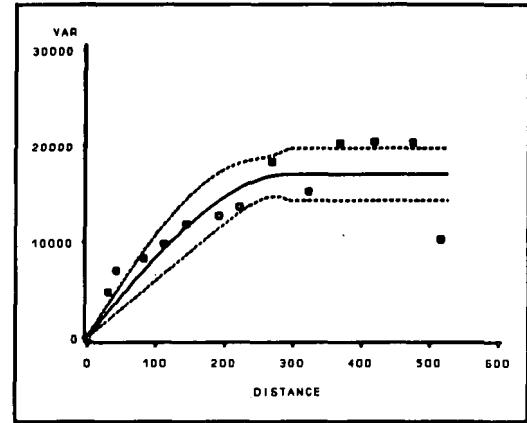


Figure 3.b. Semivariogram pipecleaner, all lines,
spherical model.

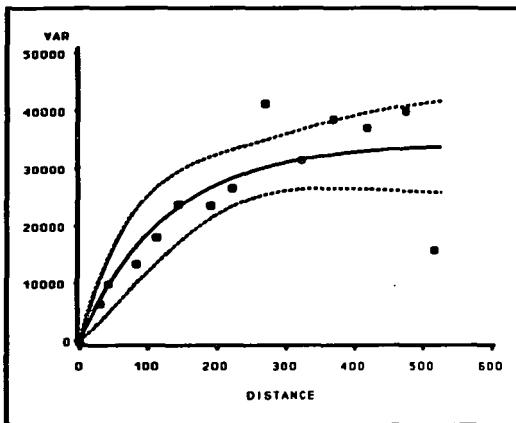


Figure 3.c. Semivariogram pipecleaner, 1. line,
exponential model.

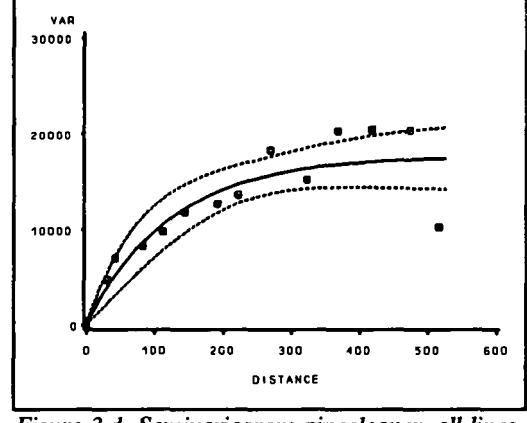


Figure 3.d. Semivariogram pipecleaner, all lines,
exponential model.

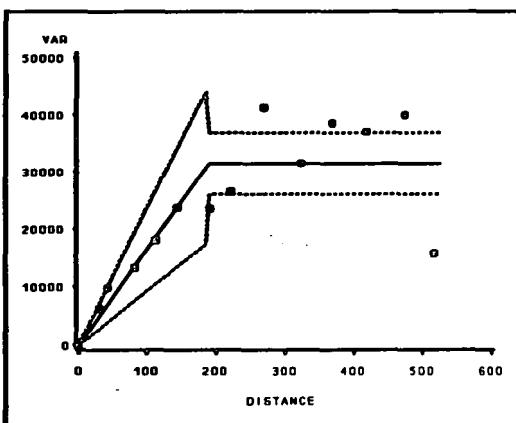


Figure 3.e. Semivariogram pipecleaner, 1. line,
linear model.

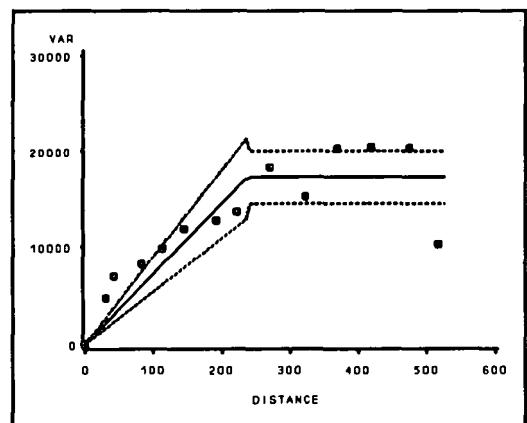


Figure 3.f. Semivariogram pipecleaner, all lines,
linear model.

dency evolves. The two lines with the longest ranges (1 and 2) also have the fewest modes namely 3 and 4. The lines with the smallest ranges have 5 modes each. We therefore conjecture: the pattern of the average deposition on piecemealers is determined by relatively large scaled wind turbulence. A reliable conclusion would need many more windspeed levels and replications to be surveyed.

For the spherical model ranges lie between 66 and 451 cm. Both values are reasonable, in the sense that there are interpoint distances from 30 to 525 cm.

Semivariograms for paperdisc data are characterised by having smaller ranges than piecemealer semivariograms. This is in accordance with the analysis of variance results for the two data types. A larger proportion of the total variation is for the paperdisc data found on a smaller spatial scale.

For paper disc data it is reasonable to assume an object will not affect spray deposition (as long as it is horizontal). As a consequence it is possible to calculate dispersion variances. The results are shown in table 4. The total variance of data is 2892. The results of aggregating data is shown in column 1. The variance of the average of two paperdiscs with common y-coordinate is thus 2067, whereas the variance becomes 1241 when average is calculated for all 4 paperdiscs on one board. If there were no local correlation the variance would be reduced to approximately 50% and 25% of 2892. The dispersion variance, shown in column 2, is calculated for paperdiscs scaled linearly by 1,2, .. 6. In terms of areas the scaling is 1,4 .. 36. Calculations are performed with the parameters obtained by semivariogram estimation with all 4 lines and with the spherical model. The reduction in variance as the area increases is far less in the dispersion situation as compared to the aggregation situation. The explanation is that correlation between 4 paperdiscs placed as immediate neighbours is far higher than when they are 30 cm apart. Finally it should noted

that precision of the dispersion variance relies entirely on the precision of the semivariogram estimate.

Comparison of statistical methods

Three types of description of variation in deposition have been considered. CV is a simple way of description, since it is only one figure. If the purpose is to obtain a measure independent of wind speed the CV measure seems appropriate for piecemealer data, because it stabilizes the increase in both average and variance for increasing winds. CV is not so adequate for paper discs because the same association between wind and deposition is not present for these data. It should be noted that the CV measure is closely related to the standard deviation of data after a logarithm transformation of data (Kristensen, 1980). Furthermore we mention that a number of other single-figure measures exist that are designed to describe the variation in data. Range of data and prespecified quantiles are two examples.

A variance component model has been considered. It may be characterized "semi-spatial". Samples spatially close together are for example described by the same level of the factor board. This implies a correlation in the variance component model corresponding to the spatial correlation within a board. However, the model includes no explicit formulation of correlation as function of distance.

The third model considered is the semivariogram. A specific functional form of the spatial correlation is assumed, and function parameters are estimated. With a semivariogram it is possible to estimate spatial correlation of any distance. Compared with a CV measure a semivariogram is more complex, though it is described by a small number of parameters. As an advantage a semivariogram describes on what spatial scales dominating parts of total variance are present. This may furthermore be related to variation generating processes at work, thus offering insight into how deposition is determined.

Table 4. Dispersion variance.

Aggregate	Dispersion
1 2892	1 2892
2 2067	4 2748
4 1241	9 2647
- -	16 2554
- -	25 2464
- -	36 2377

Another possible advantage of a semivariogram compared to a CV measure relates to the spatial distribution of plants receiving too low a dosage. The biological effect of spraying is primarily determined by how much spray each plant, i.e. pipecleaner, receives. This is described by the probability distribution, which is marginal in the sense that spatial correlations are cancelled out by integration. With respect to weed control it may be relevant how low levels of deposition is distributed spatially. That is to say, has a low level region a size of 100 weed plants, of 1 weed plant, or of a part of one plant. If the total number of weed plants receiving to small a dosage is constant, what is then the worst case: 1) Weed plants distributed independently throughout the field, or 2) Weed plants grouped together. This is a population ecological question, and we do not make any attempt to answer it, but merely points out that a direct application of the information in a semivariogram must be based on the answer to the question above.

Conclusion

Three ways of analysing spray experiments are considered. CV is a simple way of describing variability. It is mainly relevant when the variance and the mean are associated. The semivariogram is more complicated, but it offers as an advantage a continuous spatial description of correlation. When microturbulence and

other dynamical factors are negligible dispersion variances may be calculated by use of semivariograms. The variance component model is more complicated than a CV measure, and it does not offer a continuous description of spatial correlation such as a semivariogram does. We conclude that either CV or a semivariogram should be used.

One purpose of the reported spray experiment was to obtain knowledge to design future spray experiments. This purpose has not been fulfilled. The reason is, generally speaking, that the dynamical nature of the deposition process invalidates some of the assumptions inherent in geostatistics. Still it is found relevant to incorporate the spatial correlation in the analysis of spray experiments, because it relates the variation generating processes to the amount of variation on different spatial scales. For the paperdisc data a large proportion of the total variance is found on a small spatial scale, with ranges estimated to about 50 cm. For pipecleaner data the variation is found on a larger spatial scale, with range estimates going from 66 to 451 cm. We conjecture that the difference occurs because wind turbulence on a larger scale affects drop impaction on pipecleaners but not on paperdiscs.

The three different types of semivariogram-models yield similar results. There is a tendency, though, of the linear model to produce small range estimates, and of the exponential model to produce large range estimates. It is inconvenient that the exponential model does not estimate the range parameter directly. With respect to the linear model it is a disadvantage that the model is not positive semidefinite. We therefore conclude that the spherical model is the best choice.

References

- Bates, D. M., Watts, D. G., 1988. Nonlinear Regression Analysis and its Applications. Wiley, New York, 165 pp.
- Burgess, T., Webster, R., 1980. Optimal interpolation and isarithmic mapping of soil prop-

- erties, 1 & 2, Jour. Soil Sci., 31, 315-341
- Hagenvall, H., 1981. Ojämnn besprutning - skörde- och ogrässeffekter. In: Ogråss och ogråsbekämpning. 22a Svenska Ogråsskonferansen, Uppsala, Sweden, 1: Rapporter (pF1-F)
- Jenrichs, R. I., 1969. Asymptotic Properties of Non-Linear Least Squares Estimators. Annals of Mathematical Statistics, 40, 633-643
- Journel, A., Huigbrechts, C., 1981. Mining Geostatistics. Academic Press, London, 600 pp.
- Kristensen, K., 1980. Statistisk Analyse af data fra selvstændigheds- og ensartetheds undersøgelser af sorter, Tidskr. f. Planteavl, nr. s1499, 132 pp.
- Kristensen, J., Nordbo, E., 1990. Test af sprøjtekabine. Planteværnscentret, Afd.f. Ukrudtsbekæmpelse, 6 pp.
- McBratney A. B., Webster R., 1986. Choosing functions for semivariograms of soil properties and fitting them to sampling estimates. Jour. Soil Sci., 37, 617-639
- Nordbo, E., 1990. Virkning af dyestørrelse, bomhastighed og tryk på afsætning af sprøjtevæske. Forsøg med mobil bom på stationær traktor. Planteværnscentret, Afd. f. Ukrudtsbekæmpelse 6 pp.
- Nordbo, E., Taylor, W.A., 1991. The effect of air assistance and spray quality (drop size) on the availability, uniformity and deposition of spray on contrasting targets. In: Lavers A, Herrington P, Southcombe ESE (eds): Air-assisted spraying in crop protection. BCPC Monogr. 46, U.K., 113-124
- Nordbo, E., Taylor, W.A., Kirknel, E., 1991. Væskeafsstætningens omfang og ensartethed ved konventionel og luftassisteret sprøjtning. In: (8. Danske Planteværnskonference 1991 - Ukrudt, 177-187
- Olsen, K. J., 1990. Kriging/Cokriging, Tidsskr. f. Planteavls specialserie nr. s2053, 5-24
- SAS Institute, 1987. SAS/STAT Guide for Personal Computers. Cary, NC, USA, 1028 pp.
- Searle, S. R., 1971. Linear Models. Wiley, New York, 532 pp.
- Trangmar, B., Yost, R., Uehara, G., 1985. Application of geostatistics to spatial studies of soil properties. Advances in agronomy, 38, 45-94

Produktionsfunktioner for sammenhæng mellem udbytte og kvælstofttilførsel

Production functions for the relationship between yield and nitrogen fertilizer

Bjarne Nielsen, Kristian Kristensen, Afdeling for Biometri og Informatik

Resumé

I denne artikel behandles tre forskellige metoder, der kan estimere kvadratiske produktionsfunktioner for forholdet mellem kvælstofttilførslen og udbyttet. Med de tre metoder estimeres produktionsfunktioner for de mest almindelige afgrøder dyrket i Danmark på jordkategorierne sandjord og lerjord. Produktionsfunktionerne er estimeret på baggrund af data fra forsøg udført ved Statens Planteavlsforsøg i perioden fra 1970 til 1990. Funktionerne viser, at sandjorde har fladere produktionsfunktioner end lerjorde. Det betyder, at den marginale effekt af kvælstofgødning på udbytter nær maksimum er større på lerjorde end på sandjorde.

Summary

The relationship between nitrogen fertilizer and crop production is interesting in two ways. First it is interesting in economical models, where the goal is to predict the change in crop production following change in use of fertilizer. Second for ecological models reducing in nitrate leaching is the aim with may be obtained by lower levels of fertilizer applied, which again leads to reducing in crop production.

In this paper three different methods for estimating quadratic production functions of the relationship between use of nitrogen fertilizer and crop production are investigated. The three methods estimates production functions for the most common crops in Denmark in two soil categories; sand and loamy. The production functions are estimated on data from earlier experiments made by the Danish Institute of Plant and Soil Science in the period from 1970 to 1990. The production functions show that sandy soils have a more flat function than the loamy soils, where the function is more steep. This indicates that the marginal effect of fertilizer on yields near maximum is larger on loamy soils than on sandy soils.

Baggrund

Baggrunden for nærværende artikel er et projekt, som Afdeling for Biometri og Informatik har været inddraget i vedrørende udarbejdelse af en ministeriel rapport om Bæredygtigt Landbrug i Danmark. I forbindelse med Bæredygtigt Landbrug frem til år 2005 har Landbrugsministeriet bedt bl.a. Statens Plante-

avlsforsøg udarbejde forskellige rapporter. For Afdeling for Biometri og Informatik har formålet været at understøtte en gruppe, der havde til opgave at opstille relationer mellem kvælstofttilførslen, planteproduktionen og udvaskningen. I den forbindelse har Afdeling for Biometri og Informatik udviklet metoder, som på baggrund af tidligere udførte forsøg ved

Statens Planteavlsforsøg kan estimere såkaldte produktionsfunktioner for sammenhængen mellem de mest dyrkede afgrøders udbytte og deres kvælstoftilsørsel. I nærværende artikel præsenteres de metoder, der blev anvendt ved estimering af produktionsfunktioner. Dernæst præsenteres de estimerede produktionsfunktioner, som var et resultatet af anvendelsen af de tre metoderne.

Formålet med at modellere udbyttets afhængighed af kvælstoftilsørslen har her primært været behovet for at kunne beskrive de økonomiske ændringer, som fremover kan forventes, hvis anvendelsen af kvælstof i dansk landbrug ændres. Der er således tale om effekter for dansk landbrug, men ikke ændringernes effekt for den enkelte landmand, mark eller år.

Interessen har derfor primært været i fremstilling af gennemsnitskurver vel vidende, at variationen omkring disse kan være stor på grund af variationen i de specifikke dyrkningsbetingelser i øvrigt.

Indledning

Til modellering af udbyttets afhængighed har der været benyttet flere forskellige funktioner.

Boyd & Yven (1976) har undersøgt anvendeligheden af 1.-2.- og 3. grads polynomier, 2 sammenhængende rette linier, eksponentielle funktioner og reciprokke polynomier. De fandt, at funktioner, som ikke havde vandrette asymptoter, generelt var dårligere end funktioner med sådanne. Anderson & Nelson (1975) benyttede et system af sammenhængende rette linier til modellering af udbytte af sukkerrør som funktion af kvælstoftilsørslen og fandt, at disse passede bedre end 2. grads polynomier.

I et større forsøg med næringsstoffer til hvede benyttede Dyke *et. al.* (1983) 2. grads polynomier (parabler) til beskrivelse af udbyttets afhængighed af kvælstof. I en dansk undersøgelse omfattende data fra mange forsøg og afgrøder

benyttede Kyllingsbæk og Simmelsgaard (1986) ligeledes 2. grads polynomier.

I denne analyse er det valgt at benytte 2. grads polynomier, dels fordi det er nødvendigt at anvende differentiable funktioner som input til økonomiske optimeringsmodeller, dels fordi 2. grads polynomier giver produktionsfunktioner, som er forholdsvis lette at estimere.

Datamaterialet

De analyserede data består i alt overvejende grad af data fra forsøg udført på lokaliteterne ved Statens Planteavlsforsøg i perioden fra 1970 og frem til 1990. En del af datamængden blev indsamlet allerede i 1985 i forbindelse med udarbejdelsen af beretning om Kvælstofudnyttelse og Kvælstoftab på sandjord (Kyllingsbæk og Simmelsgaard, 1986). Daværende datamateriale er i forbindelse med udarbejdelsen af rapport om Bæredygtigt Landbrug 1991, blevet udvidet og opdateret af Afdeling for Biometri og Informatik. Dataindsamling ved den sidste opdatering er forløbet med meget korte tidsfrister i perioden fra 1. november til 1. december 1990.

Forsøgene, der er grundlaget for datamaterialet, består af en række forsøgsresultater fra forsøgsled, hvor udbyttet af en afgrøde er registreret for mindst tre niveauer af kvælstoftilsørslen på en given jordtype. Tre kvælstofniveauer er et krav til forsøgsleddene, da der kræves tre punkter for at estimere en kvadratisk funktion. Hvis der eksisterer gentagelser inden for samme kvælstofniveau, er der benyttet gennemsnit af udbytterne for gentagelserne.

Ud over udbyttets variation som følge af varirende kvælstofniveau repræsenterer forsøgene i datamaterialet også variationer i udbyttet som følge af variation i en række andre vækstfaktorer. De mest betydende vækstfaktorer ud over kvælstoftilsørslen er forfrugt, sorter, vanding samt andre kulturtekniske faktorer, som normalt har interesse i en dyrkningsmæssig sammenhæng. Dertil kommer, at forsøgene

også dækker over klimavariationer og årsvariationer. Normalt vil disse faktorer være konstante inden for et enkelt forsøg, men ved denne analyse, hvor der indgår flere forsøg over flere år, får baggrundsfaktorerne i de enkelte forsøg og de enkelte år en betydning for sammenligning af flere kvadratiske funktioner.

Ved indsamlingen af data er der lagt vægt på, at inkludere så mange forsøg som muligt, da det er en fordel, at datamaterialet indeholder flest mulige observationer for hver afgrøde.

Metode

For forsøg, der indgår i datamaterialet, er der for hver behandling i forsøgene opstillet en kvadratisk produktionsfunktion. Hvis Y_i er det gennemsnitlige udbytterespons i parceller med tilført kvælstofmængde N_i , da kan der estimeres en kvadratisk funktion ved en lineær regressionsmodel, hvor udbyttet Y_i er responset af den tildelte kvælstof mængde N_i . Den matematiske sammenhæng er som følger:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 N_i + \beta_2 N_i^2 + \epsilon_i \quad (1)$$

hvor $i=1,2,\dots,k$, med k som antal kvælstofniveauer i de enkelte forsøg, β_0 , β_1 og β_2 er parametre, der skal estimeres og ϵ_i er de stokastiske afvigelser, der antages at være indbyrdes uafhængige og normalfordelte med samme varians for alle k kvælstofniveauer. Denne antagelse svarer til, hvad der er antaget på det tidspunkt, hvor forsøgene blev udlagt og senere analyseret.

Ud fra modellen i (1) estimeres ved mindste kvadraters metode et $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$ og $\hat{\beta}_2$ for hvert forsøgsled i hvert af de enkelte forsøg. Med betegnelsen forsøgsled henvises til kombinationer af alle andre faktorer end tilførte kvælstofmængder. For afgrøder, hvor der er et stort forsøgmateriale med mange forsøg eller med store forsøg med mange forsøgsled, bliver der estimeret mange produktionsfunktioner. Mens der

bag ved andre afgrøder som raps er væsentligt færre produktionsfunktioner.

Afvigende funktioner

Inden for en given afgrøde var der enkelte produktionsfunktioner, som var direkte afhængige i forhold til resten af produktionsfunktionerne for samme afgrøde og jordtype. Disse enkelte afvigende produktionsfunktioner blev udeladt fra datamaterialet. Det drejer sig om funktioner, hvor der var en negativ korrelation med den tilførte kvælstofmængde og udbyttet. Det formodes at forekomme i enkelte forsøgsled, hvor afgrøderne har været påvirket af ekstreme forsøgsbetingelser eller, hvor det tilførte kvælstof ikke har været tilgængelig for planterne.

Gennemsnit af funktioner

På baggrund af alle estimerede produktionsfunktioner for en afgrøde er det målsætningen at opstille to produktionsfunktioner; en for hver af to givne jordkategorier. Den ene jordkategori er sandjord, som dækker jordtyperne Jb 1 - Jb 3 og den anden kategori er lerjord, som dækker jordtyperne Jb 4 - Jb 7. Denne klassificering er valgt, da det antages, at springet i udbytteniveau er størst mellem jordtype Jb 3 og Jb 4.

En simpel og umiddelbar metode, hvor ved der kan opstilles to produktionsfunktioner for hver afgrøde i hver jordkategori, er at anvende et gennemsnit for de estimerede værdier af henholdsvis $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$ og $\hat{\beta}_2$.

Median af funktioner

En anden metode, hvor ved der kan findes en produktionsfunktion for hver afgrøde på de to jordkategorier, er at anvende medianen for hver af estimererne $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$ og $\hat{\beta}_2$. Dette vil give én enkelt kurve på baggrund af alle estimerede β -parametre. Fordelen ved at anvende medianværdierne frem for middelværdier er, at me-

dianen ikke er så påvirkeligt af enkelte afvigende observationer.

Normudbyttet af funktioner

Ud over de to jordkategorier og kvælstoftiførslen til afgrøderne, er der en række andre faktorer, der forventes at påvirke udbyttet. Til disse faktorer hører f.eks klimaet og kulturtekniske faktorer. Men da hver enkel produktionsfunktion er estimeret inden for ét forsøgsled, antages det, at alle andre faktorer end kvælstoftiførslen er konstante for netop de observationer, der er grundlaget for funktionen. Derimod må det forventes, at der er stor variation i de klima- og kulturttekniske faktorer, der danner grundlaget for hver af de enkelte produktionsfunktioner. Et givet sæt af faktorer vil sjældent gælde for mere end én produktionsfunktion, da hvert forsøgsled netop er karakteristisk ved en ændret behandling, år, sted eller forsøgsserie. Specielt for produktionsfunktioner fra forskellige forsøg må det forventes, at der er stor variation i de grundlæggende parametre.

De forskellige faktorer, der er grundlaget for hver produktionsfunktion medfører en stor forskel på produktionsfunktionernes form. Nogle produktionsfunktioner er flade, mens andre er mere krumme. Produktionsfunktioner med β_2 tæt på nul vil være flade i forhold til produktionsfunktioner, hvor β_2 har en numerisk større værdi. De forskellige klimatiske og dyrknings tekniske betingelser, som har været grundlaget for de enkelte produktionsfunktioner, kan sandsynligvis forklare denne variation i produktionsfunktionernes form.

En statistisk analyse af, hvilke biologiske parametre, der har betydning for produktionsfunktionernes form, og med hvilken effekt disse parametre indvirker, er selvfølgelig relevant. For flere afgrøder vil dette kræve et langt større datamateriale end det, der på nuværende tidspunkt er til rådighed. Dertil kommer, at der i datamaterialet ikke er en fuldstændig registrering af alle de vigtigste faktorer, som forventes at indvirke på udbytteniveauet. På

baggrund af disse kendsgerninger har det været nødvendigt at finde en enklere metode, hvor der kun anvendes en enkelt variabel som prædiktor for produktionsfunktionernes form. Til denne variabel er det ønskeligt, at der er korrelation til så mange klimatiske og kulturttekniske faktorer som muligt.

Som prædiktor for produktionsfunktionernes form er valgt en udbytteparameter for hver enkelt produktionsfunktion. Derved antages det, at udbytteniveaet i de enkelte forsøgsled er udtryk for en kombination af de biologiske faktorer, der har størst betydning for formen af produktionsfunktionen fra det pågældende forsøgsled.

Udbytteniveaet er dannet ved at estimere produktionsfunktionernes responsværdier for det kvælstofniveau, der er anvist som normtildelingen for den pågældende afgrøde og jordkategori. De estimerede udbytteniveauer betegnes Y_{norm} .

Disse udbyttenormer for hver enkelt produktionsfunktion er relateret til funktionernes form ved at antage en lineær sammenhæng mellem udbyttenormen og parametrene β_0 og β_1 . De lineære funktioner får følgende udtryk:

$$\beta_0 = \alpha_{00} + \alpha_{01} Y_{norm} + \varepsilon_0 \quad (2)$$

$$\beta_1 = \alpha_{10} + \alpha_{11} Y_{norm} + \varepsilon_1 \quad (3)$$

hvor ε_0 og ε_1 er stokastiske variable af tilfældige afvigelser, der antages at være indbyrdes uafhængige og normalfordelte med middelværdierne $E(\varepsilon_0) = E(\varepsilon_1) = 0$ og variansen $\text{var}(\varepsilon_0) = \sigma_0^2$ og $\text{var}(\varepsilon_1) = \sigma_1^2$.

Mellem udbyttenormen og koefficienten foran andengradsledet (β_2) for kvælstoftiførslen er en lineær sammenhæng til Y_{norm} for visse afgrøder for simpel, derfor anvendes en transformation af Y_{norm} og en lineær sammenhæng estimeres ved:

$$\beta_2 = \alpha_{20} + \alpha_{21}(Y_{norm})^\lambda + e_2 \quad (4)$$

hvor e_2 er en stokastisk variabel af tilfældige afvigelser, som antages at være uafhængige og normalfordelte med middelværdien $E(e_2)=0$ og variansen $\text{var}(e_2)=\sigma_e^2$. Parameteren λ er undersøgt på baggrund af residualplot i intervallet $0 \leq \lambda \leq 2$. For $\lambda=0$ estimeres modellen som $\beta_2 = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(Y_{norm})$.

Sammenhængen i formel (2) indebærer, at alle estimerter af β_0 fra formel (1) antages at være stokastisk udfald fra samme fordeling og med samme varians for alle de estimerede parabler. Altså samme varians og fordeling både for parablerne inden for et enkelt forsøg og samme varians for parablerne mellem de forskellige forsøg. Samme antagelse gælder tilsvarende i formel (3) og formel (4) for henholdsvis β_1 og for β_2 .

Formlerne (2)-(4) mellem normudbytterne og produktionsfunktionernes form betyder, at der kan estimeres en produktionsfunktion ved et givet udbytteniveau Y_{norm}^* . Denne teknik kan anvendes, når der skal findes produktionsfunktioner for dansk landbrug som helhed. Ved en værdi af Y_{norm}^* for en afgrøde på en given jordkategori kan de tilsvarende værdier af β_0 , β_1 og β_2 beregnes ved formlerne (2)-(4). Matematisk set kan produktionsfunktioner for dansk landbrug herved findes, ved at interpolere fra de produktionsfunktioner, der kan estimeres på baggrund af forsøgene ved Statens Planteavlsforsøg, til én forventet gennemsnitlig produktionsfunktion for dansk landbrug. Dette gælder for hver afgrøde på hver af de to jordkategorier.

Anvendelighed

Metoden med interpolationen via sammenhængen mellem Y_{norm} og β -værdierne forudsætter, at en produktionsfunktion ved et givet udbytteniveau ved Statens Planteavlsforsøg svarer til den produktionsfunktion, der gælder

i dansk landbrug ved samme udbytte, afgrøde og jordtype.

Hvis produktionsfunktionerne, der estimeres på baggrund af simple gennemsnit eller medianer, skal være repræsentative som produktionsfunktioner for afgrøder på to jordkategorier i dansk landbrug, da må det yderligere forudsættes, at forholdene som produktionsfunktionerne er estimerede under ved Statens Planteavlsforsøg, er repræsentative for de forhold, der gælder for dansk landbrug.

Et beregningseksempel

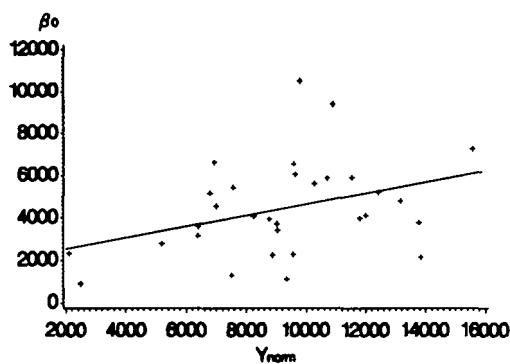
Som et generelt eksempel på, hvordan produktionsfunktioner blev estimeret vises, hvoredes data for foderbeder på sandjord blev analyseret. For afgrøden foderbeder er det tørstofindholdet i roden, der er interessant, derfor sættes responset Y_i i formel (1) til dette tørstofindhold. Fra de forsøg, der var tilgængelige, blev der ud fra formel (1) bestemt 31 produktionsfunktioner. Gennemsnit, medianer, mindste- og største værdi for de enkelte β -parametre kan ses i tabel 1.

Af tabel 1 ses, at der var en meget stor forskel på det største og mindste estimat for de tre β -parametre. Variationen på $\hat{\beta}_2$ er udtryk for, at produktionsfunktionerne var meget forskellige hvad angår deres form. For produktionsfunktionen med $\hat{\beta}_2 = -0,017$ gælder, at denne funktion er fladest, da værdien er nærmest på nul i modsætning til produktionsfunktionen med den mindste β -værdi ($\hat{\beta}_2 = -0,30$), hvor produktionsfunktionen er meget krum. Det krumme forløb er samtidig ensbetydende med en stejlere hældning for produktionsfunktionen i området omkring toppunktet.

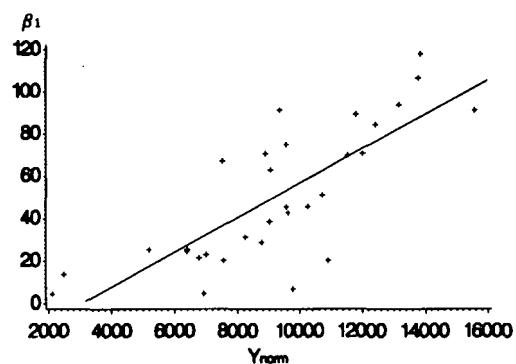
En stor forskel i de 31 produktionsfunktionernes form kan også ses ved den store variation af hældningen på produktionsfunktionerne ved tildeling af 100 kg kvælstof pr. ha. Ved den største hældning var $dY/dN_{100} = 58,3$, som svarer til, at 1 kg ekstra kvælstof tildelt ud over 100 kg gav 58,3 kg tørstof i ekstra udbytte. Samtidig

Tabel 1: Middelværdier, minimum-, maksimumværdier og median for β -værdier fra formel 1 og for normudbytter i foderbeder excl. top.

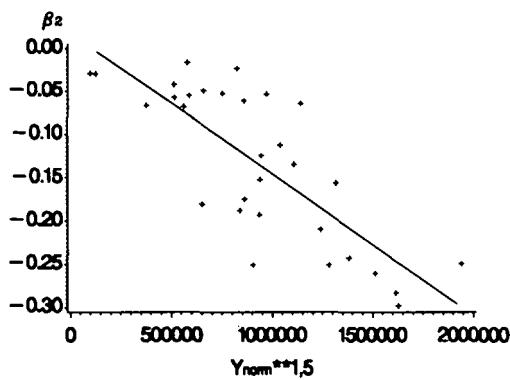
Parameter	Middel	Median	Min	Max
β_0 [kg/ha]	4470	4090	920	10535
β_1 [kg/kg]	50	45	4,7	118
β_2 [kg·ha/kg ²]	-0,136	-0,125	-0,30	-0,017
Y_{norm} [kg/ha]	9233	9349	2110	15570
dY/dN ₁₀₀ [kg/kg]	23,8	24,0	-3,7	58,3
N _{max} [kg/ha]	203	188	65	604



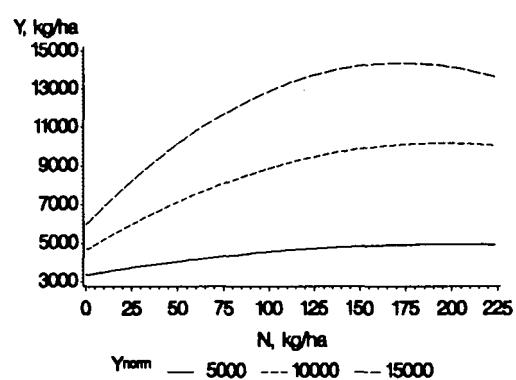
Figur 1: β_0 som funktion af Y_{norm}



Figur 2: β_1 som funktion af Y_{norm}



Figur 3: β_2 som funktion af $(Y_{norm})^{1.5}$.



Figur 4: Produktionsfunktioner for foderbeder ved 3 forskellige udbyttenormer: 5000 kg/ha, 10000 kg/ha og 15000 kg/ha.

med den stejle hældning var der meget flade hældninger, hvor differentialekvotienten ved tilført 100 kg kvælstof pr. ha var omkring nul.

I figur 1 og figur 2 er illustreret den lineære sammenhæng mellem Y_{norm} og henholdsvis β_0 og β_1 fra formel (2) og (3). Mellem Y_{norm} og β_0 var hældningskoefficienten $\alpha_{01}=0,26$, der var signifikant forskellig fra nul på 5%-niveau. For β_1 som funktion af Y_{norm} var hældningskoefficienten $\alpha_{11}=0,0082$, hvilket var signifikant forskellig fra nul på promilleniveau. Figur 3 illustrerer lineariteten mellem β_2 og normudbyttet opløftet i potensen 1,5. Hældningskoefficienten for sammenhængen var $\alpha_{21}=0,164 \cdot 10^{-6}$, der var signifikant forskellig fra nul på promilleniveau.

Figur 4 viser tre forskellige produktionsfunktioner estimeret ved tre normudbytter. Ved hver udbyttenorm blev de tilsvarende estimerater for β_0 , β_1 og β_2 fundet ved at indsætte normudbytterne (Y_{norm}^*) i de lineære funktioner fra figur 1, 2 og 3. Det skal bemærkes, at de valgte udbytteniveauer på 5000 kg/ha og 15000 kg/ha er ekstreme værdier i forhold til figur 1, 2 og 3. I praksis var udbytteniveauet omkring 10000 kg tørstof pr. hektar. I dette område vil interpolationer være tættest på middelværdien, og netop omkring middelværdien vil interpolationen have den største nøjagtighed.

Af figur 4 ses, at ved stigende udbyttepotentiale, sker der samtidigt en stigning i hældningen på kurverne.

Resultater

I tabel 2 og 3 ses produktionsfunktioner for udbyttets afhængighed af kvælstofniveauet på henholdsvis sandjord og lerjord. De endelige produktionsfunktioner blev estimeret ved de tre metoder beskrevet i metodeafsnittet. I tabellerne under "metode" er angivet hvilken metode, der blev anvendt ved estimering af den pågældende funktion. For funktioner med betegnelsen "G" blev produktionsfunktionen estimeret

ved et gennemsnit for hver af alle β_0 , β_1 og β_2 værdier. Med betegnelsen "M" henvises til metoden, hvor produktionsfunktionen blev estimeret ved medianværdierne af samtlige estimerater for hver af de tre β -parametre. Ved den tredje metode er der ved "K" henvis til estimation af produktioner via anvendelse af udbyttet ved normtildelingen af kvælstof. De udbyttenormer, der var grundlaget for estimatet af de viste produktionsfunktioner, er angivet i Tabel 2 og 3 under Y_{norm}^* .

Det antal produktionsfunktioner der blev estimeret ud fra formel (1) er vist i tabel 2 og 3 under m . Dette antal var grundlaget for estimationen ved alle tre metoder.

Da produktionsfunktionerne blev estimeret ved kvadratiske funktioner har alle funktioner et maksimumudbytte ved en given kvælstofmængde. Denne kvælstofmængde er i tabel 2 og 3 angivet ved N_{max} .

Af både tabel 2 og 3 fremgår, at for produktionsfunktionerne for græs indtrådte det maksimale udbytte (N_{max}) først ved kvælstoftilførsler mellem ca. 500 kg/ha og ca. 600 kg/ha. De forholdsvis numerisk små β_2 -værdier, der lå i området fra -0,00027 til -0,00044 betyder samtidigt, at funktionerne for græs var forholdsvis flade set i relation til funktionerne for kornafgrøderne, hvor β_2 -værdierne for de fleste afgrøder var omkring -0,001.

For flere afgrøder var der en tendens til, at produktionsfunktionerne var fladere på sandjord end på lerjord, da β_2 -værdierne var numerisk mindre på sandjord i forhold til værdierne på lerjord. Tendensen var mest markant for vinterhvede og vinterrug. For vinterrug ved metoden "K" var $\hat{\beta}_2=-0,00242$ for produktionsfunktionen på lerjord, mens $\hat{\beta}_2=-0,00057$ for produktionsfunktionen på sandjord.

Produktionsfunktionernes hældning ved 100 kg tilført kvælstof pr. ha er vist i tabellerne 2 og 3 ved dY/dN_{100} . Hældningen eller differentialekvotenten ved 100 kg kvælstof er udtryk for den

Tabel 2: Estimater for gennemsnitlige produktionsfunktioner for udbytte i hkg/ha af afgrøder på sandjord. Estimaterne er beregnet ved 3 forskellige metoder.

Afgrøde	Metode	Y_{nom}^* [hkg/ha]	m antal	β_0 [hkg/ha]	β_1 [hkg/kg]	β_2 [hkg×ha/kg ²]	N_{max} [kg/ha]	dY/dN_{100} [hkg/kg]
Vinterhvede	G		9	31	0,13	-0,00039	167	0,05
	M		9	20	0,19	-0,00053	179	0,08
	K	38	9	26	0,15	-0,00047	160	0,06
Vinterrug	G		43	23	0,25	-0,00080	156	0,09
	M		43	19	0,26	-0,00083	157	0,09
	K	35	43	25	0,15	-0,00057	132	0,04
Vinterbyg	G		70	17	0,33	-0,00110	150	0,11
	M		70	16	0,31	-0,00114	136	0,08
	K	34	70	12	0,28	-0,00088	159	0,10
Vårbyg	G		933	16	0,38	-0,00135	141	0,11
	M		933	16	0,36	-0,00122	150	0,12
	K	38	933	16	0,31	-0,00102	152	0,11
Fabriks- kartofler	G		47	32	0,57	-0,00158	179	0,25
	M		47	57	0,37	-0,00058	319	0,25
	K	85	47	33	0,59	-0,00150	197	0,29
Bederoer, rod	G		31	45	0,051	-0,00134	189	0,24
	M		31	41	0,45	-0,00125	180	0,20
	K	100	31	47	0,57	-0,00146	195	0,28
Bederoer, top	G		25	14	0,17	-0,00029	290	0,11
	M		25	13	0,15	-0,00023	326	0,10
	K	28	25	12	0,12	-0,00017	353	0,09
Græs	G		13	37	0,37	-0,00044	420	0,28
	M		13	35	0,36	-0,00027	667	0,31
	K	120	13	41	0,36	-0,00040	453	0,28

marginale udbyttefremgang, der vil være, hvis der udoover de 100 kg kvælstof yderligere tilfører 1 kg kvælstof. Hældningen vil i nogen grad afspejle produktionsfunktionens udseende. Hvis hældningen er stor, er det udtryk for, at produktionsfunktionen ved 100 kg tilført kvælstof er stejl, mens en lille hældning er tegn på en fladere kurve.

Hældningen ved 100 kg kvælstof var delvist afhængig af kvælstoftilsørslen ved det maksimale udbytte N_{max} . Hvis produktionsfunktionen havde en stor N_{max} -værdi havde funktionen en forholdsvis større hældning ved 100 kg tilført kvælstof end hvis N_{max} var mindre. Det hænger sammen med, at hældningen ændres lineært med afstanden fra N_{max} for en kvadratisk funktion.

Tabel 3: Estimater for gennemsnitlige produktionsfunktioner for udbytte i hkg/ha af afgrøder på lerjord. Estimaterne er beregnet ved 3 forskellige metoder.

Afgrøde	Metode	Y_{nom}^* [hkg/ha]	m antal	β_0 [hkg/ha]	β_1 [hkg/kg]	β_2 [hkg×ha/kg ²]	N_{max} [kg/ha]	dY/dN_{100} [hkg/kg]
Vinterhvede	G	58	128	32	0,46	-0,00119	193	0,22
	M		128	32	0,37	-0,00098	189	0,17
	K		128	28	0,36	-0,00108	167	0,15
Vinterrug	G	47	18	37	0,36	-0,00130	138	0,10
	M		18	27	0,44	-0,00167	132	0,11
	K		18	19	0,52	-0,00242	107	0,04
Winterbyg	G	52	73	20	0,41	-0,00106	193	0,20
	M		73	15	0,46	-0,00133	173	0,19
	K		73	18	0,38	-0,00102	186	0,18
Vårbyg	G	50	710	21	0,47	-0,00209	112	0,05
	M		710	23	0,41	-0,00175	117	0,06
	K		710	22	0,48	-0,00208	115	0,06
Bederoer, rod	G	115	14	69	0,44	-0,00117	188	0,21
	M		14	69	0,44	-0,00122	180	0,20
	K		14	72	0,46	-0,00120	190	0,22
Bederoer, top	G	30	13	20	0,21	-0,00032	327	0,15
	M		13	19	0,20	-0,00033	303	0,13
	K		13	13	0,13	-0,00021	310	0,09
Græs	G	130	12	28	0,40	-0,00036	556	0,33
	M		12	24	0,37	-0,00035	529	0,30
	K		12	30	0,44	-0,00041	534	0,36

For vintersædafsgrøderne var marginaludbyttet større på lerjord end på sandjord. Dette gjaldt både, når der i forvejen ikke var tilført kvælstof, og når der allerede var tilført 100 kg N. Eksempelvis var marginaludbyttet for hvede på lerjord ved metode "K" 0,36 og 0,15 hkg kerne/kg N ved henholdsvis 0 og 100 kg N. På sandjord var de tilsvarende marginaludbytter kun henholdsvis 0,15 og 0,06 hkg kerne/kg N.

For vårbyg var marginaludbyttet imidlertid kun størst på lerjord ved tildeling af 0 kg kvælstof, mens marginaludbyttet ved 100 kg kvælstof var

større på sandjord end på lerjord.

For alle kornafgrøderne var β_0 større på lerjord end på sandjord. Selv om β_0 var ret usikkert bestemt, da forsøgsled med 0 kg kvælstof manglende i mange forsøg, var forskellene mellem de to jordtyper dog signifikant for flere afgrøder.

Diskussion

Ved de beskrevne tre metoder forudsættes, at sammenhængen mellem tilførslen af kvælstof-gødning og udbyttet kan beskrives ved en

parabel, hvor grenene vender nedad. Toppunktet for parablen er det maksimale udbytte, som forventes for en given afgrøde. For kvælstoftilførsker væsentligt større end tildelingen ved toppunktet i parablen vil det estimerede udbytte ikke være relevant.

I alle tre metoder foregår estimationen af produktionsfunktioner i to trin, hvor der først estimeres en række produktionsfunktioner på baggrund af de udvalgte forsøg. For de produktionsfunktioner, hvor der ligger mere end tre punkter til grund for funktionen, vil der til funktionerne samtidigt estimeres en residualvariation for de tilfældige afvigelser e_i i formel (1). Det andet trin i metoderne er estimation af én produktionsfunktion på baggrund af samtlige produktionsfunktioner for hver given afgrøde og jordkategori. Her vil der tilsvarende estimeres residualvariationer for de tilfældige afvigelser ved estimation af de tre β -parametre i formlerne (2), (3) og (4).

Denne to-trins estimationsprocedure medfører, at den endelige produktionsfunktion for en afgrøde på en given jordkategori ikke nødvendigvis er den produktionsfunktion, der for samtlige observationer i det tilhørende datamateriale estimerer den mindste sum af de tilfældige afvigelser fra alle observationer. Tværtimod vil det være et tilfælde, hvis det skulle indtræffe.

Variationen for de tilfældige afvigelser i formlerne (2)-(4) kan karakteriseres som de variationer, der opstår ved at ignorere alle de faktorer, der har betydning for produktionsfunktioner i de enkelte forsøgsled og som ikke bliver udtrykt i Y_{norm} . Det kan diskuteres, hvorvidt det er hensigtsmæssigt at undlade faktorerne, der gælder for de enkelte forsøgsled, uden at undersøge hvilke faktorer, der er signifikante, og hvilken sammenhæng de signifikante faktorer har på produktionsfunktionernes form. På den anden side har målsætningen med denne analyse været, at der kun skulle estimeres en produktionsfunktion for to jordkategorier af hver afgrøde. Konsekvensen bliver, at usikkerheden

på produktionsfunktionerne er øget som følge af den begrænsede målsætning og den deraf følgende simplere estimeringsmetode.

Frem for at anvende metoden med estimation over to trin, vil det være hensigtsmæssigt at udvikle en mere avanceret metode, hvor produktionsfunktionerne i tabel 2 og tabel 3 estimeres simultant.

En anden måde at forbedre produktionsfunktionerne i tabellerne 2 og 3 på, er at finde de parametre som funktionerne er afhængige af. Det kunne gøres ved at opstille en lineær model med de tre β -værdier som respons af en række signifikante parametre. Dette vil samtidigt give muligheder for at analysere produktionsfunktionernes form og niveau som følge af variationer i de enkelte signifikante parametre. Grunden til, at der ikke er foretaget en sådan analyse, er at der for de fleste afgrøder ikke er tilstrækkelige oplysninger i datamaterialet.

Konklusion

Det har været muligt, at estimere kvadratiske produktionsfunktioner for udbyttet afhængigt af den tilførte kvælstofmængde for de mest dyrkede afgrøder på to jordkategorier; sandjord og lerjord.

Koefficienten for kvadratet på kvælstoftilførslen, β_2 , var i næsten alle tilfælde numerisk større på lerjord end på sandjord. Det betyder, at formen på produktionsfunktionerne var fladere på sandjord end på lerjord, hvorfor merudbyttet for hver ekstra tilført kg kvælstof pr. ha nær kurvens maksimum (maksimumudbyttet) har været større på lerjord end på sandjord.

Der blev fundet en stor variation i produktionsfunktionernes form, hvilket betyder, at andre faktorer må konkluderes at have stor indflydelse på hvor effektivt det tilførte kvælstof blev udnyttet.

Det vil være hensigtsmæssigt, at undersøge variationen i produktionsfunktionernes form som følge af ændringer i forskellige signifikante faktorer.

Referencer

Anderson, R.L., Nelson, L.A., 1975. A family of models involving intersecting straight lines and concomitant experimental designs useful in evaluating response to fertilizer nutrients. *Biometrics* 31, 303-318.

Boyd, D.A., Yuen, L.T.K., 1976. Nitrogen requirements of cereals. 1. Response curves. *J. agric. Sci. Camb.* 87, 149-162. Dyke, G.V., George, B.J., Johnston, A.E., Poulton, P.R., Todd, A.D., 1983. The Broadbalk Wheat Experiment 1968-78: Yields and plant nutrients in crops grown continuously and in rotation. Rothamsted Experimental Station. Report for 1982. Part 2, 5-44. Lawes Agricultural Trust.

Kyllingsbæk, A., Simmelsgaard, S.E., 1986. Kvælstofudnyttelse og kvælstoftab på sandjord. *Tidsskrift for Planteavl's specialserie.* Beretning nr. S1853. 113 pp.

Non-lineær regressionsanalyse til estimering af planters vandrelationer målt med tryk-volumen metoden

Non-linear regression analysis to estimate plant water relations measured by the pressure-volume method.

Mathias N. Andersen *Afdeling for Kulturteknik*

Resumé

Vandrelationerne, dvs. sammenhængen mellem vandpotential og vandindhold, blev målt i blade af vårbyg og vårraps vha. tryk-volumen teknikken. Parameterestimation blev foretaget med to metoder hhv. ved en non-lineær regressionsmetode og ved lineær regression efter transformation af data. Det blev påvist, at transformation af data ofte fører til variationsinhomogenitet, der kan medføre fejlestimation af parametre ved lineær regression. Ved anvendelse af non-lineær regression på utransformerede data undgås dette, samtidig med, at der opnås nærmere modeller og en lettere forståelig resultatbeskrivelse og -fortolkning. Byg- og rapsblades vandrelationer blev sammenlignet og fortolket i relation til vandrørt i jord-plante-atmosfære systemet.

Summary

The water relations of leaves of spring barley and spring oilseed rape were measured by the pressure-volume technique. The different parameters were estimated by two methods: 1. Non-linear regression, and 2. Linear regression after transformation of the data. It was shown that transformation of data often resulted in a distortion of the error structure, which may lead to wrong parameter estimates from the linear regression procedure. This was avoided by use of non-linear regression on untransformed data. The water relations of leaves of barley and oilseed rape were compared and discussed in relation to water transport in the soil-plant-atmosphere system.

Indledning

Vandrørt gennem planter betragtes ofte som drevet af en potentialgradient over en række modstande i planterne. Denne betragtningsmåde, i analogi med Ohm's lov, gælder under "steady state" betingelser, hvor præcis samme mængde vand henholdsvis optages af rodsystemet og fordamper fra bladene. Realiteten er imidlertid, at en afgrødes vandindhold varierer op til 30 pct. som følge af daglige svingninger i vandpotentialgradienten mellem jord og atmosfære. Da landbrugsafgrøders totale vandindhold typisk svarer til ca. én dags

fordampning, er det nødvendigt for afgrødernes overlevelse, at det daglige vandrørt erstattes ved vandoptagelse om natten. Nogle planter har dog et betydeligt større vandforråd, f.eks. kan en kaktusart som Ferocactus acanthodes fortsætte sin transpiration i 40 dage efter, at vandoptagelse fra jorden er ophørt (Nobel, 1977).

Også for de almindelige landbrugsafgrøder har planternes kapacitet for vand imidlertid en væsentlig betydning for dagsforløbet af fordamningen, via den buffervirkning lageret har

på vandpotentialet i planterne. Potentialet bestemmer stomatas åbningsgrad, således at fordampningen reguleres af denne feed-back mekanisme (Katerji et al., 1986). Såvel ved beregning af evapotranspiration som i studier af tørkestress betydning for afgørders vækst og udvikling er det således vigtigt at kunne modellere forløbet af planternes vandpotential gennem dagen nøjagtigt.

Bladet er det primære organ til varetagelse af afgørders absorption af fotosynteseaktivt lys og regulering af vandaftivelse/ CO_2 -optagelse. I det følgende præsenteres en analysemetode til opgørelse af data for blades vandrelationer dvs. sammenhængen mellem vandindhold og -potential målt med tryk-volumen metoden, og der sammenlignes med den traditionelle opgørelsesmetode omfattende transformation af data og lineær regression.

Materialer og metoder

Forsøgsdesign

Måledataene, der analyseres, er uddrag af to større undersøgelser af vårbygs og vårraps' vandrelationer og tørkefølsomhed. Markforsøget med vårbyg (*Hordeum distichum L.*, cvs. Gunnar og Alis) blev udført i 1987 og 89 ved Jyndevad Forsøgsstation som et randomiseret blokforsøg med to faktorer: Kalium og vanding. I 1987 blev der kort efter skridning udtaget blade fra internodie nr. 6 til analyse. I 1989 blev der tidligt i kernefyldningsfasen taget blade fra internodie nr. 7. Begge år blev prøverne taget fra fuldt vandede behandlinger tildelt 50 og 200 kg K/ha. Forsøget med vårraps (*Brassica napus L.*, cv. Topas) var et randomiseret rækkesforsøg med vanding udført i rammeanlæg. Her blev der i 1989 målt på blade fra internodie nr. 8 udtaget tidligt i skulpefyldningsfasen fra fuldt vandede parceller, og i 1990 blev der målt på skulpeblade ligeledes udtaget tidligt i skulpefyldningsfasen fra fuldt vandede parceller.

Måleprocedure

Tryk-volumen (PV) procedure nr. 1 blev udført

på bygblade i 1987 og rapsblade i 1989. Bladene blev skæret af tidligt om morgenen og rehydreret i tre til fire timer i reagensglas med demineraliseret vand. Herefter bestemtes det enkelte blads mættede vægt (TW) på analysevægt og umiddelbart efter bladets vandpotential (Ψ) ved hjælp af et trykkammer (Soilmoisture Corp., Santa Barbara, CA). Sammenhørende værdier af friskvægt (FW) og bladvandspotential måltes herefter gentagne gange i løbet af 8-12 timer, idet bladet langsomt blev udtrættet imellem målingerne ved at ligge på laboratoriebordelet delvist indesluttet i en plasticpose. Til slut bestemtes bladets tørvægt (DW) ved tørring i 16 timer ved 80 °C.

PV procedure nr. 2 blev udført på bygblade i 1989 og skulpeblade fra raps i 1990. Efter rehydrering blev bladstykker anbragt i et C-52 målekammer tilsluttet et HR33T-mikrovoltmeter (Wescor Inc., Logan, Utah) og bladvandspotentialet målt med dugpunktshygrometri efter 1/2 - 1 times ækvilibrering. Omgående efter hver potentialmåling blev bladstykkernes friskvægt bestemt på analysevægt. Tilsvarende måltes på bladstykker, hvor vævet indledningsvis var dræbt ved frysning i flydende N_2 . Efter målingerne blev bladstykkernes tørvægt bestemt som ovenfor.

Teori

Bladene består af flere specialiserede celletyper og PV-måling på hele blade giver derfor gennemsnitstimerne for bladenes vandrelationer. Vandet i bladene kan dog inddeltes i intracellulært, symplastisk vand (V) og ekstracellulært, apoplastisk vand (V_a). Sidstnævnte mængde antages at være konstant under målingerne og indeholder så få opløste stoffer, at det osmotiske potential kan antages lig nul. Det symplastiske vand indeholder derimod en høj koncentration af opløste stoffer, der dels giver det et osmotisk delpotential (Ψ_s) dels giver anledning til et pneumatisk delpotential eller turgorpotential (Ψ_p) på grund af cellevæggernes elastiske udspilning når vand transportereres ind i cellerne som følge af disses indhold af osmotica.

Ud fra vejningerne blev bladets relative vandindhold (R) beregnet for hver måling ud fra:

$$R = (FW - DW)/(TW - DW) \quad (1)$$

R kan også udtrykkes som summen af symplastisk og apoplastisk vand:

$$R = (V + V_a)/(V_s + V_o) \quad (2)$$

hvor V_o er mængden af symplastisk vand ved fuld mætning ($R = 1$). Dvs.:

$$R = R_s + R_a \quad (3)$$

hvor $R_s = V/(V_s + V_o)$ og $R_a = V_a/(V_s + V_o)$ er fraktionerne af hhv. symplastisk og apoplastisk vand.

Når symplasten indeholder N mol opløste stoffer kan dens osmotiske potential skrives som:

$$\Psi_w = \frac{-\Phi R^* TN}{V} \quad (4)$$

hvor Φ er en osmotisk koefficient, der her idealiseret betragtes som konstant, R^* er gaskonstanten, og T er den absolute temperatur.

Ved at kombinere ligning (2) og (4) kan Ψ_w herefter udtrykkes som funktion af R :

$$\Psi_w = \frac{-\Phi R^* TN}{(V_o + V_a)R - V_s} \quad (5)$$

eller

$$\Psi_w = \frac{1}{a + bR} \quad (6)$$

$$\text{hvor } a = \frac{V_s}{\Phi R^* TN} \text{ og } b = \frac{-(V_o + V_a)}{\Phi R^* TN}$$

På grund af det apoplastiske vandindhold (V_a) er sammenhængen mellem Ψ_w og R (ligning

(5)) ikke lineær. Det har derfor været anbefalet at skrive ligningen som (Tyree & Richter, 1982):

$$\frac{1}{\Psi_w} = \frac{V_s}{\Phi R^* TN} - \frac{(V_o + V_a)}{\Phi R^* TN} R \quad (7)$$

og dermed transformere data for Ψ_w ved den statistiske opgørelse.

Turgorpotential (Ψ_p) er en funktion af den symplastiske vandfraktions (R_s) størrelse. Dette kan rent empirisk beskrives ved en eksponentiel sammenhæng:

$$\Psi_p = \Psi_{p(\max)} e^{\beta [R_s^{-1} - (1-R_s)^{-1}]} \quad (8)$$

der også kan lineariseres ved logaritmering (Stadelmann, 1984):

$$\ln \Psi_p = \Psi_{p(\max)} + \beta [R_s^{-1} - (1-R_s)^{-1}] \quad (9)$$

hvor β er en elasticitets-exponent og $\Psi_{p(\max)}$ er det maksimale turgorpotential. $\Psi_{p(\max)}$ er lig med $+\Psi_w^{100}$, hvor Ψ_w^{100} er det osmotiske potentiale i mættede blade dvs. for $R = 1$.

Bladets elasticitetsmodulus e kan defineres ved:

$$e = V d\Psi_p / dV \quad (10)$$

og kan ifølge Stadelmann (1984) beregnes som:

$$e = -\Psi_p \beta / R_s \quad (11)$$

Den apoplastiske vandfraktion (R_a) kan beregnes ud fra målingerne med PV procedure nr. 2. Når bladvævet dræbes ved frysning i flydende N_2 sprænges cellerne og symplastens indhold af opløste stoffer fortynes med apoplastisk vand. Det osmotiske potentiale i det dræbte cellevæv

(Ψ_w^k) er:

$$\Psi_w^k = \frac{-\Phi R^* TN}{(V_o + V_s)R} \quad (12)$$

Ved division med ligning (6) fås:

$$R_s = \frac{V_s}{V_o + V_s} = (1 - \frac{\Psi_w^k}{\Psi_p})R \quad (13)$$

R_s kan således beregnes ud fra værdierne for det osmotiske potential i dræbt og levende væv ved samme relative vandindhold (Andersen, Jensen & Lösch, 1991).

Statistisk dataanalyse

De sammenhørende målte data for Ψ_l og R blev indledningsvis plottet som $1/\Psi_l$ mod R . Da der gælder, at:

$$\Psi_l = \Psi_p + \Psi_w \quad (14)$$

opnås et krumt kurveforløb i turgorområdet ($\Psi_p > 0$) og et lineært kurveforløb (ligning (7)) i 0-turgorområdet ($\Psi_p = 0$ og $\Psi_l = \Psi_w$). Begyndelsen af det lineære kurveforløb indicerer turgortabspunktet (R^* , $1/\Psi_l^*$), og data for hvert blad blev herved inddelt i to grupper tilhørende turgorområdet hhv. 0-turgorområdet, der analyseredes separat.

I 0-turgorområdet, hvor $\Psi_w = \Psi_l$, blev parametrene i ligning (7) estimeret ved lineær regression med proceduren PROC REG (SAS Institute, 1988) efter transformation af data for Ψ_l til $1/\Psi_l$. Tilsvarende blev parametrene i ligning (6) estimeret ved non-lineær regression med proceduren PROC NLIN (SAS Institute, 1988), der er en iterativ procedure, der successivt minimerer SAK. Det er derfor nødvendigt at angive startværdier for de to parameterestimater f.eks. $a = 0 \text{ MPa}^{-1}$ og $b = -0,8 \text{ MPa}^{-1}$ og endvidere at specificere de partielt afledte af ligning (6) med hensyn til a og b :

$$\frac{\partial \Psi_w}{\partial a} = -(a + bR)^2 \quad \text{og} \quad \frac{\partial \Psi_w}{\partial b} = -R(a + bR)^2$$

Det symplastiske osmotiske potential (Ψ_w) blev herved estimeret for hvert blad og de to procedurer sammenlignet. Ψ_w blev ekstrapoleret i turgorområdet, hvorefter Ψ_p blev beregnet ud fra ligning (14) og de målte værdier af Ψ_l .

Herefter blev parameteren B i ligning (9) estimeret vha. PROC REG efter beregning af Ψ_p ud fra ligning (7) og (14). Denne procedure blev sammenlignet med estimation af B i ligning (8) vha. PROC NLIN efter beregning af Ψ_p ud fra ligning (6) og (14). Som tidligere nævnt angives en startværdi f.eks. $B = -20$ og den afledte funktion af ligning (8) med hensyn til B :

$$\frac{d\Psi_p}{dB} = [R_s^{-1} - (1-R_s)^{-1}] \Psi_{p(\max)} e^{B(R_s^1 - (1-R_s)^1)}$$

Liste over symboler

DW: blad tørvægt; FW: friskvægt; TW: mættet vægt; R: relativt vandindhold; V: symplastisk vandmængde; V_s : apoplastisk vandmængde; V_o : symplastisk vandmængde ved $R = 1$; R_s : symplastisk vandfraktion; R_s : apoplastisk vandfraktion; R^* : gaskonstanten; T: absolut temperatur; N: antal mol opløste stoffer i symplast; Φ : osmotisk koefficient; Ψ_l : bladvandspotential; Ψ_w : osmotisk potential i symplast; Ψ_p : turgorpotential; Ψ_l^* : bladvandspotential ved turgortabspunkt; R^* : relativt vandindhold ved turgortabspunkt; Ψ_w^{100} : osmotisk potential ved mætning ($R = 1$); $\Psi_{p(\max)} (= -\Psi_w^{100})$: maksimum turgorpotential; Ψ_w^k : osmotisk potential i dræbt bladvæv; B : elasticitets-exponent; e : elasticitetsmodulus; e_{\max} : maximum elasticitetsmodulus.

Resultater og diskussion

Tryk-volumenkurver for vårbyg

Resultaterne af PV-målingerne udført med trykkammer-teknik på vårbygblade fra internode nr. 6 i 1987 er vist i Fig. 1A.

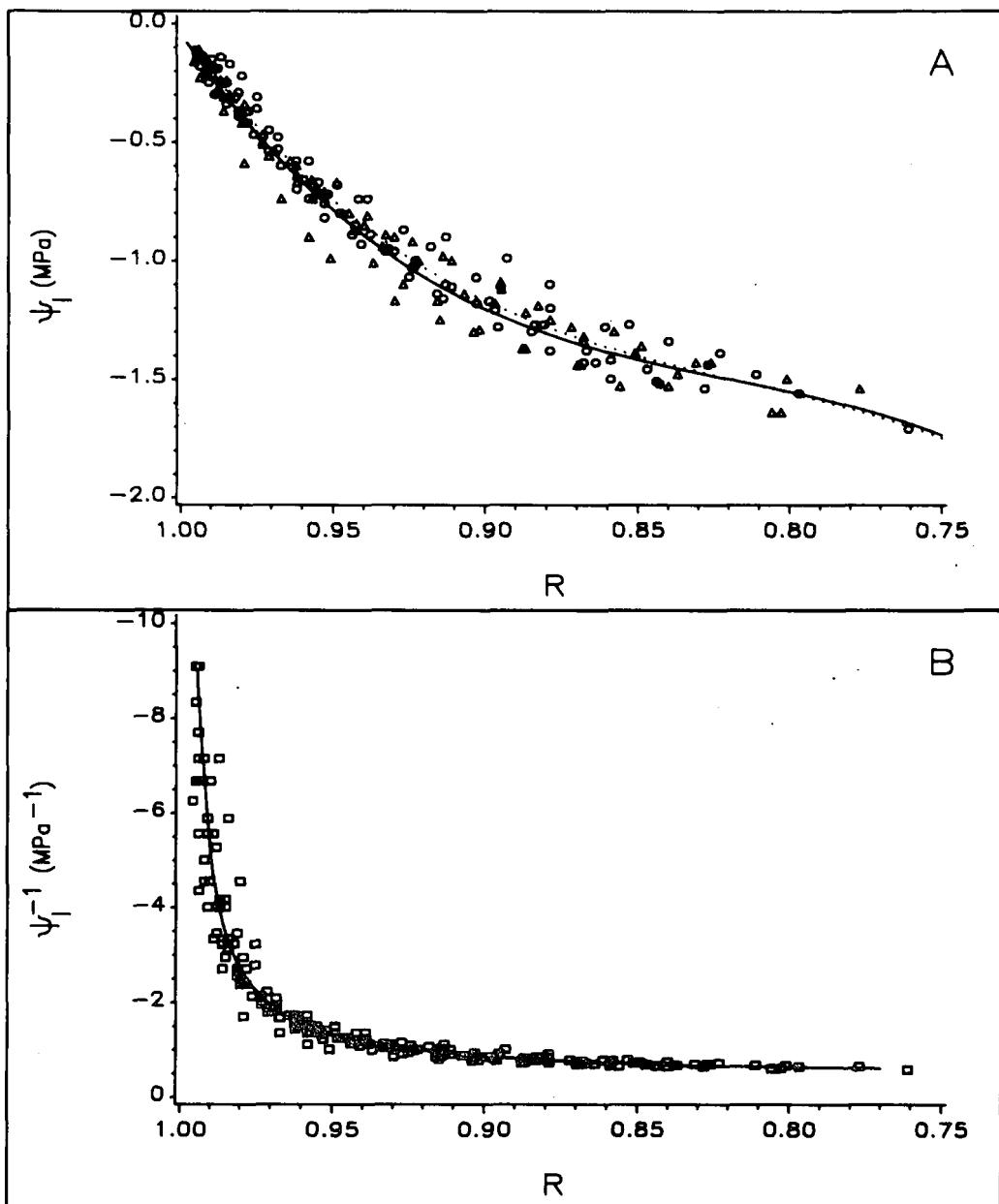


Fig. 1A-B. (A) Sammenhængen mellem bladvandspotential (ψ_i) og relativt vandindhold (R) for vårbryblade. Cirkler og stiplet kurve angiver behandlingen: 50 kg K/ha; trekantet og fuldt optrukket kurve: 200 kg K/ha. Kurverne angiver tilpassede trediegradspolynomier. (B) Sammenhængen mellem $1/\psi_i$ og R for hele materialet under ét. Kurven angiver en udglattet splinefunktion.

Det ses, at forskellig K-tideling i dette tilfælde næsten ingen indflydelse havde på forløbene, og de vil derfor i det følgende blive beskrevet under ét. De observerede værdier af ψ , er jævnt fordelt omkring de indlagte kurver, der angiver tilpassede trediegradspolynomier. Når data transformeres til $1/\psi$, (Fig. 1B) ødelægges denne variansstruktur, idet variansen aftager, når ψ mindskes. Dette er i overensstemmelse med tilsvarende målinger for en række andre arter (Tyree & Richter, 1982) og indicerer, at variansen ofte er mere eller mindre proportional med $-1/\psi$. Der er derfor fare for en fejlestimation af

ψ_w , når parametrene i ligning (7) søges bestemt ved lineær regression, hvor mindste kvadraters metoden vil vægte store afvigelser mest.

For at undgå denne fejlmulighed blev ψ_w endvidere bestemt ud fra parameterestimater for a og b (ligning (6)) opnået med PROC NLIN. Resultaterne af denne analyse er vist i Fig. 2, hvor den næsten lineære kurve for ψ_w er ekstrapoleret i turgorområdet for at finde ψ_w^{100} ved $R = 1$. Denne værdi er ca. -1,05 MPa beregnet på data fra alle 12 blade i en fælles PROC NLIN analyse.

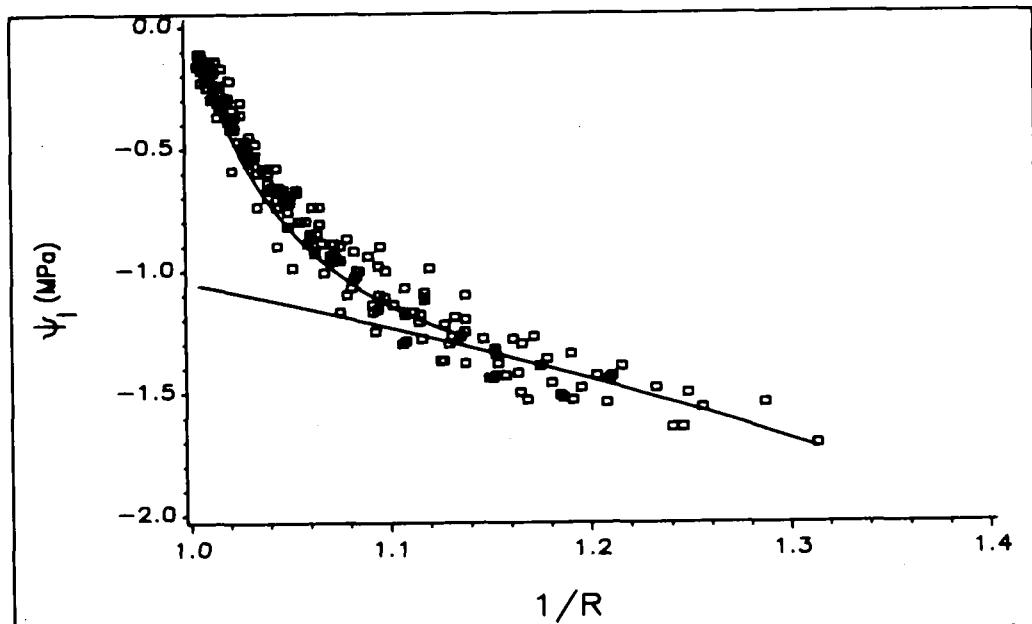


Fig. 2. Sammenhængen mellem bladvandspotential (ψ) og invers relativt vandindhold ($1/R$) for vårvæglade. Kurverne er baseret på PROC NLIN estimater.

Kurven for ψ_w i turgorområdet (Fig. 2) er ligeledes baseret på et PROC NLIN estimat for β i ligning (8), hvor den apoplastiske vandfraktion (R_a) er sat lig 0,15 (se senere afsnit om måling af R_a). Herved beregnes ψ_p , hvorefter ψ_w kunne beregnes fra ligning (14) og udtegnes. Kurven for ψ_w mødes med kurven for ψ_p i turgortabspunktet ved $\psi_w^o = -1,3$ MPa og $R^o =$

0,89, der blev beregnet som det punkt, hvor $\psi_p = 1/20 \psi_{p(\max)}$. I fig. 3A-D er PROC NLIN og PROC REG analyserne sammenlignet ved at plotte residualerne mod de estimerede gennemsnitsværdier for hhv. ψ_w , $1/\psi_w$, ψ_p og $\ln(\psi_p/\psi_{p(\max)})$. Figuren viser, at residualerne opnået ved transformation af ψ_w og lineær regression (ligning (7), Fig. 3B) i dette tilfælde var

uafhængige af de estimerede værdier for $1/\psi_w$, $1/\psi_i$ ligger indenfor et ret nævært område ($R < 0.90$, Fig. 1B) og ψ_p er forholdsvis lavt

(< -1,2 MPa). Tilsvarende resultat fandtes ved anvendelse af PROC NLIN (ligning (6), Fig. 3A).

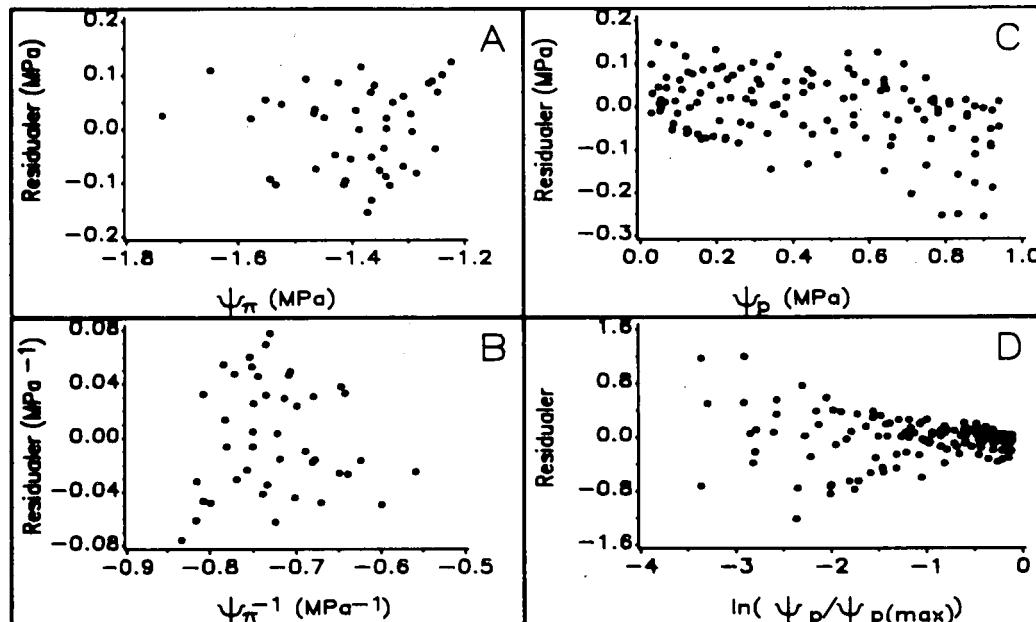


Fig. 3A-D. Plot af residualer for de forskellige modeller og regressionsprocedurer mod estimerede middelværdier af hhv. ψ_w , $1/\psi_w$, ψ_p og $\ln(\psi_p/\psi_{p(max)})$ for vårvægblade. (A) Lign. (6), PROC NLIN; (B) Lign. (7), PROC REG; (C) Lign. (8), PROC NLIN; (D) Lign. 9, PROC REG.

Variansen på residualerne opnået ved logaritmisk transformation af ψ_p og lineær regression (ligning (9), Fig. 3D) var derimod negativt korreleret med de estimerede værdier for $\ln(\psi_p/\psi_{p(max)})$. Variansstrukturen blev således betydelig påvirket sammenlignet med resultatet ved anvendelse af PROC NLIN på utransformerede data (ligning (8), Fig. 3C). Her var residualerne langt nærmere fordelt, skønt det svage fald med stigende ψ_p indicerer, at sammenhængen mellem ψ_p og $1/R$ (Fig. 2) er svagt sigmoid.

De forskellige punkt- og parameterestimater opnået ved brug af PROC NLIN er i tabel 1 sammenlignet med resultaterne opnået med PROC REG.

Tabel 1. Vandrelationer for vårvægblade bestemt med PROC NLIN fra ligning (6) og (8) eller med PROC REG fra ligning (7) og (9). Værdierne er gennemsnit (m) \pm standardafvigelse på gennemsnit (s.e.m.) for 12 blade (blad nr. 6).

	PROC NLIN $m \pm s.e.m.$	PROC REG $m \pm s.e.m.$
ψ_w^{100} (MPa)	-1,05 \pm 0,06	-1,02 \pm 0,06
ψ_i^0 (MPa)	-1,28 \pm 0,09	-1,28 \pm 0,08
R°	0,90 \pm 0,03	0,89 \pm 0,03
B	-17,4 \pm 0,6	-16,4 \pm 0,5
ϵ_{max} (MPa)	21,5 \pm 2,3	19,7 \pm 1,4
TW/DW	5,5 \pm 0,1	5,5 \pm 0,1

Værdierne for ψ_w^{100} , ψ_i^0 og R° var meget ens, medens værdierne for B og ϵ_{max} var en smule hhv. mindre og større ved anvendelse af PROC

REG på logaritmisk transformerede data end ved anvendelse af PROC NLIN. Dette var tilsyneladende en effekt af, at forudsætningen for lineær regression om uafhængige, normalfordelte residualer ikke var opfyldt. TW/DW er ikke påvirket af valg af regressionsprocedure og var således den samme for begge.

Tryk-volumenkurver for vårraps

Data for PV-målingerne med trykkammer på rapsblade fra internodie nr. 8 i 1989 blev opgjort på samme måde som for byg. Resultatet af PROC NLIN analysen er vist i Fig. 4, tilsvarende Fig. 2 for vårbyg. ψ_v^{100} var her ca. -0,85 MPa og således lidt højere end for vårbyg.

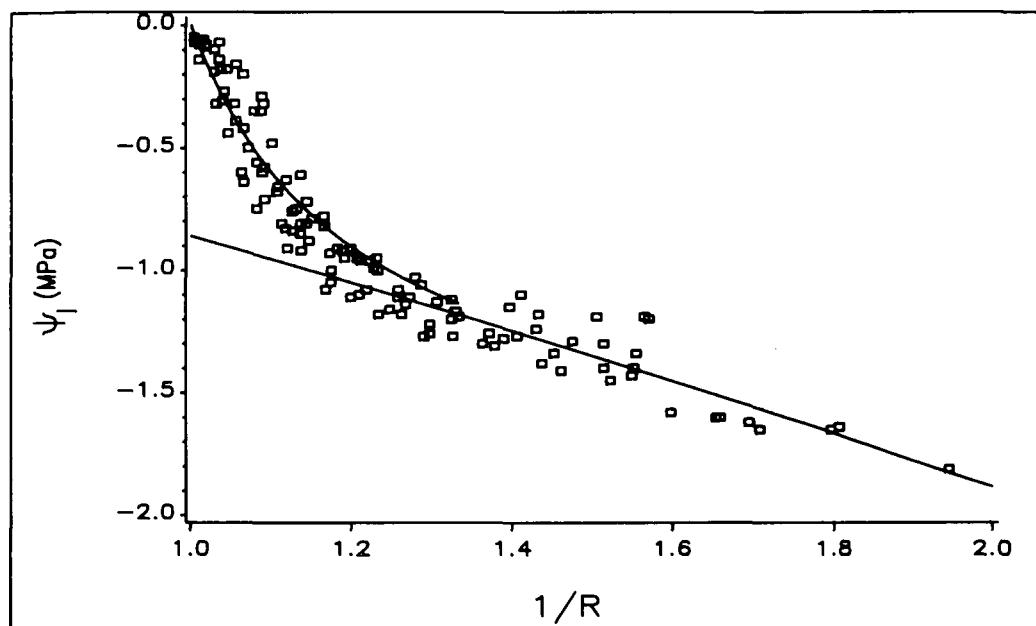


Fig. 4. Sammenhængen mellem bladvandspotential (ψ_l) og invers relativt vandindhold (1/R) for vårrapsblade. Kurverne er baseret på PROC NLIN estimerter.

Kurven for ψ_l i turgorområdet er igen baseret på et PROC NLIN estimat af β i ligning (8), hvor R_s for rapsblade er sat lig 0,05 (se senere afsnit om måling af R_s). Turgortabspunktet lå ved $\psi_l = -1,10$ MPa og $R^o = 0,80$.

I fig. 5A-D er PROC NLIN og PROC REG sammenlignet for vårrapsdataene ved at plotte residualer, som for vårbyg. Der ses her en tydeligere tendens til, at variansen på residualerne opnået ved transformation at ψ_v og lineær regression var negativt korreleret med de estimerede værdier af $1/\psi_v$ (Fig. 5B). $1/\psi_v$ spænder her over et lidt større område end for

vårbyg og ψ_v antager større værdier (op til -1,0 MPa). Resultaterne fra PROC NLIN analysen er derimod atter pænt fordelt (Fig. 5A).

Analyserne af ψ_v viser samme billede som for vårbyg. Der opnås klart en mere ensartet residualvarians ved analyse med PROC NLIN uden transformation af data (Fig. 5C og 5D). En vis trend i residualerne forekommer dog igen men denne gang i modsat retning. Tendenzen til en S-formet sammenhæng mellem ψ_v og $1/R$ kan være et udslag af, at bladene indeholder flere forskellige celletyper med forskellig cellevægtstykke og osmotisk potential.

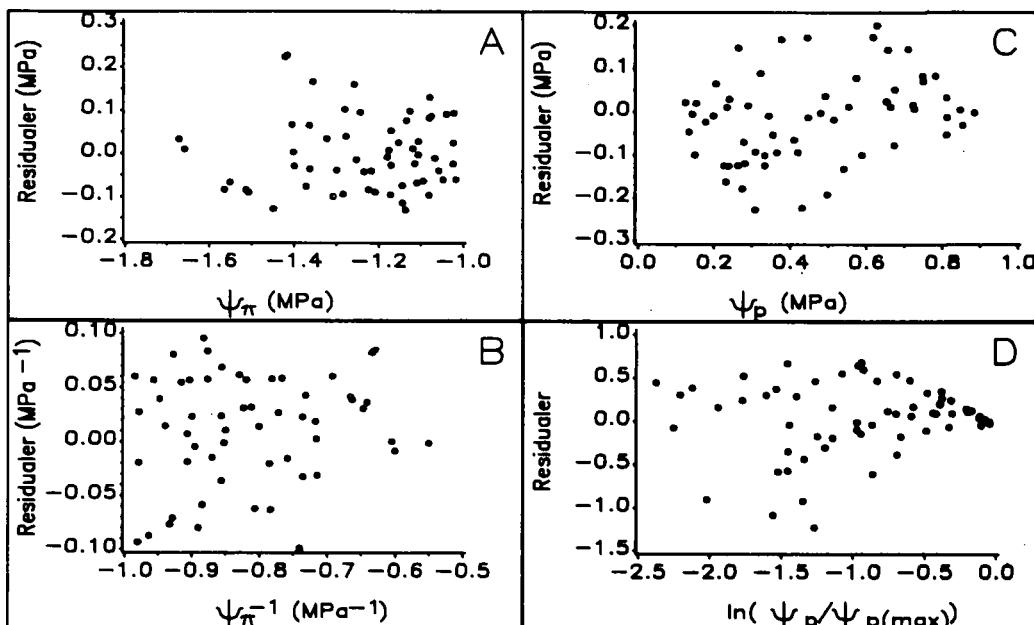


Fig. 5A-D. Plot af residualer for de forskellige modeller og regressionsprocedurer mod estimerede middelværdier af hhv. ψ_π , $1/\psi_\pi$, ψ_p og $\ln(\psi_p/\psi_{p(\max)})$ for vårrapsblade. (A) Lign. (6), PROC NLIN; (B) Lign. (7), PROC REG; (C) Lign. (8), PROC NLIN; (D) Lign. (9), PROC REG.

De forskellige punkt- og parameterestimater opnået ved brug af PROC NLIN er i tabel 2 sammenlignet med resultaterne opnået med PROC REG.

Værdien for ψ_π^{100} er den samme for de to analysemetoder på trods af tendensen til variansinhomogenitet i PROC REG analysen, og sammenligningen svarer således til resultatet for analyserne af vårbyg med nogen afvigelse i estimatorne for β og ϵ_{\max} .

Den apoplastiske vandfraktion

Den apoplastiske vandfraktion (R_a) blev bestemt med PV procedure nr. 2 på 12 prøver af bygblade fra internodie nr. 7 i 1989 og på 6 prøver af rapsskulpeblade i 1990. Halvdelen af prøverne var levende bladvæv, hvor data for ψ_π analyseredes vha. PROC NLIN som tidligere

Tabel 2. Vandrelationer for vårrapsblade bestemt med PROC NLIN fra ligning (6) og (8) eller med PROC REG fra ligning (7) og (9). Værdierne er gennemsnit ($m \pm$ standardafvigelse på gennemsnit (s.e.m.) for 10 blade (blad nr. 8).

	PROC NLIN $m \pm$ s.e.m.	PROC REG $m \pm$ s.e.m.
ψ_π^{100} (MPa)	-0.86 ± 0.02	-0.86 ± 0.02
ψ_π^0 (MPa)	-1.09 ± 0.04	-1.05 ± 0.03
R^0	0.81 ± 0.02	0.83 ± 0.01
β	-8.0 ± 0.5	-9.6 ± 0.4
ϵ_{\max} (MPa)	7.2 ± 0.8	8.6 ± 0.9
TW/DW	11.5 ± 0.2	11.5 ± 0.2

beskrevet. For det dræbte væv antages en lineær sammenhæng mellem ψ_π^k og $1/R$ jvf. ligning (12), dog inkluderende et y-intercept (Richter, 1978), idet Φ kan forvente at variere med R pga. oplosningens ikke-ideale egenskaber. Det er imidlertid tilstrækkeligt for udled-

ning af ligning (13), at Φ i ligning (6) og (12) er den samme ved en given værdi af R, hvilket er en rimelig antagelse så længe $V_a \ll V_s$.

Sammenhængen mellem Ψ_w hhv. Ψ_t^* og l/R er vist i Fig. 6A for byg og Fig. 6B for raps. Det ses, at niveauet for Ψ_t^* var højere end for Ψ_w , hvilket skyldtes fortyndingen af den symplastiske oplosning med apoplastisk vand, når vævet blev dræbt.

R_a blev beregnet for forskellige værdier af R og er givet for R = 1 i tabel 3. R_a aftog i begge tilfælde med R, hvilket kan skyldes tømning af xylemkar ved den anvendte damptryksnålemetode. Dette vil formentlig ikke forekomme i samme grad ved trykkammermåling (PV procedure nr. 1), hvorfor der anvendtes værdien af R_a for R = 1 ved beregning af elasticitetsparameteren B . For rapsbladenes vedkommende anvendtes dog værdien $R_a = 0,05$ mod den målte på 0,09 fordi R_a afhænger af mængden af cellevægsmateriale (Boyer, 1967) og bladenes TW/DW på 11,5 var betydeligt højere end skulernes på 6,7.

Tabel 3. Apoplastisk vandfraktion (R_a) i blade af vårbyg (blad nr. 7, n = 6) og vårraps (skulpeblade, n = 3) beregnet ifølge ligning (13) ved R = 1 ud fra Ψ_t^* i levende og dræbt bladvæv. Øvrige parametre beregnet for levende væv. Værdierne er gennemsnit (m) \pm standardafvigelse på gennemsnit (s.e.m.).

	Vårbyg m \pm s.e.m.	Vårraps m \pm s.e.m.
R_a	0,15 \pm 0,01	0,09 \pm 0,06
Ψ_t^{**} (MPa)	-1,92 \pm 0,99	-1,34 \pm 0,07
Ψ_t^* (MPa)	-2,53 \pm 0,80	-1,43 \pm 0,11
R°	0,76 \pm 0,08	0,94 \pm 0,03
B	-4,8 \pm 1,4	-31,2 \pm 5,0
ϵ_{max} (MPa)	12,0 \pm 4,1	45,9 \pm 9,4
TW/DW	4,7 \pm 0,2	6,7 \pm 0,3

Sammenligning af PV-kurver for vårbyg og vårraps

For begge plantearter gælder, at de mest eksponerede blade (for sollys, lav luftfugtighed etc.) har det laveste osmotiske potential. Dette var mest udpræget for vårbyg, hvor forskellen mellem Ψ_t^{**} i 6. og 7. blad var næsten 0,9 MPa (sml. tabel 1 og 3), medens forskellen i vårraps mellem 8. blad og skulpeblade var ca. 0,5 MPa (sml. tabel 2 og 3). Endvidere var det osmotiske potentialet generelt lavere i vårbyg end i vårraps. Selvom der findes nogen sæson- og aldersvariation (Jensen, Andersen & Lösch, 1991) er disse forskelle mellem højtsiddende blade og mellem arter typiske. Et lavt osmotisk potential medvirker til at opretholde turgortrykket og den nødvendige potentialgradient for vandoptagelse/-transport. De højtsiddende blade, der ofte har størst betydning for frøproduktionen, har således også de bedste vandforsyningsmuligheder.

Billedet er mindre klart mht. elasticitetsforholdene, der er afgørende for, ved hvilket relativt vandindhold turgortab indtræder. Rapsskulperne havde et meget højt elasticitetsmodulus (tabel 3), hvilket betyder, at de var meget uelastiske og således mister turgor ved et højt relativt vandindhold modsat rapsbladene, der var ret elastiske (tabel 2). Hos byg var de øverste blade derimod de mest elastiske (sml. tabel 1 og 3).

Knyttet sammen med en model for stomatas ledningsevne som funktion af bladvandspotential og klimaforhold (e.g. Lösch, Jensen & Andersen, 1991) vil kendskab til planternes vandrelationer og transportmodstande i jord og planter via Monteith's kombinationsligning (Monteith, 1964) kunne udnyttes til at modelle afgrøders vandstatus og fordampning. Afdeling for Kulturteknik arbejder i øjeblikket på at udvikle sådanne afgrødespecifikke modeller. Formålet er dels at opnå mere præcise indeks for afgrøders stresspåvirkning under tørke og herunder forklare klimabetingede årsvarianter, dels at kunne beregne fordampning/vandbalance for afgrøderne.

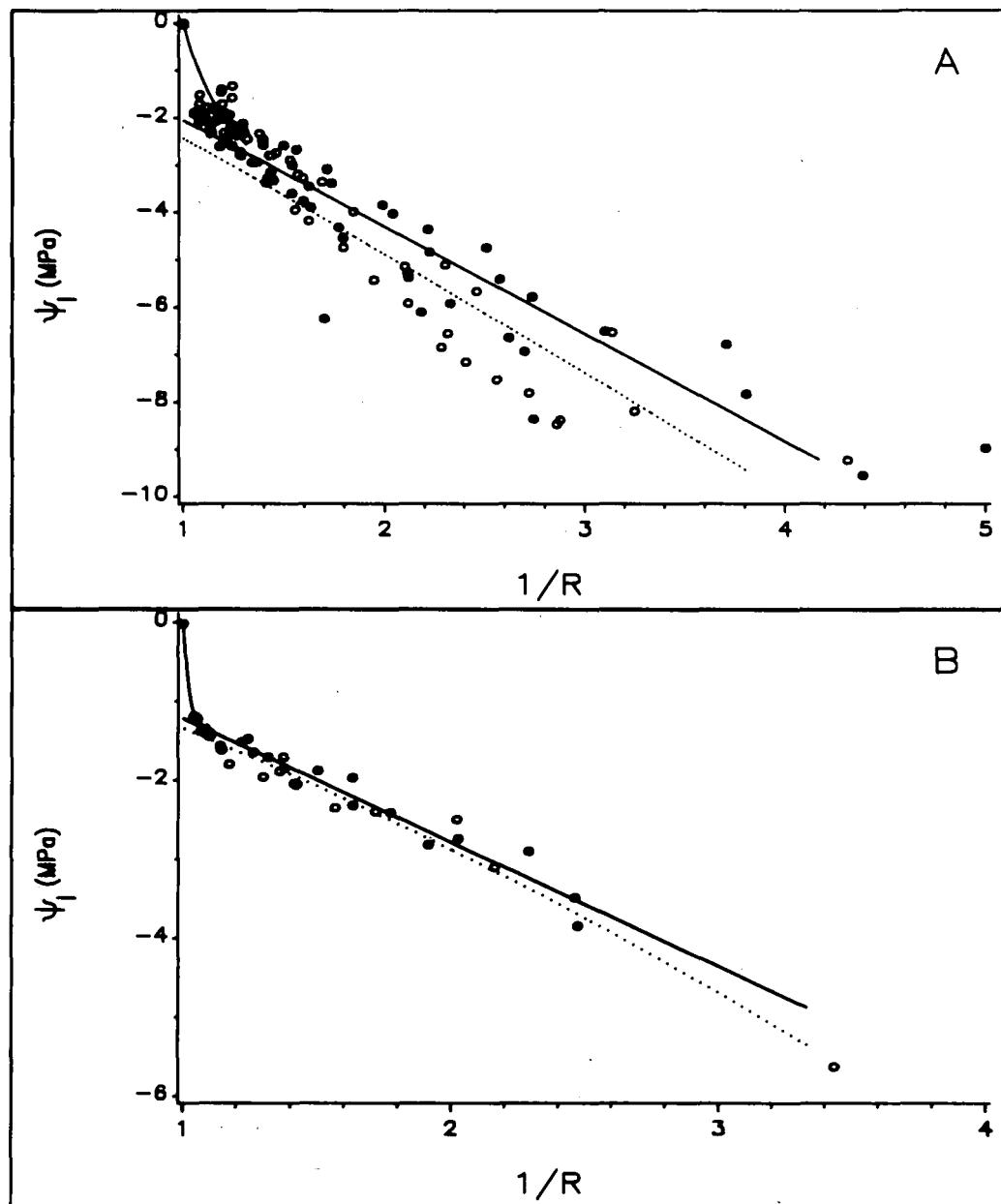


Fig. 6A-B. Sammenhængen mellem vandpotential (Ψ) og invers relativt vandindhold ($1/R$) for levende og dødt bladvæv. Åbne cirkler og stiplet kurve er for levende væv, og udfyldte cirkler og optrukket kurve er for dødt væv. Den øverste, stejle kurve angiver vandpotentialet for væv i turgorområdet. (A) Vårbyg (B) vårraps.

Litteratur

- Andersen, M.N., Jensen, C.R. & Lösch, R. 1991. Derivation of pressure-volume curves by a non-linear regression procedure, and determination of apoplastic water. *J. Exp. Bot.* 42, 159-165.
- Boyer, J.S. 1967. Matric potentials of leaves. *Plant Physiol.* 42, 213-217.
- Jensen, C.R., Andersen, M.N. & Lösch, R. 1991. Leaf water relations characteristics of differently potassium fertilized and watered field grown barley plants. *Plant Soil* (Submitted).
- Katerji, N., Hallaire, M., Menoux-Boyer, Y. & Durand, B. 1986. Modelling diurnal patterns of leaf water potential in field conditions. *Ecol. Modelling* 33, 185-203.
- Lösche, R., Jensen, C.R. & Andersen, M.N. 1991. Diurnal courses and factorial dependencies of leaf conductance and transpiration of differently potassium fertilized and watered field grown barley plants. *Plant Soil* (Submitted).
- Monteith, J.L. 1964. Evaporation and environment. In: *The State and Movement of Water in Living Organisms*. 19th Symp. Soc. Exp. Biol. pp. 205-234.
- Nobel, P.S. 1977. Water relations and photosynthesis of barrel cactus, *Ferocactus acanthodes*, in the Colorado desert. *Oecologia* 27, 117-125.
- Richter, H. 1978. A diagram for the description of water relations in plant cells and organs. *J. Exp. Bot.* 29, 1197-1203.
- SAS Institute Inc. 1988. *SAS/STAT Users Guide, Release 6.03 Edition*. Cary, NC, P. 1028.
- Stadelmann, E.J. 1984. The derivation of the cell wall elasticity function from the cell turgor potential. *J. Exp. Bot.* 35, 859-868.
- Tyree, M.T. & Richter, H. 1982. Alternate methods of analysing water potential isotherms: Some cautions and clarifications. II. Curvilinearity in water potential isotherms. *Can. J. Bot.* 60, 911-916.

A parsimonious statistical model for the nitrate leaching at different levels of N-fertilizer.

En statistisk model med få parametre for kvælstofudvaskningen ved forskellige N-gødskningsniveauer.

Annette Ersbøll¹ and Svend Erik Simmelsgård², 1) Department of Biometry and Informatics,
2) Department of Soil Management

Summary

Systematic investigations of drainage water has been carried out on two different loamy soils in Denmark during the periods 1973-86 and 1978-89, respectively. The run-off and nitrate content of drainage water has been measured.

Different models have been investigated to estimate the leaching of nitrate nitrogen ($\text{NO}_3\text{-N}$) as a function of the level of nitrogen fertilizer and run-off. The resulting model with a multiplicative error term is estimated as

$$\frac{\hat{Y}_{ij}}{(\hat{Y}_{ij} \mid X_1=1.0)} = \exp[-0.63 + 0.64X_1] \quad (1)$$

where X_1 is the level of nitrogen fertilizer and \hat{Y}_{ij} is the expected nitrate leaching. This model has an R-square of 0.71.

Validation of the final model has been done with observations from similar experiments in Denmark with drainage water. It shows that the prediction model (1) is useful on different soils and crops.

Resumé

På to forskellige lerjordsarealer i Danmark er der udført systematiske drænvandsundersøgelser i henholdsvis perioderne 1973-86 og 1978-89. Afstrømningsmængden og drænvandets indhold af nitrat er målt.

Forskellige modeller er undersøgt til estimation af udvaskningen af nitratkvælstof ($\text{NO}_3\text{-N}$) som funktion af kvælstogødsningen og afstrømningsmængden. Den endelige model med en multiplikativ fejl struktur er estimeret til

$$\frac{\hat{Y}_{ij}}{(\hat{Y}_{ij} \mid X_1=1.0)} = \exp[-0.63 + 0.64X_1] \quad (1)$$

hvor X_1 er niveauet af kvælstogødsning og \hat{Y}_{ij} er den forventede nitratudvaskning. Modellen har en R-square på 0.71.

Validering af den endelige model er foretaget ved anvendelse af observationer fra tilsvarende drænvandsundersøgelser i Danmark. Dette viser, at prediktionsmodellen (1) er anvendelig til forskellige jordtyper og afgrøder.

Introduction

During the last 15 years research in water quality and leaching of nitrate from agricultural fields to the environment has been greatly intensified. In the discussion on water pollution there are still many unsolved questions about the amount of nitrate from agricultural fields and the influence of fertilizer on the quality of water. The increasing use of fertilizer in agriculture is quite often mentioned as a large pollution factor together with the waste water from industry and households.

In the 1970's there has been an increasing interest in finding the reasons for the increasing nitrate content found in lakes and water streams. In Denmark systematic investigations of the quality of drainage water started in the beginning of 1970's and has been intensified during the last 20 years (Hansen and Pedersen, 1975), (Pedersen, 1983), (Kjellerup and Koefoed, 1979).

The aim of this investigations has been to describe the quality and quantity of the contents of different nutrients in drainage water. The correlation between precipitation, run-off, levels of fertilizer and content of nutrients in the drainage water has also been of interest.

During 1990 great attention has been paid to sustainable agriculture systems in reducing the environmental effects of the agriculture. In relation to this, functions describing the nitrate leaching at different levels of nitrogen fertilizer, soil types and crops should be measured. The resulting leaching function is used in economic models in the project about sustainable agriculture systems.

In this paper different models for the nitrate leaching as a function of the added amount of nitrogen fertilizer and run-off are considered.

The parameters in the models are estimated and the final models are validated with data from similar Danish experiments with drainage water.

Methods

Linear regression is a powerful method for analyzing data, described by models which are linear in the parameters. The linear model is given by

$$Y = X\beta + \epsilon , \quad (2)$$

where

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ . \\ . \\ Y_n \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ . \\ . \\ \beta_p \end{pmatrix},$$

$$X = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2p} \\ . & . & \dots & . \\ . & . & \dots & . \\ X_{n1} & X_{n2} & \dots & X_{np} \end{pmatrix},$$

p is the number of parameters ,

n is the number of observations

and

$$\epsilon \in N(0, \sigma^2 I).$$

An example of a simple linear model can be

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \epsilon \quad (3)$$

where

$$\epsilon \sim N(0, \sigma^2) .$$

Often, however, the relations between the response and the predictor variables can not be described by simple linear models. Instead nonlinear models have to be used.

The nonlinear model is given by

$$Y = f(X, \theta) + \epsilon , \quad (4)$$

where $f(X, \theta)$ here is a nonlinear function of the parameters, and ϵ as above is normally distributed with zero mean and variance, σ^2 .

This model is of the same form as (2) except that the expected responses are nonlinear functions of the parameters. An example of a nonlinear model is

$$Y = \exp(\gamma_0 + \gamma_1 X_1 + \gamma_2 X_2 + \gamma_3 X_3) + \epsilon \quad (5)$$

where

$$\epsilon \sim N(0, \sigma^2) .$$

The only difference between the two models is the type of the function of the parameters, $f(X, \theta)$.

Functions of the parameters are nonlinear by definition when at least one of the derivatives of the expectation function with respect to the parameters depends on at least one of the parameters (Bates and Watts, 1988).

The parameters in both the linear and nonlinear models can easily be estimated by least squares methods. The estimation in the nonlinear case must often be done by iteration, where the estimation in the linear case is done explicitly.

Linearization

Linearization is a transformation of a nonlinear model to a linear models. The transformation functions are often e.g. reciprocals and logarithms.

Only a subgroup of the nonlinear models can be transformed by linearization, this subgroup is called the transformably linear models.

It is important to remember, that a transformation of the model involves a transformation of the error term too.

Given the nonlinear model

$$Y = f(X, \theta) + \epsilon , \quad (6)$$

where the error term, ϵ , is identically, independently and normally distributed, that is

$$\epsilon \sim N(0, \sigma^2 I) .$$

Thus, if we assume the nonlinear model (6) with an additive normal distribution error term is an appropriate representation of the data, then these assumptions will not necessarily be appropriate for the transformed data (Bates and Watts, 1988).

As an example of a transformably linear model, consider the following exponential functions.

The nonlinear model with an additive error term is

Additive:

$$Y = \exp(\alpha + \beta X) + \epsilon , \quad (7)$$

$$\epsilon \sim N(0, \sigma^2) .$$

The corresponding nonlinear model with a multiplicative error term is given by

Multiplicative:

$$Y = \exp(\alpha + \beta X + \epsilon) \\ = \exp(\alpha + \beta X) \cdot \exp(\epsilon) , \quad (8)$$

$$\epsilon \sim N(0, \sigma^2) .$$

Logarithmic transformation of these two

models, (7) and (8), gives the following models

$$\begin{aligned}\log(Y) &= \log(\exp(\alpha + \beta X) + \varepsilon) \\ \log(Y) &= \alpha + \beta X + \varepsilon, \\ \varepsilon &\in N(0, \sigma^2),\end{aligned}\quad (9)$$

where the first (additive) model is still nonlinear whereas the second (multiplicative) model is linear. The multiplicative model (8) is therefore a transformably linear model.

Hence, the nonlinear regression should be used, when the error term is additive, as in (7). With a multiplicative error term as in (8) the variance is not constant in the original data.

By an appropriate transformation the multiplicative nonlinear model can be converted to a linear one with constant variance.

Analysis of variance homogeneity can be done with e.g. Bartlett's test for homogeneous variance. Also, simple residual plots can often show the missing homogeneity of variance (Draper and Smith, 1981).

Linearization can, as we have seen, produce a simple linear model compared with the more complex nonlinear model. However, the transformation affects the error term.

Validation

When the estimated model meets the goals set in the planning stage and is accepted as a useful model for prediction, it is good practice to establish procedures for model validation (Draper and Smith, 1981). With model validation it is possible to identify omissions in the model such as systematic lack of fit and instability of the estimated parameters.

Validation of the final model(s) is a method to see how the model(s) fits new observations. There are many different validation procedures.

Analysis of residuals is a useful and necessary procedure in the total regression procedure. In addition to checking the model assumptions such as constant variance, independency, etc., the residuals can indicate certain omissions in

the model. Variables may have been omitted, transformation of predictor variables and/or the response variable should have been done, etc.

A very useful validation procedure in examining parameters stability is cross-validation. The basic idea is to divide the data into two or more subsets by some criterion and then use one part for model estimation and the other part for model validation.

There are different approaches in splitting the data into subgroups. Some of the more often used are as the follows.

(1). "Leaving out one observation".

In this procedure, called PRESS, (Allen, 1971) one observation is left out and the model is fitted to the rest of the data. The one observation left out is then predicted with the estimated model and the square of discrepancy is obtained. This procedure is repeated leaving out each data point in turn and examining the discrepancies.

(2). "Leaving out m of n observations".

This procedure (Geisser, 1975) is similar to PRESS. Instead of leaving out one observation this procedure leaves out m observations for prediction and uses the n-m remaining data-points for model building.

(3). "Half and half".

The use of half the data points to generate a model and the other half for model validation (Snee, 1977) is a special case of the second procedure for splitting the data into a subset for model estimation and a subset for model validation.

(4). "New observations".

Using new observations from the same but later experiment or from a similar experiment with only small changes is yet another type of model validation. This procedure can be useful when the original dataset is small and the number of observations for model estimation therefore is small. Splitting such a small data

set into subgroups can give complications, because the number of data points for model estimation becomes even smaller.

The new data for model validation can be of some different kind which can result in larger discrepancies compared to those using the other three procedures. However it seems more reasonable for practical use.

Data

Systematic investigations of the quality and quantity of drainage water were carried out on two different loamy soils in Denmark. Run-off with drainage water and nutrient content of drainage water was measured weekly.

The total run-off is calculated in a model (Hansen and Aslyng, 1982) with the precipitation, temperature etc. as model inputs. The total nitrate leaching is measured on the basis of the calculated total run-off and the measured nitrate concentration in the drainage water. The leaching period is from 1/7 to 31/6. In table 1 is shown the different crops used.

In this paper only the nitrate, measured as nitrate nitrogen ($\text{NO}_3\text{-N}$) is considered.

The two localities were cultivated with the agricultural crops which are characteristic of Danish agriculture, table 1, and fertilized with phosphate and potassium as in usual practice. Nitrogen fertilization has been given at four different levels, as follows: 0, 0.5, 1.0 and 1.5 N. Here 1.0 N corresponds to the normal nitrogen fertilization for the actual crop and locality under consideration.

The investigation has been carried out during the period 1973-86 at Sønder Stenderup (soil type: loam (JB 7)) and during the period 1978-89 at Agervig (soil type: fine loamy sand (JB 4)). Both localities are in South Jutland at two commercial farms.

In figure 1 the run-off is shown on the two different soils together with the nitrate leaching corresponding to a normal fertilization (1.0 N).

Figure 2 shows the nitrate leaching at the four levels of nitrogen fertilizer on the two different soils.

Type of crop	Previous crop	Crop (winter)
1	cereals	uncropped
2	grass/ barley with ley	grass
3	beet	uncropped
4	variable	wheat

Table 1. Types of the different crops used in the investigations at the two localities, Agervig and Sønder Stenderup.

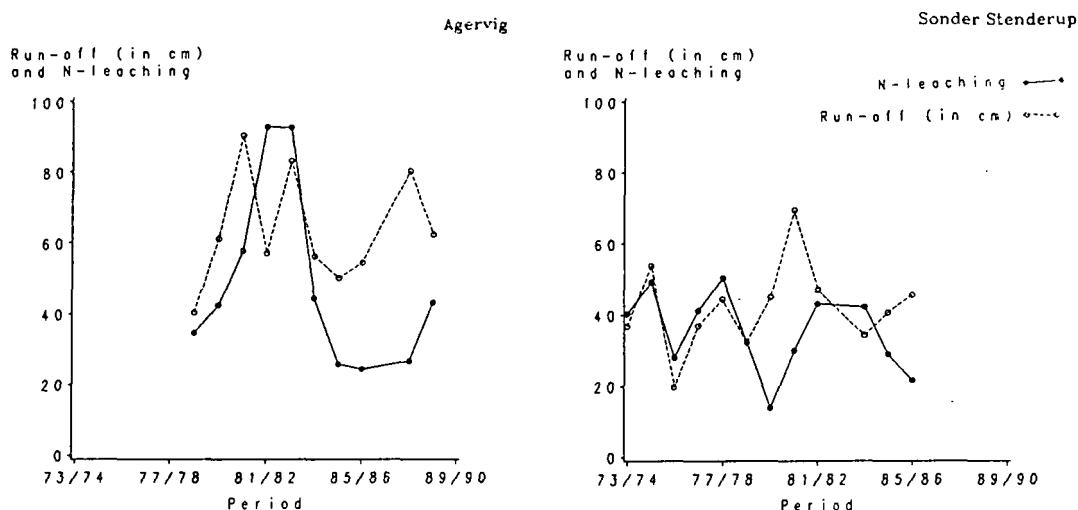


Figure 1. Total run-off (in cm) and nitrate leaching corresponding to a normal nitrogen fertilization (1.0 N) during the period 1973-89 at the two different localities, Agervig (left) and Sønder Stenderup (right).

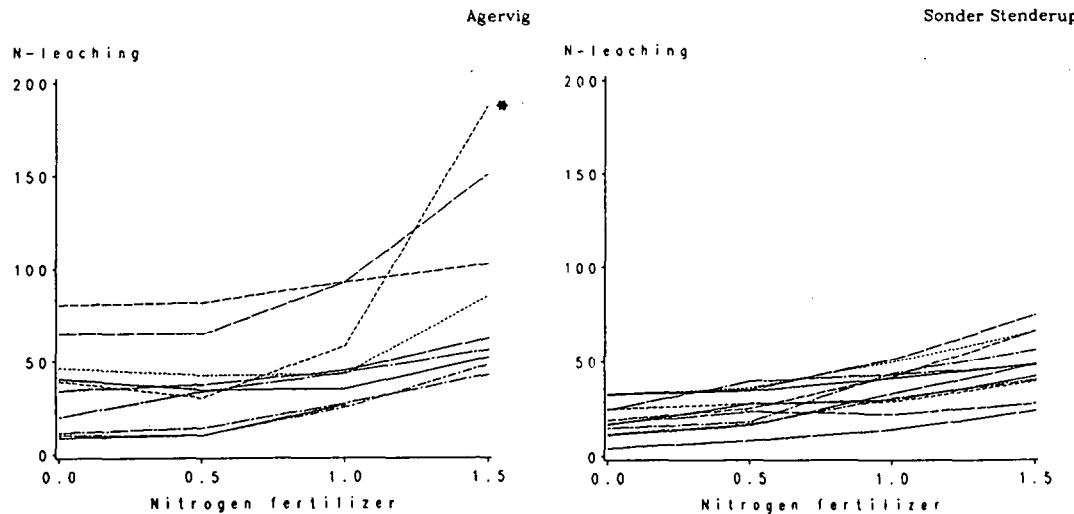


Figure 2. Nitrate leaching for the four levels of nitrogen fertilizer at Agervig (left) and Sønder Stenderup (right). Each curve represents one year.

*: This observation has been excluded in the calculations as an outlier.

Modelling the leaching

A model describing the nitrate leaching shown in figure 2 should include the added nitrogen fertilizer. Figure 1 indicates a correlation between the nitrate leaching and the run-off, which probably also should be included in the leaching model. Furthermore, large variations between the years seen in figure 1 and 2 makes it reasonable to include years as a random variable.

Finally, different crops have been used on the two localities and during the years, these should probably also be included as a systematic factor. A reasonable model for the nitrate leaching, Y , can be one of the following.

1. Linear additive model.

$$Y = f(X, \theta) + \varepsilon$$

2. Nonlinear additive model.

$$Y = \exp[f(X, \theta)] + \varepsilon \quad (10)$$

3. Linear transformably multiplicative model.

$$\begin{aligned} Y &= \exp[f(X, \theta) + \varepsilon] \\ &= \exp[f(X, \theta)] \cdot \exp[\varepsilon] \end{aligned}$$

$f(X, \theta)$ is a function of the predictor variables and the experimental factors which could be of the form

$$\begin{aligned} f(X, \theta) &= \alpha_0 + A_i + B(A)_{j(i)} + C_k \\ &\quad + \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_1^2 + \alpha_3 X_2 \end{aligned} \quad (11)$$

where

X_1 is the level of nitrogen fertilizer

(0.0, 0.5, 1.0, 1.5 N)

X_2 is the run-off for each year

and locality

A_i is the crop, $i = (1, 2, 3, 4)$

B_j is the year, $j = 1973/74, \dots, 1988/89$ (12)

C_k is the locality,

$k = Agervig, Sønder Stenderup,$

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ and α_3 are unknown parameters to be estimated

and

$$\begin{aligned} \varepsilon &\in N(0, \sigma^2), \quad \sum A_i = 0, \\ B(A)_{j(i)} &\in N(0, \sigma_{B(A)}^2), \quad C_k \in N(0, \sigma_C^2) \end{aligned}$$

The first model (10.1) is a normal linear model with an additive error term. The second model (10.2) is a nonlinear model also with an additive error term. The third model (10.3) is a nonlinear model with a multiplicative error term. The last model (10.3) can easily be transformed to an linear model with multiplicative error by a logarithmic function. The transformed model is linear only if the function, $f(X, \theta)$, is a linear function.

Estimation with the first model shows that the error term is not additive, but multiplicative. It can easily be visualized by a residual plot.

It is difficult to imagine that the nonlinear model (10.2) has an additive error term. The third model (10.3) is therefore analyzed. This model is a multiplicative linear model given by

$$\begin{aligned} Y &= \exp[f(X, \theta)] \cdot \exp[\varepsilon] \approx \\ Y &= \exp[f(X, \theta) + \varepsilon] \approx \\ \log(Y) &= f(X, \theta) + \varepsilon \end{aligned} \quad (13)$$

where

$$\varepsilon \in N(0, \sigma^2 I)$$

Three models, (14)-(16), are estimated, where the difference between the two first models is due to the function, $f(X, \theta)$. The third model is a simplified model based on the leaching ratio, and not the original leaching as in the first two models.

Model (A).

$$\begin{aligned} \log(Y) &= \alpha_0 + A_i + B(A)_{j(i)} + C_k \\ &\quad + \alpha_1 X_1 + \varepsilon_{k(j)} \end{aligned} \quad (14)$$

with the expectation:

$$\log(\hat{Y}) = \hat{\alpha}_0 + \hat{A}_i + \hat{\alpha}_1 X_1$$

Model (B).

$$\log(Y) = \beta_0 + A_i + B(A)_{j(i)} + \beta_1 X_1 + \beta_2 \cdot \log\left(\frac{X_2}{X_2^*}\right) + \varepsilon_{k(ij)} \quad (15)$$

where X_2^* is the mean run-off in Denmark for each type of crop.

The expectation is:

$$\log(\hat{Y}) = \hat{\beta}_0 + \hat{A}_i + \hat{\beta}_1 X_1 + \hat{\beta}_2 \cdot \log\left(\frac{X_2}{X_2^*}\right) .$$

Instead of analyzing the actual leaching, the leaching normalized with the leaching at 1.0 N-fertilizer could also be used. This leaching ratio is:

$$Z = \frac{Y}{(Y + X_1 - 1.0N)}$$

Model (C).

$$\log(Z) = \gamma_0 + B(A)_{j(i)} + \gamma_1 X_1 + \varepsilon_{k(ij)} \quad (16)$$

with the expectation:

$$\log(\hat{Z}) = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 X_1 .$$

with the variables given in (12).

Preliminary analysis showed that on Agervig the nitrogen fertilizer should be included in the models as a square term whereas on Sønder Stenderup it should be included as a linear term. The main emphasis is laid on Sønder Stenderup because the variations on Agervig are larger than on Sønder Stenderup. Furthermore most of the observations are from Sønder Stenderup. Models with the nitrogen fertilizer as a linear term are therefore used. In the estimations weights which are the reciprocal of the variation within each locality are used.

The only difference between the two models,

(14) and (15), is how the variance in localities is described. In the first model (14) the two localities are included in the analysis as a random factor, whereas the run-off is used to describe the variation in locality as a predictor variable in the second model (15). The third model (16) is the leaching ratio as a function of the nitrogen fertilizer.

Results

The three models are given below with the estimated parameters.

A single outlier is excluded in the following estimations. It has been difficult to identify any reason for this outlying observation, but it has a great influence on the estimated parameters, which is the reason for excluding it (Agervig, 1984/85, with 1.5 N fertilizer, see also figure 2). Furthermore, the nitrogen fertilizer has been a constant 1.0 N in all plots at Sønder Stenderup in 1982/83 and at Agervig in 1986/87. These years are excluded in the following estimations because they contain no variation in the N-fertilizer.

Model (A).

$$\log(\hat{Y}) = 3.02 + \hat{A}_i + 0.61 X_1 , \quad (17)$$

where

$$\hat{A}_i = \begin{cases} 0.06 & \text{for } i = 1 \\ -0.18 & \text{for } i = 2 \\ 0.39 & \text{for } i = 3 \\ -0.27 & \text{for } i = 4 \end{cases} ,$$

i is type of crop ,

X_1 is the added nitrogen fertilizer

and

$$R^2 = 0.696 .$$

Model (B).

$$\log(\bar{Y}) = 2.07 + A_i + 0.61 \cdot X_1 + 3.98 \cdot \log\left(\frac{X_2}{X_2^*}\right), \quad (18)$$

where

$$A_i = \begin{cases} 0.71 & \text{for } i = 1 \\ -0.56 & \text{for } i = 2 \\ 0.05 & \text{for } i = 3 \\ -0.20 & \text{for } i = 4 \end{cases},$$

i is type of crop ,

X_1 is the added nitrogen fertilizer ,

X_2 is the run-off ,

X_2^* is the normal run-off in Denmark

and

$$R^2 = 0.854 .$$

Model (C).

$$\log(\bar{Z}) = -0.63 + 0.64 \cdot X_1, \quad (19)$$

where

X_1 is the added nitrogen fertilizer ,

$$Z = \frac{Y}{(Y|X_1=1.0N)}$$

and

$$R^2 = 0.705 .$$

Model B with the predictor variable, run-off, has a better R-square compared to the models, A and C.

The third model, C is more parsimonious than the two previous. Only the nitrogen fertilizer and the years are significant. Furthermore, the leaching ratio is used instead of the actual

leaching. The R-square is approximately the same as model A.

This gives no real indication of which model one should prefer.

One of the goals in this analysis was to get a good model for prediction. Looking at the three estimated models in predicting new observations it may give some further information on the usefulness of the three models.

Model validation

The model validation has been done with both the original data and with observations from other experiments. Another leaching experiment has been carried out in the same period as the actual one used in the model estimation, but with other localities in Denmark. In this experiment the nitrogen fertilizer has been 1.0 N during the whole experiment. The second of the two new experiments has been carried out at the same locality in Denmark with two N-fertilizer levels since 1968.

To describe how well new observations are predicted with the estimated model the root mean square ratio (RMS-ratio) are used. This is

$$\text{RMS-ratio} = \frac{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\eta_i - \hat{\eta}_i)^2 \right]^{1/2}}{\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\eta_i - \bar{\eta})^2 \right]^{1/2}} \quad (20)$$

where

η_i is the (logarithme of the) observed value

$\bar{\eta}$ is the (logarithme of the) observed mean value

$\hat{\eta}_i$ is the (logarithme of the) estimated value

n is the number of observations used .

Results of the validation with both the original observations and the observations from similar experiments are shown in tables 2, 3 and 4 for each of the crops and localities for all three estimated models. (The validation has been made with and without the 1.0 N-fertilizer level in model C without any pronounced effect. In the following all levels of the N-fertilizer has therefore been used.)

Model validation with the observations also used for the estimation, table 2, shows that model A fits the original observations much better than model B. Model C fits the original observations even better than model A.

Differences are seen in the validation between the crops for model B but not for the other two models.

Observations for group 4 (winter wheat) have only been available at Sønder Stenderup.

Model C has a much smaller root mean square ratio compared with models A and B, which makes model C preferable in predicting the original observations.

RMS-ratio (no. of observations)	CROP			
	1	2	3	4
MODEL A				
Agervig	0.96 (8)	0.89 (23)	0.83 (8)	- (0)
Sønder Stenderup	0.68 (20)	1.03 (8)	1.19 (4)	0.55 (16)
MODEL B				
Agervig	2.54 (8)	1.29 (23)	1.48 (8)	- (0)
Sønder Stenderup	3.65 (20)	1.84 (8)	6.61 (4)	2.58 (16)
MODEL C				
Agervig	0.65 (8)	0.72 (23)	0.35 (8)	- (0)
Sønder Stenderup	0.64 (20)	0.51 (8)	0.63 (4)	2.58 (16)

Table 2. Model validation using the same observations as those used for estimation. The root mean square ratio (RMS-ratio) is a measure of how well the models A, B and C fit the original observations.

RMS-ratio (no. of observations)	CROP			
	1	2	3	4
MODEL A				
Åbenrå	1.36 (4)	1.52 (6)	12.92 (3)	5.99 (2)
Lunding	2.76 (13)	- (0)	- (1)	11.31 (4)
Næstved	1.00 (12)	- (0)	1.76 (2)	1.17 (4)
MODEL B				
Åbenrå	1.72 (4)	2.42 (6)	10.76 (3)	33.48 (2)
Lunding	5.13 (13)	- (0)	- (1)	17.43 (4)
Næstved	6.14 (12)	- (0)	4.67 (2)	9.52 (4)

Table 3. Model validation using observations from another leaching experiment, than those used for estimation. The root mean square ratio (RMS-ratio) is a measure of how well the models A and B fit new observations. (The nitrogen fertilizer has been 1.0 N through the whole experiment. Validation of model C has therefore not been done).

RMS-ratio (no. of observations)	CROP	
	1	2
MODEL A		
Jyndevad	2.13 (4)	0.74 (4)
MODEL B		
Jyndevad	0.31 (4)	0.21 (4)

Table 4. Model validation using observations from another experiment, than those used in the estimation. The root mean square ratio (RMS-ratio) is a measure of how well the models A and C fit new observations. (The run-off has not been measured in this experiment. Validation of model B has therefore not been done).

The corresponding validations with new observations from the three other localities, table 3, which have not been used for the estimation, shows first of all larger root mean square ratios for both models A and B. This is not surprising because the new observations are taken from other soils than those used in the model estimation. The three new soils are different from each other and furthermore different from the two original soils, which is reflected in the larger mean squares of discrepancies, table 3. The soil type at the three localities Åbenrå, Lunding and Næstved is: clay loam (JB 8), sandy loam (JB 6) and sandy loam (JB 6) respectively. At Næstved, located on Zealand, the run-off has been smaller than at the other localities. This might be the reason for the larger root mean square ratios (RMS-ratio) at Næstved in table 3.

As with the validation with the original observations, it is easily seen by comparing the root mean square ratios the for two models that model A is much better than model B in fitting observations which have not been used before for the model estimation.

In the validation with the second of the two new experiments, table 4, model C seems to fit the new observations better than model A. The soil type (soil type: coarse sand (JB 1)) in this experiment is quite different from the previous.

In the estimation stage the three models did not show any differences of practical interest. The validation, on the other hand, has shown significant differences between the three models. In this way model C seems to fit new observations much better than models A and B.

The only difference between model A and B is the inclusion of the run-off in B. The run-off has shown a significant effect for the amount of leaching but it has not been possible to include it in a satisfactory manner in the model building. The run-offs near the average run-off in model B seem to fit new observations quite well, in fact better than model A. But in situ-

ations with extreme run-offs model B can not estimate the leaching without large discrepancies. Including the run-off in the leaching function can probably be done only if more than only two localities (with different soil types) are used.

In figure 3 predictions with model C are shown at different levels of nitrogen fertilizer together with the original observations used in the model estimation.

Conclusion

The nitrate nitrogen ($\text{NO}_3\text{-N}$) leaching has been estimated using two different soils in Denmark in a systematic investigation of drainage water during the periods 1973-86 and 1978-89, respectively. Different levels of nitrogen fertilizer have been used. The run-off and nitrate content in the drainage water has been measured.

Three models have been estimated with similar R-squares. On the other hand, large differences have been identified in model validation, where both the original observations used for the model estimation and new observations from similar experiments have been used. The resulting model is a linear transformably model with a multiplicative error term with the nitrogen fertilizer as a predictor variable

$$\frac{\hat{Y}_{ij}}{(\hat{Y}_{ij} \mid X_1=1.0N)} = \exp[-0.63 + 0.64 \cdot X_1]$$

where X_1 is the nitrogen fertilizer and \hat{Y}_{ij} is the expected nitrate leaching.

The resulting model is independent of locality, run-off, soil type, etc.

Although there is a significant correlation between the nitrate leaching and the run-off it has not been possible to include the run-off in the final model.

The investigations have shown that it is very important not to rely only the R-square and

N-leaching ratio

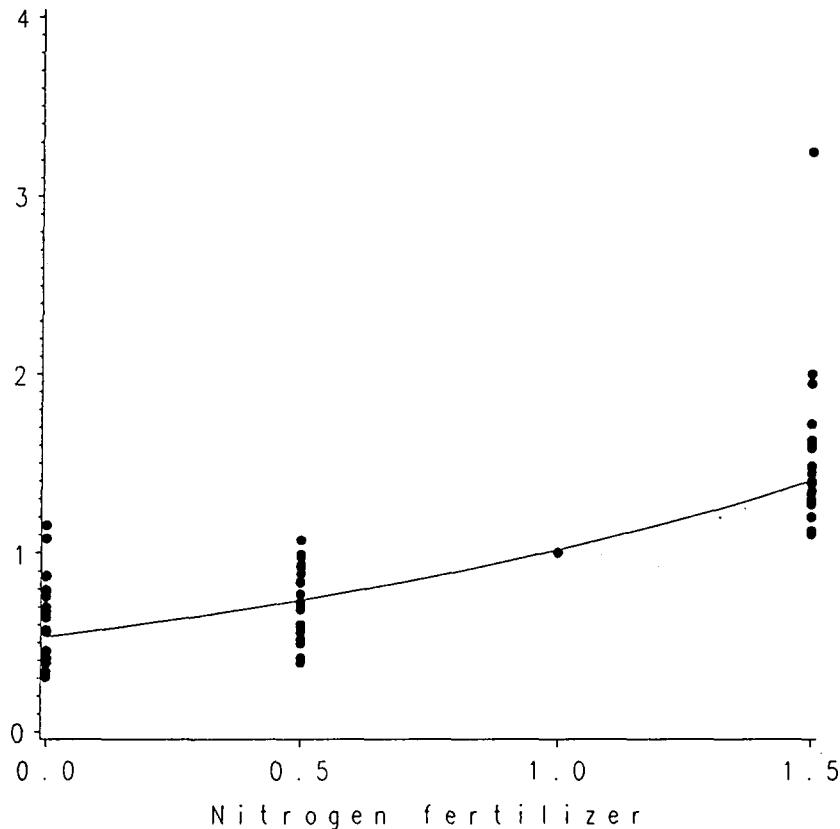


Figure 3. The predicted model C together with the original observations used in model estimation.

estimated error variance in model selection. Model validation has shown big differences between the models in predicting new observa-

tions and has in this manner been a very useful tool for model selection.

References

- Allen, D.M. (1971). The Prediction Sum of Squares as a Criterion for Selecting Predictor Variables. Technical Report No. 23, Department of Statistics, University of Kentucky.
- Bates, D.M., Watts, D.G. (1988). Nonlinear Regression Analysis and its Applications. Wiley and Sons, New York, 365 pp.
- Draper, N., Smith, H. (1981). Applied Regression Analysis, second edition. Wiley and Sons, New York, 709 pp.
- Geisser, S. (1975). The Predictive Sample reuse Method with Applications. *J. Am. Statist. Assoc.*, **70**, 320-328.
- Hansen, S., Aslyng, H.C. (1982). Water Balance and Crop Production. Hydrotechnical Laboratory. The Royal Veterinary and Agricultural University, Copenhagen.
- Hansen, L., Pedersen, E.F. (1975). Drænvandsundersøgelser 1971-74. *Tidsskrift for Planteavl's Specialserie*, **79**, 670-688.
- Kjellerup, V., Koefoed, A.D (1979). Kvælstofgødskningens indflydelse på drænvandets indhold af plantenæringsstoffer. *Tidsskrift for Planteavl's Specialserie*, **83**, 330-348.
- Pedersen, E.F. (1983). Drænvandsundersøgelser 1971-81. *Tidsskrift for Planteavl's Specialserie*, beretning nr. S 1667.
- Snee, R.D (1977). Validation of Regression Models: Methods and Examples. *Technometrics*, **19**, 415-428.

Afdelinger mv. under Statens Planteavlfsforsøg

Direktionen

Direktionssekretariatet, Skovbrynet 18, 2800 Lyngby	45 93 09 99
Informationstjenesten, Skovbrynet 18, 2800 Lyngby	45 93 09 99
Afdeling for Biometri og Informatik, Lottenborgvej 24, 2800 Lyngby	45 93 09 99

Landbrugscentret

Centerledelse, Fagligt Sekretariat, Forsøgsanlæg Foulum, Postbox 23, 8830 Tjele	86 65 25 00
Afdeling for Grovfoder og Kartofler, Forsøgsanlæg Foulum, Postbox 21, 8830 Tjele	86 65 25 00
Afdeling for Industriplanter og Frøavl, Ledreborg Allé 100, 4000 Roskilde	42 36 18 11
Afdeling for Sortsafprøvning, Teglværksvej 10, Tystofte, 4230 Skælskør	53 59 61 41
Afdeling for Kulturteknik, Flensborgvej 22, Jyndevad, 6360 Tinglev	74 64 83 16
Afdeling for Jordbiologi og -kemi, Lottenborgvej 24, 2800 Lyngby	45 93 09 99
Afdeling for Planteernæring og -fysiologi, Vejenvej 55, Askov, 6600 Vejen	75 36 02 77
Afdeling for Jordbrugsmeteorologi, Forsøgsanlæg Foulum, Postbox 25, 8830 Tjele	86 65 25 00
Afdeling for Arealdata og Kortlægning, Enghavevej 2, 7100 Vejle	75 83 23 44
Borris Forsøgsstation, Vestergade 46, 6900 Skjern	97 36 62 33
Lundgård Forsøgsstation, Kongeåvej 90, 6600 Vejen	75 36 01 33
Rønhave Forsøgsstation, Hestehave 20, 6400 Sønderborg	74 42 38 97
Silstrup Forsøgsstation, Oddesundvej 65, 7700 Thisted	97 92 15 88
Tylstrup Forsøgsstation, Forsøgsvej 30, 9382 Tylstrup	98 26 13 99
Ødum Forsøgsstation, Amdrupvej 22, 8370 Hadsten	86 98 92 44
Laboratoriet for Biavl, Lyngby, Skovbrynet 18, 2800 Lyngby	45 93 09 99
Laboratoriet for Biavl, Roskilde, Ledreborg Allé 100, 4000 Roskilde	42 36 18 11

Havebrugscentret

Centerledelse, Fagligt Sekretariat, Kirstinebjergvej 10, 5792 Årslev	65 99 17 66
Afdeling for Grønsager, Kirstinebjergvej 6, 5792 Årslev	65 99 17 66
Afdeling for Blomsterdyrkning, Kirstinebjergvej 10, 5792 Årslev	65 99 17 66
Afdeling for Frugt og Bær, Kirstinebjergvej 12, 5792 Årslev	65 99 17 66
Afdeling for Landskabsplanter, Granlidevej 22, Hornum, 9600 Års	98 66 13 33
Laboratoriet for Forædling og Formering, Kirstinebjergvej 10, 5792 Årslev	65 99 17 66
Laboratoriet for Gartneriteknik, Kirstinebjergvej 10, 5792 Årslev	65 99 17 66
Laboratoriet for Levnedsmidelforskning, Kirstinebjergvej 12, 5792 Årslev	65 99 17 66

Planteværnscentret

Centerledelse, Fagligt Sekretariat, Lottenborgvej 2, 2800 Lyngby	45 87 25 10
Afdeling for Plantepatologi, Lottenborgvej 2, 2800 Lyngby	45 87 25 10
Afdeling for Jordbrugszoologi, Lottenborgvej 2, 2800 Lyngby	45 87 25 10
Afdeling for Ukrudtsbekämpelse, Flakkebjerg, 4200 Slagelse	53 58 63 00
Afdeling for Pesticidanalyser og Økotoksikologi, Flakkebjerg, 4200 Slagelse	53 58 63 00
Bioteknologigruppen, Lottenborgvej 2, 2800 Lyngby	45 87 25 10

Centrallaboratoriet

Centrallaboratoriet, Forsøgsanlæg Foulum, Postbox 22, 8830 Tjele	86 65 25 00
--	-------------